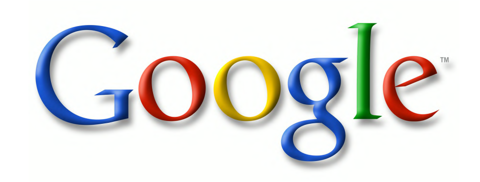
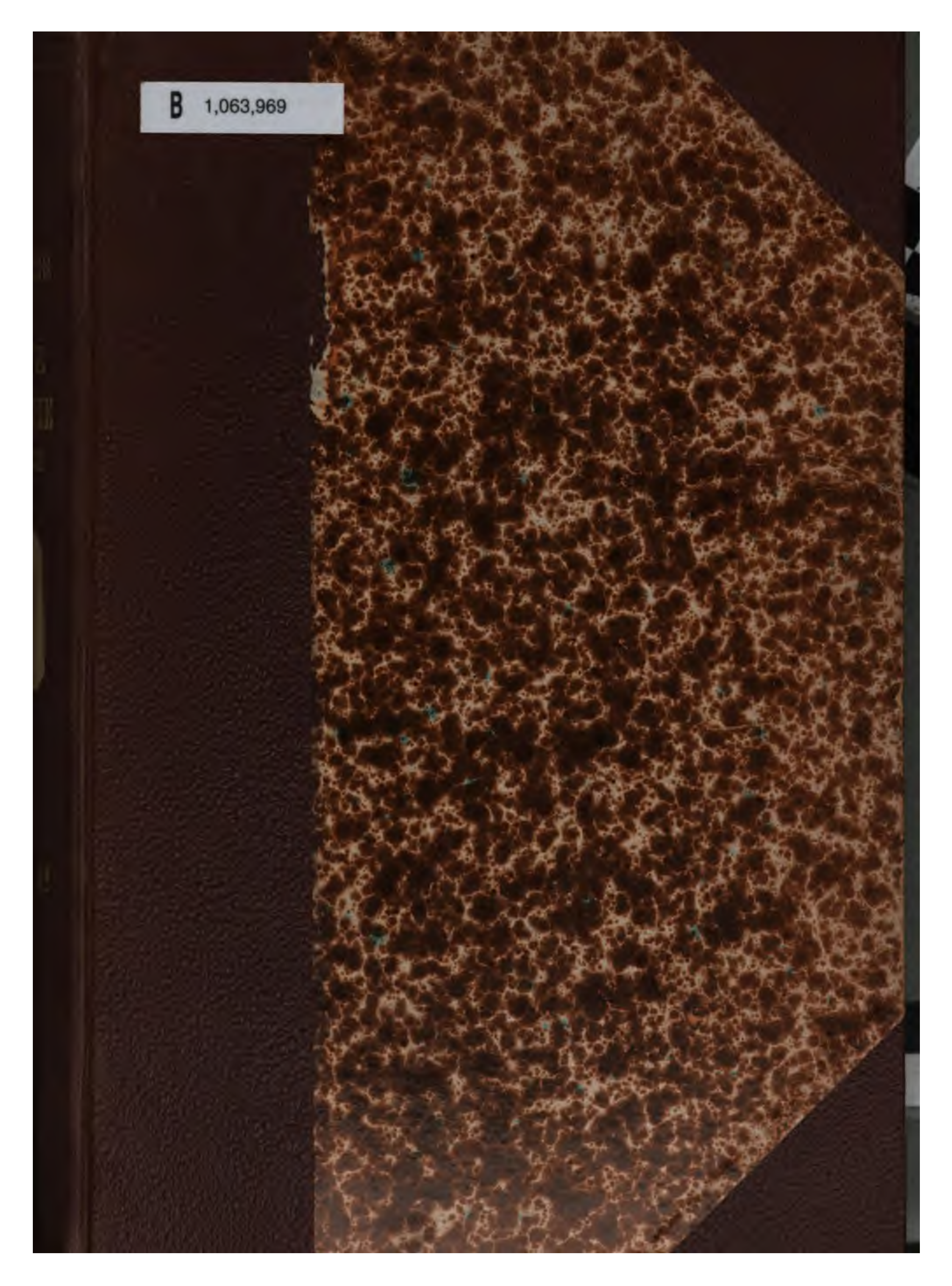



B 1,063,969

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BUXELLES.

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest.

CONST. DE FID. CATH. C. IV.

SIXIÈME ANNÉE. 1881-1882

BRUXELLES

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 108

1882

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS.

Pages.

Statuts 1

Règlement arrêté par le Conseil pour l'encouragement des recherches scientifiques 5

Lettre de S. S. le Pape Léon XIII au président et aux membres de la Société scientifique de Bruxelles 8

Listes des membres de la Société scientifique de Bruxelles 11

Liste des membres fondateurs . . . . *Ib.*

— des membres honoraires 12

— générale 13

— des membres décédés 37

— des membres inscrits dans les sections . . . . *Ib.*

Membres du Conseil, 1881-1882 44

— — 1882-1883 45

Bureaux des sections, 1881-1882 46

— — 1882-1883 47

Sessions de 1881-1882. — Extraits des procès-verbaux 48

Séances des sections . . . . *Ib.*

Première section . . . . *Ib.*

Deuxième — 58

Troisième — 66

Quatrième — 77

Assemblées générales 94

I. Assemblée générale du jeudi 20 octobre 1881 . . . . *Ib.*

II. — — du jeudi 26 janvier 1882 96

Pages.
III. Assemblée générale du lundi 17 avril 1882 96
Rapport du Secrétaire . . . . Ib.
-- du Trésorier 100
IV. Assemblée générale du mardi 18 avril 1882 102
V. — — du mercredi 19 avril 1882 105
Toast de M. A. de Lapparent, président, au banquet de ce jour. 109
VI. Assemblée générale du jeudi 20 avril 1882 110
Approbation des comptes présentés par le Trésorier 114
Proclamation du résultat des élections . . . . Ib.
Addition aux comptes rendus de 1881-1882 115
Liste des ouvrages offerts à la Société scientifique de Bruxelles . . . 117

AUTEURS.

Aschman, 64. — Belpaire, 49, 55. — Brifaut, 100. — Carbonnelle, 96. — Cousin, 52. — Cousot, 77. — Cuylits, 89. — De Heen, 58, 64, 65. — Delgeur, 66, 73, 74, 75, 76, 114. — Delsaulx, 51. — Delvigne, 66. — Desplats, 94. — F. Dewalque, 58. — G. Dewalque, 73. — Gandoger, 74. — Ph. Gilbert, 48, 58, 102. — Greindl, 49, 51, 52, 56. — L. Henry, 65. — Ch. Lagasse, 51. — de Lapparent, 75, 101, 109. — Mansion, 48, 49, 51, 56, 58. — Mœller, 89. — Oomen, 67. — Otto, 114. — Perry, 105. — Proost, 75, 76, 110. — Rachon, 72. — Renard, 70, 72, 75, 102, 112. — Ém. de la Roche, 74. — Schneider, 89. — Ch. Thiebauld, 77, 114. — de la Vallée, 69, 71, 75. — Van Segvelt, 66. — Van Tricht, 96. — Venneman, 89, 90. — Verriest, 96.

SECONDE PARTIE.

MÉMOIRES.

Pages.

Sur une propriété de la diffraction des ondes planes dans les systèmes de petites ouvertures, par le P. Jos. Delsaulx, S. J. 1

Sur la théorie de l'arc-en-ciel, par le P. Jos. Delsaulx, S. J. 9

Darwin et les progrès de la zoologie, par M. A. Proost. 17

Sur le problème de former un carré en ajoutant un cube à un nombre donné, par le P. Pepin, S. J. 86

Emploi agricole de l'acide phosphorique, par M. A. Theunis 101

Note sur les moraines profondes des anciens glaciers dans les hautes vallées des Vosges, par M. l'abbé Boulay 121

Étude sur la diphtérie, par M. le docteur Cousot. 127

De la pénétration des liquides pulvérisés dans les organes respiratoires, par M. le docteur Mœller 139

Les Enregistreurs en météorologie. Description d'un nouveau météorographe électrique, par le P. Van Tricht, S. J.. 153

Note sur les cubatures approchées, par M. P. Mansion 228

Les Grottes de Creswell (Angleterre), par M. J. Magens Mello 233

Note d'analyse géométrique d'après Rossin, par M. H. de Lisleferme . . . 242

Recherches sur le pancréas des cyclostomes et sur le pancréas et le foie dénués de canal abducteur propre chez le *Petromyzon marinus*, par le P. Legouis, S. J. 247

Mémoire sur l'application de la méthode de Lagrange à divers problèmes de mouvement relatif, par M. Ph. Gilbert. 270

AUTEURS.

Boulay, 121. — Cousot, 127. — Delsaulx, 1, 9. — Gilbert, 270. — Legouis, 247. — de Lisleferme, 242. — Mansion, 228. — J. Magens Mello, 233. — Mœller, 139. — Pepin. 86. — Proost, 17. — Theunis, 101. — Van Tricht, 153.

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

STATUTS

ARTICLE 1er. — Il est constitué à Bruxelles une association qui prend le nom de Société scientifique de Bruxelles, avec la devise : « *Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest* (1). »

ART. 2. — Cette association se propose de favoriser, conformément à l'esprit de sa devise, l'avancement et la diffusion des sciences.

ART. 3. — Elle publiera annuellement le compte rendu de ses réunions, les travaux présentés par ses membres, et des rapports sommaires sur les progrès accomplis dans chaque branche.

Elle tâchera de rendre possible la publication d'une revue destinée à la vulgarisation (2).

ART. 4. — Elle se compose d'un nombre illimité de membres, et fait appel à tous ceux qui reconnaissent l'importance d'une culture scientifique sérieuse pour le bien de la société.

---

(1) Const. de Fid. cath. C. IV.

(2) Depuis le mois de janvier 1877, cette revue paraît, par livraisons trimestrielles, sous le titre de *Revue des questions scientifiques*. Elle forme chaque année deux volumes in-8° de 700 pages. Prix de l'abonnement : 20 francs par an pour tous les pays de l'Union postale. Les membres de la Société scientifique ont droit à une réduction de 25 pour cent.

Art. 5. — Elle est dirigée par un *Conseil* de vingt membres, élus annuellement dans son sein. Le Président, les Vice-Présidents, le Secrétaire et le Trésorier font partie de ce Conseil. Parmi les membres du Bureau, le Secrétaire et le Trésorier sont seuls rééligibles.

Art. 6. — Pour être admis dans l'association, il faut être présenté par deux membres. La demande, signée par ceux-ci, est adressée au Président, qui la soumet au Conseil. L'admission n'est prononcée qu'à la majorité des deux tiers des voix.

L'exclusion d'un membre ne pourra être prononcée que pour des motifs graves et à la majorité des deux tiers des membres du Conseil.

Art. 7. — Les membres qui souscrivent, à une époque quelconque, une ou plusieurs parts du capital social, sont *membres fondateurs*. Ces parts sont de 500 francs. Les *membres ordinaires* versent une cotisation annuelle de 15 francs, qui peut toujours être rachetée par une somme de 150 francs, versée une fois pour toutes.

Le Conseil peut nommer des *membres honoraires* parmi les savants étrangers à la Belgique.

Les noms des membres fondateurs figurent en tête des listes par ordre d'inscription, et ces membres reçoivent autant d'exemplaires des publications annuelles qu'ils ont souscrit de parts du capital social. Les membres ordinaires et les membres honoraires reçoivent un exemplaire de ces publications.

Tous les membres ont le même droit de vote dans les Assemblées générales.

Art. 8. — Chaque année, il y a trois sessions. La principale se tiendra dans la quinzaine qui suit la fête de Pâques, et pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On lit les rapports annuels, et l'on y nomme le Bureau et le Conseil pour l'année suivante.

Les deux autres sessions se tiendront en octobre et en janvier.

Elles pourront durer deux jours, et auront pour objet principal de préparer la session de Pâques.

ART. 9. — Lorsqu'une résolution, prise dans l'Assemblée générale, n'aura pas été délibérée en présence du tiers des membres de la Société, le Conseil aura la faculté d'ajourner la décision jusqu'à la prochaine session de Pâques. La décision sera alors définitive, quel que soit le nombre des membres présents.

ART. 10. — La Société ne permettra jamais qu'il se produise dans son sein aucune attaque, même courtoise, à la religion catholique, ou à la philosophie spiritualiste et religieuse.

ART. 11. — Dans les sessions, la Société se répartit en cinq sections : I. *Sciences mathématiques*, II. *Sciences physiques*, III. *Sciences naturelles*, IV. *Sciences médicales*, V. *Sciences économiques*.

Tout membre de l'association choisit chaque année la section à laquelle il désire appartenir. Il a le droit de prendre part aux travaux des autres sections avec voix consultative.

ART. 12. — La session comprend des séances générales et les séances de section.

ART. 13. — Le conseil représente l'association. Il a tout pouvoir pour gérer et administrer les affaires sociales. Il place en rente sur l'État ou en valeurs garanties par l'État les fonds qui constituent le capital social.

Il fait tous les règlements d'ordre intérieur que peut nécessiter l'exécution des statuts, sauf le droit de contrôle de l'Assemblée générale.

Il délibère, sauf les cas prévus à l'article 6, à la majorité des membres présents. Néanmoins, aucune résolution ne sera valable qu'autant qu'elle aura été délibérée en présence du tiers au moins des membres du Conseil dûment convoqué.

ART. 14. — Tous les actes, reçus et décharges sont signés par le Trésorier et un membre du Conseil, délégué à cet effet.

ART. 15. — Le Conseil dresse annuellement le budget des dépenses de l'association et présente dans la session de Pâques le

compte détaillé des recettes et dépenses de l'exercice écoulé. L'approbation de ces comptes, après examen de l'Assemblée, lui donne décharge.

Art. 16. — Les statuts ne pourront être modifiés que sur la proposition du Conseil, à la majorité des deux tiers des membres votants, et dans l'Assemblée générale de la session de Pâques.

Les modifications ne pourront être soumises au vote qu'après avoir été proposées dans une des sessions précédentes. Elles devront figurer à l'ordre du jour dans les convocations adressées à tous les membres de la Société.

Art. 17. — La devise et l'article 10 ne pourront jamais être modifiés.

En cas de dissolution, l'Assemblée générale, convoquée extraordinairement, statuera sur la destination des biens appartenant à l'association. Cette destination devra être conforme au but indiqué dans l'article 2.

RÈGLEMENT

ARRÊTÉ PAR LE CONSEIL POUR L'ENCOURAGEMENT DES RECHERCHES SCIENTIFIQUES.

---

1. — Le Conseil de la Société scientifique de Bruxelles a résolu d'instituer des concours et d'accorder des subsides pour encourager les recherches scientifiques.

2. — A cet objet seront consacrés :

1° Le revenu du bénéfice acquis à la Société jusqu'à la session de Pâques 1879;

2° La moitié du bénéfice acquis pendant l'exercice qui précède l'exercice courant.

3. — Chaque année, l'une des sections désignera une question à mettre au concours. L'ordre dans lequel les sections feront cette désignation sera déterminé par le sort. Toute question, pour être posée, devra être approuvée par le Conseil qui donnera aux questions la publicité convenable.

4. — Les questions auxquelles il n'aura pas été répondu d'une manière satisfaisante resteront au concours. Le Conseil pourra cependant inviter les sections compétentes à les remplacer par d'autres.

5. — Aucun prix ne pourra être inférieur à 500 francs. Une médaille sera en outre remise à l'auteur du mémoire couronné.

6. — Ces concours ne seront ouverts qu'aux membres de la Société.

7. — Ne sont admis que les ouvrages et les planches manuscrits.

8. Le choix de la langue dans laquelle seront rédigés les mémoires est libre. Ils seront, s'il y a lieu, traduits aux frais de la Société; la publication n'aura lieu qu'en français.

9. — Les auteurs ne mettront pas leur nom à ces mémoires, mais seulement une devise qu'ils répéteront dans un billet cacheté renfermant leur nom et leur adresse.

10. — Les jurys des concours seront composés de trois membres présentés par la section compétente et nommés par le Conseil.

11. — Les prix seront décernés par le Conseil sur le rapport des jurys.

12. — Toute décision du Conseil ou des sections relative aux prix sera prise au scrutin secret et à la majorité absolue des suffrages.

13. — La Société n'a l'obligation de publier aucun travail couronné; les manuscrits de tous les travaux présentés au concours restent la propriété de la Société. En cas de publication, cent exemplaires seront remis gratuitement aux auteurs.

14. — Les résultats des concours seront proclamés et les médailles remises dans l'une des assemblées générales de la session de Pâques. Les rapports des jurys devront être remis au Conseil six semaines avant cette session. Le 1er octobre de l'année précédente est la date de rigueur pour l'envoi des mémoires au secrétariat.

15. — Pour être admis à demander un subside, il faut être membre de la Société depuis un an au moins.

16. — Le membre qui demandera un subside devra faire connaître par écrit le but précis de ses travaux, au moins d'une manière générale; il sera tenu, dans les six mois de l'allocation du subside, de présenter au Conseil un rapport écrit sur les résultats de ses recherches, quel qu'en ait été le succès.

17. — Le Conseil, après avoir pris connaissance des diverses demandes de subsides, à l'effet d'en apprécier l'importance relative, statuera au scrutin secret.

18. — Les résultats des recherches favorisées par les subsides de la Société devront lui être présentés, pour être publiés dans ses *Annales* s'il y a lieu.

NOTE. - Le tirage au sort, ordonné par l'article 3, a rangé les sections dans l'ordre suivant : 2e, 4e, 3e, 5e et 1re.

LETTRE

DE

S. S. LE PAPE LÉON XIII

AU PRÉSIDENT ET AUX MEMBRES
DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES.

Dilectis Filiis Praesidi ac Membris Societatis Scientificae Bruxellis constitutae.

LEO PP. XIII.

DILECTI FILII, SALUTEM ET APOSTOLICAM BENEDICTIONEM.

Gratae Nobis advenerunt litterae vestrae una cum Annalibus et Quaestionibus a vobis editis, quas in obsequentissimum erga Nos et Apostolicam Sedem pietatis testimonium obtulistis. Libenter sane agnovimus Societatem vestram quae a scientiis sibi nomen fecit, et quae tribus tantum abhinc annis laetis auspiciis ac Iesu Christi Vicarii benedictione Bruxellis constituta est, magnum iam incrementum cepisse, et uberes fructus polliceri. Profecto cum infensissimi relligionis ac veritatis hostes nunquam desistant, imo magis magisque studeant dissidium rationem inter ac fidem propugnare, opportunum est ut praestantes scientia ac pietate viri ubique exurgant, qui Ecclesiae doctrinis ac documentis ex animo obsequentes, in id contendant, ut demonstrent ***nullam unquam inter fidem et rationem veram dissensionem esse posse;*** quemadmodum Sacrosancta Vaticana Synodus, constantem Ecclesiae et Sanctorum Patrum doctrinam affirmans, declaravit Constitutione IV[a] de fide catholica. Quapropter gratulamur quod Societas vestra hunc primo finem sibi proposuerit, itemque in statutis legem dederit, ne quid a sociis contra sanam christianae philosophiae doctrinam committatur; simulque omnes hortamur ut

nunquam de egregio eiusmodi laudis tramite deflectant, atque ut toto animi nisu praestitutum Societatis finem praeclaris exemplis ac scriptis editis continuo assequi adnitantur. Deum autem Optimum Maximum precamur, ut vos omnes caelestibus praesidiis confirmet ac muniat: quorum auspicem et Nostrae in vos benevolentiae pignus, Apostolicam benedictionem vobis, dilecti filii. et Societati vestrae ex animo impertimur.

Datum Romae apud S. Petrum die 15. Ianuarii 1879. Pontificatus Nostri Anno Primo.

LEO P. P. XIII.

A nos chers fils, le Président et les Membres de la Société scientifique de Bruxelles.

LÉON XIII PAPE.

CHERS FILS, SALUT ET BENÉDICTION APOSTOLIQUE.

Votre lettre Nous a été agréable, ainsi que les Annales et les Questions publiées par vous et offertes en témoignage de votre piété respectueuse envers Nous et le Siège apostolique. Nous avons vu réellement avec plaisir que votre Société, qui a adopté le nom de Société scientifique, et s'est constituée à Bruxelles, depuis trois ans seulement, sous d'heureux auspices avec la bénédiction du Vicaire de Jésus-Christ, a déjà pris un grand développement et promet des fruits abondants. Certes puisque les ennemis acharnés de la religion et de la vérité ne se lassent point et s'obstinent même de plus en plus à proclamer l'opposition entre la raison et la foi, il est opportun que partout surgissent des hommes distingués par la science et la piété, qui, attachés de cœur aux doctrines et aux enseignements de l'Église, s'appliquent à démontrer *qu'il ne peut jamais exister de désaccord réel entre la foi et la raison,* comme l'a déclaré, dans la Constitution IV *de fide catholica,* le saint concile du Vatican affirmant la doctrine constante de l'Église et des saints Pères. C'est pourquoi Nous félicitons votre Société de ce qu'elle s'est d'abord proposé cette

fin, et aussi de ce qu'elle a mis dans les Statuts un article défendant à ses membres toute attaque aux saines doctrines de la philosophie chrétienne; et en même temps Nous les exhortons tous à ne jamais s'écarter de la voie excellente qui leur vaut un tel éloge, et à poursuivre continuellement de tout l'effort de leur esprit l'objet assigné à la Société, par d'éclatants exemples et par leurs publications. Nous prions Dieu très bon et très grand, qu'il vous soutienne tous et vous fortifie du céleste secours : en présage duquel, et comme gage de Notre bienveillance envers vous, Nous accordons du fond du cœur à vous, chers fils, et à votre Société la bénédiction apostolique.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 15 janvier 1879, l'an 1 de notre Pontificat.

Léon XIII, Pape.

LISTES

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES.

Liste des membres fondateurs.

S. E. le cardinal DECHAMPS, archevêque de . . .	Malines.
François DE CANNART D'HAMALE, sénateur . . .	Malines.
Charles DESSAIN	Malines.
Jules VAN HAVRE (1)	Anvers.
Le chanoine MAES (1)	Bruges.
L'abbé A. DE LEYN	Bruges.
LEIRENS-ELIAERT, sénateur	Alost.
Joseph SAEY.	Bruxelles.
Frank GILLIS	Bruxelles.
Le Chev DE SCHOUTHEETE DE TERVARENT, vice-président du Conseil provincial de la Flandre orientale.	Saint-Nicolas.
Le Collège SAINT-MICHEL.	Bruxelles.
Le Collège NOTRE-DAME DE LA PAIX	Namur.
Le duc D'URSEL, sénateur (1)	Bruxelles.
Le Pce Gustave DE CROY	Le Rœulx.
Le Cte DE T'SERCLAES (1)	Gand.
Auguste DUMONT DE CHASSART (1)	Mellet (Hainaut).
Charles HERMITE, membre de l'Institut	Paris.
L'École libre de l'IMMACULÉE CONCEPTION	Vaugirard-Paris.
L'École libre SAINTE-GENEVIÈVE	Paris.
Le Collège SAINT-SERVAIS.	Liège.

---

(1) Décédé.

Le Cte de Bergeyck	Beveren-Waes.
L'Institut Saint-Ignace	Anvers.
Philippe Gilbert	Louvain.
Le R. P. Provincial de la Compagnie de Jésus en Belgique	Bruxelles.
Le Collège d'Alost	Alost.
Le chanoine de Wouters	Soignies.
Antoine d'Abbadie, membre de l'Institut . . .	Paris.
S. E. le cardinal Haynald, archevêque de Kalocsa et Bàcs	Kalocsa (Hongrie).
S. E. Mgr S. Vannutelli, nonce apostolique . .	Vienne.
S. G. Mgr Du Roussaux, évêque de	Tournay.

Liste des membres honoraires.

Le P^ce^ B. Boncompagni, de l'Académie pontificale des Nuovi Lincei	Rome.
Antoine d'Abbadie, membre de l'Institut . . .	Paris.
Charles Hermite, membre de l'Institut	Paris.
Victor Puiseux, membre de l'Institut	Paris.
Joachim Barrande.	Prague.
Le général Newton	New-York.
Le docteur Foerster	Aix-la-Chapelle.
Le R. P. Perry, S. J., de la Société royale de Londres	Stonyhurst.
A. de Lapparent	Paris.
A. Barré de Saint-Venant, membre de l'Institut .	Paris.
A. Béchamp	Lille.
Camille Jordan, membre de l'Institut	Paris.

Liste générale des membres de la Société scientifique de Bruxelles.

—

D'ABBADIE (Antoine), membre de l'Institut, 120, rue du Bac. — Paris; ou Abbadia par Hendaye (Basses-Pyrénées — France).

ABBELOOS (Chanoine), docteur en théologie, curé de Duffel (Anvers).

D'ACY (E.), 40, boulevard Malesherbes. — Paris.

ADAN DE YARZA (Ramon), ingénieur des mines, 19, rue de Bidebarrieta. — Bilbao (Espagne).

ALBEAR Y LARA (Brigadier D. Francisco), ingénieur, directeur du canal de Vento. — La Havane (Cuba).

ALCOLADO, S. J. (R. P.), professeur d'analyse, Colegio del Pasage. — La Guardia. Pontevedra (Espagne).

ALDHUY (Abbé), professeur au Séminaire. — Montfaucon (Lot — France).

ALEXIS, M. G. (Frère), 27, rue Oudinot. — Paris.

ALFAGEME (José), catedrático de Fisica y Quimica en el Instituto. — Santiago (Espagne).

ALMAIN-DE HASE, architecte, 157, rue de la Loi. — Bruxelles.

ALMERA (Abbé Jaime), profesor de Geologia en el Seminario de Barcelona (Espagne).

ANDRÉ (J.-B.), ingénieur, 18, rue de la Fausse-Porte. — Givet (Ardennes — France).

ANSCHÜTZ (Dr. F.), professeur royal de mathématiques. — Aschaffenbourg (Bavière).

ARCELIN (Adrien), secrétaire perpétuel de l'académie de Mâcon, 6, rue Lamartine. — Mâcon (Saône-et-Loire — France).

ARDUIN (Abbé Alexis), 6, rue Bourgelat. — Lyon (Rhône — France).

ASCHMAN (Camille), pharmacien, préparateur au laboratoire de chimie générale de l'Université, 10, rue des Moutons. — Louvain.

D'ASPREMONT-LYNDEN (Cte Charles), château d'Haltinnes par Andenne (Namur).

AUGIER, docteur en médecine, professeur à l'Université catholique. 87, rue Masséna. — Lille (Nord — France).

d'Auxy de Launois (Cte Alb.). — Jurbise.

Baguet (Charles), avocat, receveur de l'Université, 6, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Baillon, 10-11, place de la Calandre. — Gand.

Barcia Caballero (Juan), Ayudante de Clases prácticas de Anatomia de la Universidad, Puerta de la Peña, 10. — Santiago (Espagne).

Bardin (Abbé Louis), 19, rue de la Préfecture. — Angers (Maine-et-Loire — France).

Bareel (Charles), avocat, 517, avenue Brugmann. — Ixelles.

Barff (Frédéric), 100, Abbey Road, Kilburn. — Londres (Angleterre).

Barrande (Joachim), 419, Choteksgasse, Kleinseite. — Prague.

Bauwens (Abbé), vicaire à Sainte-Anne, boulevard du Château. — Gand.

Bauwens (Isidore), docteur en médecine, 18, rue Liénard. — Alost.

Bayet (Adrien), 30, nouveau Marché aux Grains. — Bruxelles

Bayle (Émile), professeur à l'École des mines, 63, boulevard Saint-Michel. — Paris.

Beaucourt (Abbé Léopold), curé des Écaussines d'Enghien.

Beauvois (Abbé), inspecteur cantonal de l'enseignement primaire, rue des Navets. — Anvers.

Béchamp, doyen de la faculté de médecine de l'Université catholique, 8, rue Beauharnais. — Lille (Nord — France).

Béchamp (Joseph), professeur à l'Université, 8, rue Beauharnais. — Lille (Nord — France).

Beckers (Auguste), avocat, rue Gérard. — Woluwe-Saint-Lambert.

Bellefroid (Victor), 13, rue Hors-Château. — Liège.

Bellemans (Charles), comptable, marché aux OEufs. — Anvers.

Belpaire (Théodore), ingénieur en chef du service provincial, 18, rue des Sœurs-Noires. — Gand.

de Bénazé, S. J. (R. P.), 18, rue Lhomond. — Paris.

de Bergeyck (Cte), château de Beveren-Waes (Flandre-Orientale).

Berleur (Adolphe), ingénieur, 17, faubourg Saint-Laurent. — Liège.

Bernaldes (Fernando), ingeniero gefe del distrito minero de Badajoz (Espagne.)

Bernardin (Monsieur), conservateur du Musée commercial-industriel, au Pensionnat. — Melle (Flandre-Orientale).

Bertrand (Dieudonné), docteur en médecine, 72, rue de l'Enseignement — Bruxelles.

Bertrand (Léon), 9, rue Crespel. — Bruxelles.

Beslay (François), rédacteur en chef du *Français*, 6, rue de Seine. — Paris.

Béthune-Eliaert (B^on), sénateur, rue du Pont. — Alost.

Béthune (Mgr. Félix), rue d'Argent. — Bruges.

Bichot (Abbé), professeur au Petit-Séminaire, 19, rue N.-D. des Champs. — Paris.

de Biesme (V^tesse Julie), château de Cruyshautem (Flandre-Orientale).

de Biolley (Vte Joseph). — Verviers.

Bivort (Alfred). — Fontaine-l'Évêque.

Blas (Ch.), professeur à l'Université, de l'Académie royale de médecine. — Louvain.

Blondel (Alfred), ingénieur, rue du Gouvernement. — Mons.

de la Boëssière-Thiennes (Mis), 23, rue aux Laines. — Bruxelles; ou château de Lombise par Lens (Hainaut).

Bonamis (Florimond), ingénieur. — Jambes (Namur).

Boncompagni (P^ce B.), de l'Académie pontificale des Nuovi Lincei, palazzo Piombino, piazza Colonna. — Rome.

Bonnevie (Auguste), ingénieur, 4, rue d'Orléans. — Charleroi.

Bonnevie (Victor), avocat, 7, rue du Congrès. — Bruxelles.

de Borman (Ch^er Camille), membre de la députation permanente du Limbourg. — Schalkhoven par Bilsen (Limbourg).

Borre (P.), avocat, avenue Louise. — Bruxelles.

Bossu (Abbé L.), professeur à l'Université, rue de Namur. — Louvain.

Boulay (Abbé), professeur à l'Université catholique, 61, rue des frères Vaillant (ancienne rue Vauban). — Lille (Nord — France).

de Bounam de Ryckholt (Bon L.), château de Grathem par Ruremonde (Pays-Bas).

Bouquillon (Abbé Th.), professeur à l'Université catholique, 70, rue Royale. — Lille (Nord — France).

Bourdeau (Abel), médecin de bataillon de 1re classe au 11e régiment de ligne. — Vilvorde.

Bourg (Victor), ingénieur des mines. — Bois-du-Luc, par Houdeng (Hainaut).

Bourgeat (Abbé), professeur aux Facultés catholiques, 15, rue Charles de Muyssart. — Lille (Nord — France).

de Bousies (Cte Adhémar), rue d'Havré. — Mons.

DU BOYS (Paul), ingénieur des ponts et chaussées. — Valence-sur-Rhône (Drôme — France).

BRABANDT (Louis), 161, avenue Louise. — Bruxelles.

BRAET (Gustave), sous-ingénieur. — Bruxelles.

BRANLY (Édouard), professeur à l'Université catholique, 49, rue Gay-Lussac. — Paris.

BRASSINE (J.-J.), colonel du 6e régiment de ligne. — Anvers.

BRAUN, S. J. (R. P.), directeur de l'Observatoire de Kalocsa (Hongrie).

BREITHOF (N.), professeur à l'Université, 52, rue du Canal. — Louvain.

BRÉMEN (Alfred), pharmacien, 2, rue Louvrex. — Liège.

BRIBOSIA, docteur en médecine, membre de l'Académie royale de médecine, 16, rue Neuve. — Namur.

DE BRIEY (Cte Louis), 23, rue Joseph II. — Bruxelles.

BRIFAUT (Armand), avocat, 42, chaussée de Charleroy. — Bruxelles.

BRUNO (Monsieur), supérieur du Collège de la Sainte-Trinité. — Louvain.

BRUYLANTS, professeur à l'Université catholique, de l'Académie royale de médecine, rue de Malines. — Louvain.

DE BURLET (Constantin), ingénieur des ponts et chaussées, 88, avenue de La Plante. — Namur.

DE BUSSY (L.), directeur des constructions navales. — Lorient (Morbihan — France).

CABRÉ, S. J., (R. P. Antonio), 3, calle de dos Amigos. — Madrid (Espagne).

CAMAUËR (Jules), avocat. — Dinant.

CAMPELO (Abbé), professeur de chimie à l'Université. — Séville (Espagne).

DE CANNART D'HAMALE (François), sénateur, 2, rue du Poivre. — Malines.

CAPPELLEN (Guillaume), avocat, 4, place Marguerite. — Louvain.

CARBONNELLE, S. J. (R. P.), docteur en sciences physiques et mathématiques, 27, rue des Ursulines. — Bruxelles.

CARLIER (Joseph), élève-ingénieur, 12, boulevard de Tirlemont. — Louvain.

CARNOY (Abbé J.-B.), professeur à l'Université, 121, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

CARNOY (Joseph), profess. à l'Université, place du Peuple. — Louvain.

CARTUYVELS (Mgr), vice-recteur de l'Université. — Louvain.

CARTUYVELS (Jules), professeur à l'Université. — Louvain.

Casares (Antonio), catedrático de Quimica y rector de la Universidad. — Santiago (Galice — Espagne).

Casares (Firmino), en la Coruña (Espagne).

Castelein (Edgar), 29, avenue Rubens. — Anvers.

César (Docteur), 14, rue Chaudronnerie.— Dijon (Côte-d'Or — France).

Champeaux, administrateur de l'Université catholique, 31, rue Négrier. — Lille (Nord — France).

Charles (Raymond), substitut du procureur du roi, 61, rue Dupont. — Bruxelles.

Charneux, rédacteur de l'*Ami de l'Ordre,* rue de la Croix. — Namur.

du Chastel (Cte Albert), 25, rue de la Science. — Bruxelles.

du Chastel (Cte Henri), 55, rue de Trèves. — Bruxelles.

Chautard, doyen de la faculté des sciences de l'Université catholique, 3, rue Saint-Martin. — Lille (Nord — France).

Choné, S. J. (R. P.), 18, rue Lhomond. — Paris.

Claes (Charles), 41, rue des Arts. — Bruxelles.

Claes (Constant), artiste-peintre. — Tongres.

Claes (Paul), 57, rue des Bogards. — Louvain.

Cogels (J.-B.-Henri), 38, longue rue de l'Hôpital. — Anvers.

Collège d'Alost. — Alost.

Collège Notre-Dame de la Paix. — Namur.

Collège Saint-Michel. — Bruxelles.

Collège Saint-Servais. — Liège.

Colmant (Antoine), avocat, 66a, rue des Tanneurs. — Bruxelles.

Colson (Chanoine). — Namur.

Cools (Auguste), ingénieur. — Lierre.

Coopman (Louis), ingénieur, 21, quai du Midi. — Nice (Alpes-Maritimes — France).

Coppieters de Stockhove (Abbé Ch.), vicaire à Sainte-Walburge. — Bruges.

de Corswarem (Cher Adrien), avocat. — Hasselt.

Cousin (Émile), ingénieur, Aywaille (Liège).

Cousin (L.), professeur à l'Université, 26, rue Léopold. — Louvain.

Cousot, docteur en médecine, membre de l'Académie royale de médecine. — Dinant.

Craninckx (Oscar), 125, rue de la Loi. — Bruxelles.

Craninckx (P.-J.-E)., professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine. — Louvain.

Criquillion (Louis), ingénieur provincial, rue du Progrès. — Saint-Nicolas (Waes).

Crokaert (François), 223, avenue Louise. — Bruxelles.

de Croy (Pce Emmanuel). — Le Rœulx.

de Croy (Pce Gustave). — Le Rœulx.

de Croy (Pce Juste), 53, rue de la Loi. — Bruxelles; ou Le Rœulx.

Cuylits (Jean), docteur en médecine, 44, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.

Dallemagne (Jules), ingénieur. — Sclessin (Liége).

Daron (Paul), rentier. — Anhée par Yvoir (Namur).

Dassonville-Lepée, (A.), rue de Bruges. — Menin.

Dautricourt (Camille), ingénieur, place du Parc. — Bruges.

Davignon (Julien), 33, avenue de la Toison-d'Or. — Bruxelles.

De Baets (Herman), 16, rue du Bélier. — Gand.

Debaisieux, professeur à l'Université. — Louvain.

De Beys (Louis), 10, rue Van Maerlant. — Bruxelles.

De Blauwe (Jean), juge de paix, Grand'Place. — Courtrai.

Debras (Abbé), curé-doyen de Florennes. — Namur.

De Brouwer (Abbé), professeur au grand Séminaire. — Bruges.

De Brouwer, rue d'Ostende. — Bruges.

De Bruyn (Tony), juge au tribunal de 1re instance, 96, rue du Trône. — Bruxelles.

Dechamps (S. E. le cardinal), archevêque de Malines.

De Clippele (Abel), commissaire d'arroudissement, place Impériale. — Alost.

De Decker (Eugène), membre de la Chambre des Représentants, 34, rue de Vénus. — Anvers.

De Groote (P.), docteur en médecine, 25, rue de Bériot. — Bruxelles.

De Heen (Pierre), ingénieur, 53, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

De Hults (Ernest), substitut du procureur du roi. — Mons.

De Jaer (Camille), avocat, 1, rue du Pepin. — Bruxelles.

De Jaer (Émile), professeur à l'Université, rue de la Station. — Louvain.

De Jaer (Jules), ingénieur des mines, Vieux-Marché aux Bêtes. — Mons.

Delcour (Ch.), professeur émérite à l'Université, ancien ministre, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

Delebecque-Vergauwen, 12, rue aux Draps. — Gand.

Delétrez (Alphonse), docteur en médecine, 51, rue Gillon. — Saint-Josse-ten-Noode.

De Leyn (Abbé A.), principal du Collège Saint-Louis. — Bruges.

Delgeur (Dr Louis), 15, rue Léopold. — Anvers.

De Lorge (Abbé J.), professeur au Séminaire. — Roulers.

Delsaulx, S. J. (R. P.), docteur en sciences physiques et mathématiques, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Delva-Rolin (Dorsan), 10, place du Casino. — Gand.

Delvigne (Chan. Adolphe), curé de Saint-Josse-ten-Noode, 14, rue de la Pacification. — Bruxelles.

De Marbaix, professeur à l'Université de Louvain. — Eynthout par Westerloo (Anvers).

De Meester (Augustin), propriétaire. — Saint-Nicolas.

De Preter (Herman), ingénieur, directeur-gérant de la Société belge des gaz réunis, 34, rue de Ligne. — Bruxelles.

Deprez (Max), juge au tribunal de 1re instance, 5, rue des Dominicains. — Mons.

De Prins, place du Peuple. — Louvain.

De Ridder (Abbé J.-B.), curé-doyen de Saint-Pierre, 13, rue des Vaches. — Louvain.

De Ridder (Paul), 68, chaussée de Haecht. — Bruxelles.

Descamps (Abbé A. J.), inspecteur des Écoles du canton de Mons, curé de Nimy (Hainaut).

Descamps (É.), professeur à l'Université. — Louvain.

Desplats (Docteur), professeur à l'Université catholique, 52, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

Dessain (Charles), libraire-éditeur, rue de la Blanchisserie. — Malines.

Detierre (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Louis. — Bruxelles.

De Tilly (J.), major d'artillerie, directeur de l'Arsenal de construction, de l'Académie royale de Belgique. — Anvers.

Devivier (A.), professeur à l'Université, rue de Namur. — Louvain.

Devolder (Joseph), avocat, 141, rue de Stassart. — Bruxelles.

Dewalque (A.), professeur à l'Athénée royal. — Virton.

Dewalque (Félix), ingénieur, directeur de l'Établissement de la Vieille-Montagne. — Bray-et-Lû (Seine-et-Oise — France).

Dewalque (François), professeur à l'Université, 26, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

DEWALQUE (Gustave), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 17, rue de la Paix. — Liège.

DIAZ DE ARCAYA (Manuel), docteur ès sciences, professeur d'histoire naturelle au Lycée de Saragosse (Espagne).

DE DIEUDONNÉ DE CORBEEK-OVER-LOO (B[on]). — Corbeek-Loo (Brabant).

DINCQ-JORDAN, ingénieur et industriel, Pont-Canal, Jemappes (par Mons-Station).

DOHET (Ferdinand), avocat, rue du Chenil. — Namur.

DE DORLODOT (Sylvain), château de Monceau, par Marchienne (Hainaut).

DE DORLODOT (H.), Collège Belge. — Rome.

DOUCET (Auguste), avocat, membre du Conseil provincial, rue de Collège. — Namur.

DUBOIS (Augustin), banquier, 6, rue Saint-Jacques. — Liège.

DUBOST (Édouard), avocat, 24, rue du Béguinage. — Bruxelles.

DUCROST (Abbé), curé de Solutré (Saône-et-Loire — France).

DUFOUR (Henri), 172, chaussée de Haecht. — Bruxelles.

DUGNIOLLE (Max), professeur à l'Université, 57, Coupure. — Gand.

DUMONT (A.), docteur en médecine, 18, chaussée de Charleroy. — Bruxelles.

DUMONT (André), ingénieur, 51, longue rue d'Argile. — Anvers.

DUMONT (Émile), 24, place de Meir. — Anvers.

DUMONT (Madame), 20, rue Soufflot. — Paris.

DUMONT, S. J. (R. P.), Assensole (Bengale).

DURANT (Henri), inspecteur-général des charbonnages patronnés par la Société générale, 3, Montagne du Parc. — Bruxelles.

DU ROUSSAUX (S. G. Mgr), évêque de Tournay.

DUSAUSOY (Clément), professeur à l'Athénée royal, 57, rue Flamande. — Bruges.

DUTORDOIR (Hector), sous-ingénieur provincial, 104, rue Digue de Brabant. — Gand.

ÉCOLE LIBRE SAINTE-GENEVIÈVE, rue Lhomond. — Paris.

ÉCOLE LIBRE DE L'IMMACULÉE-CONCEPTION. — Vaugirard, Paris.

ENGLEBIENNE, docteur en médecine, rue des Sars. — Mons.

DE L'ESCAILLE (Joseph), ingénieur. — Achel, par Neerpelt (Limbourg).

D'ESCLAIBES, S. J. (R. P.), Maison Saint-Louis. — Saint-Hélier (Jersey).

EVEN (Abbé), professeur au Petit-Séminaire. — Floreffe (Namur).

ÉVERARTS (Joseph), docteur en droit, château de Bierbais sous Hévillers, par Mont-Saint-Guibert (Brabant).

FAMENNE (Abbé), curé-doyen de Gembloux.
FAUCON (A.), docteur en médecine. — Le Rœulx.
FAUCON (A.), docteur en médecine, professeur à l'Université, 62, rue de l'Hôpital militaire. — Lille (Nord — France).
FEIJEIRO (Maximino), catedrático de Patologia y Clinica en la Universidad. — Santiago (Espagne).
FÉLICIEN (Monsieur), supérieur-général des Joséphites. — Grammont.
FELIÙ Y PEREZ (Bartolomé), Ronda de la Universidad, 102, — 3° derecha. — Barcelone.
FERNANDEZ SANCHEZ (José), catedrático de Historia universal, en la Universidad. — Santiago (Galice. — Espagne).
FÉRON-DE DECKER (Ch.), avocat, 8, rue Bodenbroeck. — Bruxelles.
FERRAND DE MISSOL (Amédée), 131, rue de Rennes. — Paris.
FETTWEYS (Abbé), 19, rue Limbourg. — Verviers.
FEYENS (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Louis, 111, rue de la Poste. — Bruxelles.
DE FIERLANT (Bon Albert), ingénieur à la Société générale des chemins de fer économiques. — Bruxelles.
FINLAY (Carlos), medico. — Habana (Cuba).
FITA Y COLUMÉ S. J. (R. P. Fidel), calle del Lobo, 34, pral. — Madrid (Espagne).
FLAHAULT (Charles), docteur ès sciences naturelles, chargé de cours à la Faculté des sciences. — Montpellier (Hérault — France).
FOCILLON (Ad.), directeur de l'École municipale Colbert, 27, rue du Château-Landon. — Paris.
FOERSTER (D^r^), professeur d'histoire naturelle. — Aix-la-Chapelle.
DE FONTENAY (Henri), ingénieur des Arts et Manufactures, château de Crécez par Is-sur-Tille (Côte-d'Or — France).
FORNI (Cte Paul). — Bozen (Tyrol — Autriche).
FORTEMPS (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Boniface. — Ixelles.
DE FOVILLE (Abbé), 74, rue de Vaugirard. — Paris.
FRANC (Anatole), Villa Franc. — Saint-Raphaël (Var) ou 16, rue de Montgolfier. — Lyon (Rhône — France).
FRANCOTTE (Xavier), docteur en médecine, 15, quai de l'Industrie. — Liège.
GALLES (René). — Gramilla-en-Arradon, par Vannes (Morbihan — France).
GALLEZ (Louis), docteur en médecine, membre de l'Académie royale de médecine. — Châtelet.

Gandoger (Michel). — Harvengt, par Harmignies (Hainaut).

de Garcia de la Vega (Victor), docteur en droit, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

Gautier, (Chanoine), 79, rue Notre-Dame. — Malines.

Geelhand (Émile) longue rue de l'Hôpital. — Anvers.

Gelin (Abbé) professeur au Collège Saint-Quirin. — Huy.

de Gérando (L.), ingénieur de la marine, rue des Bastions. — Cherbourg (Manche — France).

Gérard (Maurice), ingénieur. — Pont-de-Loup, par Châtelineau.

de Gerlache (Paul), place Saint-Paul. — Nivelles.

Gilbert (Alfred), docteur en médecine. — Givet (Ardennes — France)

Gilbert (Jules), industriel. — Givet (Ardennes — France).

Gilbert (Ph.), professeur à l'Université, de l'Académie pontificale des Nuovi Lincei, 20, rue Notre-Dame. — Louvain.

Gillet (Camille), ingénieur, 13, rue des Écreniers. — Louvain.

Gilliot (Charles), rue de Vénus. — Anvers.

Gillis (Frank), 43, boulevard Botanique. — Bruxelles.

de Godin (B^on^), château d'Arvilles par Naméche (Namur).

Goethals-Malfait (Cte), 8, rue des Foulons. — Gand.

Goethals (Jules), docteur en droit, 95, rue d'Arlon. — Bruxelles.

Goix (Alph.), docteur en medecine, 40, rue de Joinville. — Paris.

Gonthyn (Lucien), architecte, 66A, rue de l'Enseignement. — Bruxelles.

Goris (Charles), 105, rue Rogier. — Schaerbeek.

Grand'Eury (Cyrille), ingénieur, rue de Paris. — Saint-Étienne (Loire — France).

Grandmont (Alphonse), avocat. — Visé.

Granero S. J., (R. P. Jean), St. Beuno's College. — Saint-Asaph (North Wales — Angleterre).

du Graty (B^on^), 108, rue de la Loi. — Bruxelles.

Gravez (Adrien), président du Comité houiller du Centre. — La Louvière (Hainaut).

Greindl (Bon Gustave), 20, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

Grinda (J.), ingénieur des ponts et chaussées, calle de Santiago, 27. — Valladolid (Espagne).

Grob (Abbé Jacques), Collège du Saint-Esprit. — Louvain.

de Grossouvre (A), ingénieur des mines. — Bourges (Cher — France).

de Grunne (Cte François), lieutenant d'artillerie, 67, rue Belliard. — Bruxelles.

Guisasola y Menendez (Victoriano), secrétaire de l'évêché. — Ciudad Real (Espagne).
Haal (Abbé Bernard), curé-doyen de Saint-Michel. — Luxembourg (Grand-Duché).
Haan, docteur en médecine, professeur à l'Université, 133, rue de Tirlemont. — Louvain.
Hahn, S. J. (R. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.
Hairion, docteur en médecine, professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, 9, boulevard de Tirlemont. — Louvain.
Halflants (Louis), membre de la Chambre des Représentants. — Tirlemont.
Halleux (Émile), rue du Vieux-Bourg. — Bruges.
Hamard (Abbé), 12, rue des Dames. — Rennes (Ille-et-Vilaine — France).
Hamoir, docteur en médecine, rue Saint-Aubin. — Namur.
Hanquet (Ferdinand), 16, rue du Laveu. — Liège.
Hanssens, née Gilliodts, 19, rue du Marronnier. — Bruges.
de Harlez (Chanoine), professeur à l'Université, rue des Récollets. — Louvain.
Haton de la Goupillière, ingénieur en chef des mines, examinateur d'admission à l'École polytechnique, 8, rue Garancière. — Paris.
de Haulleville (B^on), 153, rue de la Loi. — Bruxelles.
de la Haye (Auguste), capitaine au 1er régiment de ligne, 44, rue de Florence. — Bruxelles.
Haynald (S. E. le cardinal), archevêque de Kalocsa et Bàcs (Hongrie).
Hayoit, docteur en médecine, professeur à l'Université, 66, rue de Namur. — Louvain.
d'Hemricourt de Grunne (Cte), sénateur, 10, rue Montoyer. — Bruxelles, ou château d'Hamal par Tongres.
Henry (Abbé), vicaire de Saint-Nicolas. — Namur.
Henry (Hector). — Dinant.
Henry (Louis), professeur à l'Université, de l'Académie royale de Belgique, 2, rue du Manège. — Louvain.
Hermite (Charles), membre de l'Institut, 2, rue de Sorbonne. — Paris.
Hertoghe (Eugène), 94, chaussée de Malines. — Anvers.
Hervier (Abbé Joseph), 31, grande rue de la Bourse. — Saint-Étienne (Loire — France).

HEUDE, S. J. (R. P.) — Zi-ka-wey (Chine).
HOUTART (Jules). — Monceau-sur-Sambre (Hainaut).
DE LE HOYE (Louis), 7, rue du Commerce. — Bruxelles.
HUBERT (Eugène), docteur en médecine, professeur à l'Université, 13, rue Léopold. — Louvain.
HUET (Charles), industriel, rue des Jardins. — Lille (Nord — France).
IDE (Justin), docteur en médecine, 25, longue rue de Tournay. — Anvers.
IMPERIALI (Mis) des p^{ces} de Francavilla, 10, rue Montoyer. — Bruxelles, ou château d'Hamal par Tongres.
INSTITUT SAINT-IGNACE. — Anvers.
JACMART, général-major, commandant la 2e brigade d'artillerie, 4, rue Verboeckhaven. — Bruxelles.
JACOBS (Victor), avocat, membre de la Chambre des Représentants, 49, chaussée de Charleroy. — Bruxelles.
JANNET (Claudio), professeur à l'Université catholique, 74, rue de Vaugirard. — Paris.
JANSSENS, docteur en médecine. — Puers (Anvers).
JANSSENS (Guillaume), rue de la Station. — Louvain.
JANSSENS-SMITS (Louis), sénateur. — Saint-Nicolas.
JEANMART (Arthur), avocat, 19, rue des Fossés. — Namur.
JENNER (Ch. I.), ingénieur en chef des ponts et chaussées, directeur des travaux hydrauliques de la Marine, 29, rue Saint-Yves. — Brest (Finistère — France).
DE JOIGNY (Bon G.), 29, rue de l'Industrie. — Bruxelles.
JOLY (Léon), avocat, 28, rue de la Concorde. — Bruxelles.
JORDAN (Camille), membre de l'Institut, 48, rue de Varennes. — Paris.
JOUBERT, S. J. (R. P.), doyen de la faculté des sciences à l'Université catholique, 18, rue Lhomond. — Paris.
JOURDAIN (Louis), ingénieur, 9, rue de Ligne. — Bruxelles.
DE KERCHOVE (Raymond), 12, place de la Station. — Gand.
DE KERCKHOVE (Vte Eugène), membre de la Chambre des Représentants. — Malines.
KERVILER (René), ingénieur des ponts et chaussées. — Saint-Nazaire (Loire-Inférieure — France).
DE KIRWAN (Charles), rue Soufflot. — Auxerre (Yonne — France).
KLOTH (Joseph), rédacteur en chef de la *Famille*, 215, rue Royale. — Bruxelles.
KURTH (Godefroid), professeur à l'Université, 62, rue Lairesse. — Liége.

Lacompte (Camille), docteur en médecine. — Tamise.
Lacor (E.), chargé de cours à la Faculté catholique des sciences, 4, rue des Pyramides. — Lille (Nord — France).
Lafont, S. J. (R. P.), directeur de l'Observatoire héliospectroscopique, 10, Parkstreet. — Calcutta.
de Lagarde (Abbé), directeur du Collège Stanislas, 22, rue Notre-Dame-des-Champs. — Paris.
Lagasse (Alexandre), pharmacien, 4, rue Saint-Maurice — Nivelles.
Lagasse (Charles), ingénieur principal des ponts et chaussées, 25, rue de Hollande. — Bruxelles.
Lahousse (Chanoine), professeur au grand Séminaire. — Bruges.
Lamarche (Émile), 81, rue Louvrex. — Liège.
Lambert (Camille), ingénieur, 29, rue Fabry. — Liège.
Lamey (R. P. Dom Mayeul) O. S. B., prieuré de Saint-Benoît, Grignon par Montbard (Côte-d'Or — France).
Lamy (Chanoine), président du Collège Marie-Thérèse. — Louvain.
de Lapparent (A.), professeur à l'Institut catholique, 3, rue de Tilsitt. — Paris.
Latine, docteur en médecine. — Marbaix-Marbisoux (Brabant).
Latteur (Auguste), propriétaire. — Mons.
Lavaud de Lestrade, prêtre de Saint-Sulpice, professeur de sciences au Séminaire. — Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme — France).
Lavaux (Eugène), propriétaire. — Saint-Léger près Arlon.
Lebesconte (P.), pharmacien, 15, Bas des Lices. — Rennes (Ille-et-Vilaine — France).
Lebon, docteur en médecine, place Saint-Paul. — Nivelles.
Ledresseur (Charles), docteur en médecine, professeur à l'Université, 75, voer des Capucins. — Louvain.
Lefebvre, docteur en médecine, professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, 36, rue de Bériot. — Louvain.
Lefebvre (Abbé Bruno), 36, rue de Bériot. — Louvain.
Lefebvre (Abbé Ferdinand), professeur à l'Université, 36, rue de Bériot. — Louvain.
Lefebvre (Henri), 19, rue des Deux-Églises. — Bruxelles.
Lefebvre (Paul), avocat, 4, rue du Parnasse. — Bruxelles.
Legouis, S. J. (R. P.), docteur ès-sciences, 73, rue de Vaugirard. — Paris.

LEGRAND-BENOIT, 31, rue de Bruxelles. — Namur.
LE GRELLE (Cte Ferdinand), 21, rue Van Brée. — Anvers.
LEIRENS-ÉLIAERT, sénateur, rue du Pont. — Alost.
LEJEUNE-SIMONIS, château de Sohan par Pepinster (Liège).
LE PAIGE (C.), chargé de cours à l'Université de Liège, 21, rue des Anges. — Liège.
LESUISSE, vice-président du tribunal de 1re instance. — Dinant.
DE LICHTERVELDE (Cte Gontran), secrétaire de légation, 281, chaussée de Wavre. — Bruxelles.
DE LIEDEKERKE (Cte Charles), 24, rue de l'Industrie. — Bruxelles.
DE LIEDEKERKE (Cte Émile), 59, avenue de la Toison d'Or. — Bruxelles.
DE LIEDEKERKE DE PAILHE (Cte Édouard), 47, rue des Arts. — Bruxelles.
LIÉNART (Pierre), 5, rue Crespel. — Bruxelles.
DE LIMBURG-STIRUM (Cte Samuel), 30, rue du Luxembourg. — Bruxelles.
DE LIMBURG-STIRUM (Cte Thierry), sénateur, rue Hautport. — Gand.
DE LIMMINGHE (Cte), château de Gesves, par Assesse (Namur).
LIMPENS (Émile), avocat, place Impériale. — Alost.
DE LISLEFERME (Henry), ingénieur de la marine en retraite. — Taillebourg (Charente-Inférieure — France).
DE LOCHT (Léon), ingénieur, Mont-Saint-Martin. — Liège.
LONNEUX (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Louis. — Bruxelles.
MAAS, S. J. (R. P.), église N.-D., quai Wynhaven. — Rotterdam (Pays-Bas).
MABILLE (Léon), professeur à l'Université. — Louvain.
MAERTENS (Chanoine), professeur au petit Séminaire. — Saint-Nicolas.
MALCORPS (Ernest), avocat, 5, rue des Vaches. — Louvain.
MALISOUX (Émile), ingénieur des mines. — Charleroy.
MANSION (Paul), professeur à l'Université, 6, quai des Dominicains. — Gand.
DE MARSILLY (Général), 13, rue Chantepinot. — Auxerre (Yonne — France).
MARTENS (Édouard), professeur à l'Université, 27, rue Marie-Thérèse. — Louvain.
MARTIN (Abbé), supérieur du Grand-Séminaire. — Moulins (Allier — France).
MARTIN (Gabriel), avocat, avenue de la République. — Guéret (Creuse — France).
MARTINEZ Y SAEZ (Francisco de Paula), professeur de zoologie au Musée d'histoire naturelle, 1, 4° izq^a^, calle Vergara. — Madrid (Espagne).

Masoin (E.), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, 15, place Sainte-Anne. — Louvain.

Massalski (U.), professeur à l'Université. — Louvain.

Masurel (Paul), industriel. — Roubaix (Nord — France).

Matagne (Jules), docteur en médecine, 177, rue de Terre-Neuve. — Bruxelles.

de Maupeou (Cte Louis), ingénieur de la marine, 34, rue Ste-Adresse. Le Havre (Seine-Inférieure — France).

Mayer (Henri), avocat, 31, rue Saint-Jacques. — Tournay.

de Meeus (Cte Eugène), 26, rue de la Science. — Bruxelles.

de Meeus (Cte Henri), ingénieur, 72, rue du Vertbois. — Liége.

Meeus (Eugène), membre de la Chambre des Représentants, 42, rue Houblonnière. — Anvers.

Meeus-Honnorez (L.), distillateur. — Wyneghem par Anvers.

Meeus-Van Reeth (L.), 11, longue rue de l'Hôpital. — Anvers.

Mello (Rev. J. Magens), Rectory, Brampton. — Chesterfield (Angleterre).

Mémoire (Frère), directeur du Pensionnat Saint-Berthuin. — Malonne, par Floreffe (Namur).

Ménétrier (Ambroise), professeur à l'École des mines du Hainaut. — Mons.

Ménétrier (Louis), capitaine d'artillerie en retraite. — Merbes-le-Château (Hainaut).

Mercier (Abbé Adolphe), principal du Collège de Binche.

Mertens (Guil.), ingénieur, directeur de l'usine à gaz, 73, rue de Tourcoing. — Roubaix (Nord — France).

Merveille (Léopold), docteur en médecine, 5, rue Nagelmaekers. — Liége.

Meyers (Chanoine), curé de Saint-Jean, 40, cloître Saint-Jean. — Liége.

Micha, professeur à l'Université, 8, place du Peuple. — Louvain.

Michaux, professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine. — Louvain.

Michiels (Abbé), curé de Saint-Roch. — Bruxelles.

Michiels (Chanoine), professeur au Collège Saint-Rombaut.— Malines.

Miot (Léopold), docteur en médecine, de l'Académie royale de médecine, 15, rue de Beaumont. — Charleroi.

Misonne (Lucien), directeur-gérant des charbonnages du Hasard. — Tamines (Namur).

MOELLER, docteur en médecine, 1, rue Montoyer. — Bruxelles.
MOIGNO (Abbé Fr.), 2, rue de Strasbourg. — Saint-Denis (Seine — France).
MONCHEUR, 54, boulevard de Waterloo. — Bruxelles; ou Namêche (Namur).
DE MONGE (Francis), professeur à l'Université, rue des Récollets. — Louvain.
DE MONGE (Léon), professeur à l'Université, rue aux Joncs. — Louvain.
MONSARRAT (G.), 23, rue Boissy d'Anglas. — Paris.
DE MOREAU D'ANDOY (Chev), membre de la Chambre des Représentants. — Andoy par Jambes (Namur); ou rue Verte — Namur.
MORETUS (René), place de Meir. — Anvers.
MULLENDERS (Joseph), ingénieur, 21, rue Duvivier. — Liége.
DE NADAILLAC (Mis), 8, rue d'Anjou. — Paris.
NAMÈCHE (Mgr), ancien recteur magnifique de l'Université. — Louvain.
DE NAMUR D'ELZÉE (Cte), sénateur. — Dhuy par Eghezée (Namur).
DE NÉDONCHEL (Cte Léon), 80, rue de la Loi. — Bruxelles.
NÈVE (Félix), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 52, rue des Orphelins. — Louvain.
NÈVE (Louis), ingénieur, rue Jovelle. — Paris.
NEWTON (Général John), 279, Adelphi Street. — Brooklyn, New-York.
NOËL (Abbé François), Institut Saint-Joseph. — La Louvière.
NOLLÉE DE NODUWEZ, 116, rue Royale. — Bruxelles.
NOULET (Ernest), ingénieur. — Bracquegnies (Hainaut).
NUYTS (Abbé), curé-doyen de Ste-Gudule. — Bruxelles.
OBET DE CHEVVEL, docteur en médecine, 36bis, rue du Champ-des-Oiseaux. — Rouen (Seine-Inférieure — France).
OLDENHOVE (Philippe), ingénieur, propriétaire à Florival-sur-Dyle, par Grez-Doiceau (Brabant).
O'MALLEY, S. J. (R. P.), St. Patrick's college. — Melbourne (Victoria — Australie).
OMMEGANCK (Clément), 25, rue aux Laines. — Anvers.
OOMEN (A.), 18, rue St-Laurent. — Anvers.
ORBAN (Grégoire), rue de la Station. — Louvain.
ORTIZ (Jean-Miguel), secretario del Banco colonial. — Habana (Cuba).
ORTIZ (Abbé L. Ph.), doyen de la cathédrale. — Léon (Espagne).
OSY DE WICHEM (Bon), longue rue de l'Hôpital. — Anvers.
OTTO (Jean), 36, Marché-aux-Herbes. — Bruxelles.

Paeile, bibliothécaire et archiviste de la ville, 25, rue d'Antin. — Lille (Nord — France).

Palgen (Charles), ingénieur civil. — Walferdange (Grand-Duché de Luxembourg).

Papillon (Docteur), professeur à l'Université catholique, 14, rue Beauharnais. — Lille (Nord — France).

Pardon (Gustave), ingénieur. — Bracquegnies (Hainaut).

Passelecq (Philippe), ingénieur. — Jumet (Hainaut).

de Patin de Langemarck (Vte), 57, rue du Canal. — Louvain.

Patroni (Monsign. Giuseppe), dott. in filosofia in teologia ed in ambe le leggi, 47, piazza del Gesù. — Rome.

Pelligero (Gonzalo), avocat, rédacteur en chef de la *Voz de Cuba*. — La Havane (Cuba).

de Peñaranda (Frédéric), 21, rue de la Science. — Bruxelles.

Pepin (R. P. Théophile), S. J. — Cluses (Haute-Savoie — France).

Peretti (Abbé), curé de Sainte-Marie. — Calvi (Corse — France).

Perry, S. J. (R. P.), directeur de l'Observatoire de Stonyhurst, de la Société royale de Londres. — Stonyhurst near Blackburn (Angleterre).

Peyrot (Gérard), 33, rue Vieille Bourse. — Anvers.

Pichault (Stéphane), ingénieur, chef de section à la Société John Cockerill. — Tilleur.

Piéraerts (Mgr), recteur magnifique de l'Université. — Louvain.

Piet (Gustave), propriétaire, rue Chabot-Charny. — Dijon (Côte-d'Or — France).

de Pillon de S. Philbert (A.), 2, rue S. Thomas. — Douai (Nord — France).

Pirard (Abbé), vicaire général, 6, boulevard Léopold. — Namur.

Piret (Camille), ingénieur à Monceau-Fontaine. — Monceau-sur-Sambre (Hainaut).

Piscé (Chanoine), rue des Bateaux. — Malines.

Planté (Gaston), licencié-ès-sciences, 56, rue des Tournelles. — Paris.

de Ponthière (Albert), propriétaire-agriculteur, 23, rue d'Archis. — Liège.

de Posch (Major), sous-intendant militaire de 1re classe, 87, rue de l'Hôtel des Monnaies. — Bruxelles.

Post (Abbé Nicolas), professeur au Grand-Séminaire. — Luxembourg (Grand-Duché).

Poullet (Edmond), professeur à l'Université. — Louvain.

Proost (Alphonse), professeur à l'Université de Louvain, 64, rue de Stassart. — Bruxelles.

Provincial (R. P.) de la Compagnie de Jésus, 131, rue Royale extérieure. — Bruxelles.

Puiseux (Vict.), membre de l'Institut, 81, boulevard St-Michel. — Paris.

Quairier, 25, boulevard du Régent. — Bruxelles.

Quinet (Alfred), docteur en droit, 33, rue de l'Enseignement. — Bruxelles.

Quirini (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Louis. — Bruxelles.

Rachon (Abbé Prosper), curé de Ham et Saint-Jean, par Longuyon (Meurthe-et-Moselle — France).

Radel (O.). — Saint-Loup-sur-Aujon (Haute-Marne — France).

de Radiguez (F.), inspecteur provincial de la voirie vicinale. — Namur.

Raikem (Florent), avocat, Mont-Saint-Martin. — Liège.

Rathouis, S. J. (R. P.). — Zi-ka-wey (Chine).

Ravain (Abbé J.-R.), professeur à l'Université, 14, rue Bernier. — Angers (Maine-et-Loire — France).

Réchin (Abbé), professeur au Collège de Mamers (Sarthe — France).

de Régnon, S. J. (R. P.), 18, rue Lhomond. — Paris.

Renard, S. J. (R. P.), Collège Saint-Michel, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Reynaert, docteur en médecine, rue du Progrès. — Saint-Nicolas.

de Ribaucourt (C[te]), sénateur, 33, rue Ducale. — Bruxelles.

Roberti (Jules), notaire, membre du Conseil provincial du Brabant. — Louvain.

de Robiano (C[te]), 45, rue de Namur. — Bruxelles.

de la Roche (Alph.), directeur-gérant des mines et usines de Strépy-Bracquegnies (Hainaut).

de la Roche (Ch[er] Camille), rue de Houdain. — Mons.

de la Roche (Chanoine Ch.), rue Roc-Saint-Nicaise. — Tournay.

de la Roche de Marchiennes (Émile). — Harvengt par Harmignies (Hainaut).

Roderburg (Fritz), docteur en sciences naturelles, 119, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

de Rodes (M[is]), 85, rue du Commerce. — Bruxelles.

Rojas, S. J. (R. P.), professeur d'histoire naturelle, Colegio. — Carrion de los Condes. — Espagne).

ROLIN (Georges), agent de change, 25, rue du Congrès. — Bruxelles.
ROLIN (Jules), avocat, 23, rue de Suisse. — Bruxelles.
ROLLIER (Émile), ingénieur, 37, rue Léopold. — Malines.
DE ROUILLÉ (Cte), 44, avenue des Arts. — Bruxelles.
ROUSSEL (Lucien), professeur à l'École Forestière, 11, rue de la Ravinelle. — Nancy (Meurthe-et-Moselle — France).
DE ROYE DE WICHEN, château de Meerhout, par Gheel (Anvers).
RUPIN, docteur en médecine, rue de Paris. — Vitré (Ille-et-Vilaine — France).
SACRÉ (Mgr), curé-doyen de Notre-Dame, 1, rue Saint-Pierre. — Anvers.
SAEY (Henri), notaire. — Renaix.
SAEY (Joseph), 18, avenue de la porte de Hal. — Bruxelles.
SAEY (Abbé Pr.), vicaire à Saint-Étienne, 20, cour du Prince. — Gand.
DE SAINT-VENANT (A. Barré), membre de l'Institut. — Saint-Ouen, près Vendôme (Loir-et-Cher — France).
SALTERAIN (Pedro), ingénieur des mines. — La Havane (Cuba).
DE SALVERT (Vte), professeur à l'Université, 157, boulevard de la Liberté. — Lille (Nord — France).
SANCHEZ, S. J. (R. P. Hilario), Colegio. — Carrion (Palencia — Espagne).
SANCHEZ CASADO (Félix), professeur au Lycée du cardinal Cisneros, 2, rue de Pavia. — Madrid (Espagne).
DE SANTA CRUZ (Ivan Armada Hernandez de Cordova, Mis), 9, rua Nueva. — Santiago (Galice — Espagne).
SANZ Y LOPEZ (Cesareo), profesor de matemáticas, calle del Colegio de Doncellas. — Toledo (Espagne).
SCHEYVEN (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Louis. — Bruxelles.
SCHMIDT (Henri), intendant de la maison de Croy. — Le Rœulx.
SCHMITZ (Hubert), 58, rue Saint-Joseph. — Anvers.
SCHNEIDER, docteur en médecine, 26, rue Belliard. — Bruxelles.
SCHOBBENS, docteur en médecine, 49, longue rue Neuve. — Anvers.
SCHOEMAKER (W.-J.), professeur à l'École moyenne. — Nimègue (Pays-Bas).
DE SCHOUTHEETE DE TERVARENT (Ch^er^), vice-président du Conseil provincial de la Flandre-Orientale. — Saint-Nicolas.
SCHUL (Maurice), 12, rue de l'Amidon. — Anvers.
DE SEGOVIA (Dr Alberto), profesor de Historia natural en la Universidad de Salamanca (Espagne).
DE SELLIERS DE MORANVILLE (Ch^er^ A.), lieutenant d'artillerie, 44^a^, chaussée de Charleroi — Bruxelles.

SERRET (Paul), professeur à l'Université catholique, 240, rue de Vaugirard. — Paris.
SERVAIS (Abbé Adolphe), vicaire. — Andenne.
SIMONIS (Alfred), membre de la Chambre des Représentants. — Verviers.
SIMONIS (Iwan), industriel. — Verviers.
SIMONIS (Louis), industriel. — Verviers.
SMEKENS (Théophile), président du tribunal de 1re instance, 31, avenue Quentin Metsys. — Anvers.
SNYERS, docteur en médecine, 10, rue de l'Évêché. — Liége.
SNYERS (Raymond), ingénieur, 15, rue Marie-Thérèse. — Bruxelles.
SOLANO Y EULATE (José Maria), professeur de géologie au Musée d'histoire naturelle, calle de Jacometrezo, 41-bajo. — Madrid (Espagne).
SOLVYNS, sénateur. — Tronchiennes (Flandre-Orientale).
SOLVYNS (Albert), 7, avenue de la Place d'Armes. — Gand.
SOREIL, ingénieur. — Maredret sous Sosoye, par Anthée (Namur).
DE SOUZA GONZALVÈS (José), ingénieur civil, rua de Jungueira, 79. — Belem-Lisbonne (Portugal).
DE SPARRE (Cte), professeur à l'Université catholique de Lyon, château de Vallière. — Saint-Georges-de-Rencins (Rhône — France).
SPRINGAEL (Auguste), ingénieur. — Aywaille (Liége).
STAPPAERTS (Eugène), juge au tribunal de 1re instance. — Anvers.
STASSE, professeur au Collège de la Sainte-Trinité, rue Marie-Thérèse. — Louvain.
STILLEMANS (Chanoine A.), docteur en philosophie et lettres, supérieur du Séminaire. — Saint-Nicolas.
STILLEMANS (Abbé Louis), professeur à l'Institut Saint-Joseph. — Saint-Nicolas.
STINGLHAMBER (Émile), docteur en droit, 33, rue des Minimes. — Bruxelles.
STOESSER, (Alphonse), directeur-gérant de la Société anonyme du charbonnage de Sacré-Madame. — Dampremy (Hainaut).
STORMS (Abbé Camille), curé de Ganshoren par Jette (Brabant).
STORMS (John), 52, rue des Champs-Élysées. — Bruxelles.
STORMS (Raymond), 13, rue du Président. — Bruxelles.
STROMEYER (Abbé Auguste), curé. — Winckel (canton Ferrette — Haute-Alsace).

STRUELENS (Alfred), professeur au Collège de la Sainte-Trinité. — Louvain.

SURBLED, docteur en médecine, 45, rue de La Boëtie. — Paris.

SWOLFS (Abbé), professeur au petit Séminaire. — Malines.

TAYMANS (Émile), avocat, 90, rue de Stassart. — Bruxelles.

TEIXEIRA (Gomes), professeur à l'Université. — Coïmbra (Portugal).

TENNSTEDT (Constant), propriétaire, 41, rue de la Vanne. — Bruxelles.

THEUNIS (Auguste), répétiteur à l'Université, 83, rue de Tirlemont. — Louvain.

THIBAUT (Eugène), avocat, rue de la Cloche. — Namur.

THIBAUT (L.), ingénieur. — Landelies, par Marchienne (Hainaut).

THIBAUT (Victor), ingénieur. — Ciney.

THIBAUT (Xavier). — Jambes.

THIÉBAULD (Charles), avocat, 60, rue Saint-François. — Bruxelles.

THIÉBAUT (Fernand), ingénieur. — Jumet (Hainaut).

THIERNESSE (Abbé), curé d'Ittre, par Braine-le-Château (Brabant).

THIMUS (Léon), ingénieur, 37, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

THIMUS (Oscar), docteur en médecine. — Dolhain-Limbourg (Liège).

THIRION (Alphonse), pharmacien. — Sclayn par Namèche (Namur).

THIRION, S. J. (R. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

TIMMERMANS (François), ingénieur de la Société de Couillet, par Charleroi.

TOUSSAINT (Charles), ingénieur. — Hal.

DE TRANNOY (Bon Paul), 99, rue de la Poste. — Bruxelles.

TRAS, S. J. (R. P.), professeur au Collège de la Paix. — Namur.

DE TRAZEGNIES (Mis). — Corroy-le-Château, par Gembloux.

TROCH (Pierre), inspecteur provincial des écoles primaires. — Lierre.

DE T'SERCLAES (Mgr Charles), président du Collège belge. — Rome.

DE T'SERCLAES (Cte Jacques), lieutenant au 1er rég. d'artillerie; à l'École de Guerre. — Bruxelles.

T'SERSTEVENS (George), 52, boulevard de l'Observatoire. — Bruxelles.

T'SERSTEVENS (Léon), 52, boulevard de l'Observatoire. — Bruxelles.

T'SERSTEVENS-NICOLAY, propriétaire. — Stavelot.

TURQUAN, professeur à la faculté des sciences de l'Université catholique. — Angers (Maine-et-Loire — France).

TYKORT (Émile), ingénieur civil. — Perck, par Vilvorde.

D'URSEL (Cte Aymard), lieutenant d'artillerie, 22, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

d'Ursel (Cte Charles), secrétaire de légation, 22, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

d'Ursel (Cte Ludovic), sénateur, 22, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

Valcarcel Vargas (Dr Lope), medico de la Beneficencia. — Carrion (Palencia — Espagne).

du Val de Beaulieu (Cte), 55, avenue des Arts. — Bruxelles.

Valette (Madame), 20, rue Soufflot. — Paris.

de la Vallée Poussin (Charles), professeur à l'Université, 190, rue de Namur. — Louvain.

Van Biervliet (Joseph), professeur à l'Université, 1, rue Saint-Hubert. — Louvain.

Van Biervliet (Louis), docteur en médecine, 19, place de la Monnaie. — Anvers.

Vanden Berg (Charles), notaire, place Saint-Paul. — Liège.

Vanden Bossche (Paul), 11, rue des Juifs. — Anvers.

Vanden Peereboom (E.), ingénieur, 13, rue d'Artois. — Liège

Vanden Peereboom (Jules), avocat. — Courtrai.

vanden Steen de Jehay (Cte Hermann), lieutenant au 3e régiment d'artillerie, 68, rue de la Concorde. — Bruxelles.

vander Bruggen (Bon Maurice), rue du Gouvernement. — Gand.

Vanderesse (Chanoine), rue de l'Arsenal. — Namur.

Vander Haeghen (William), avocat, 44, rue Berckmans. — Bruxelles.

Vander Laat (E.), ingénieur, 17, canal des Récollets. — Anvers.

Vander Linden (Camille), 30, rue de la Vierge Noire. — Bruxelles.

Vander Stocken (Anatole), château de Lillois, par Nivelles.

vander Straten-Ponthoz (Cte François), 13, rue de la Loi. — Bruxelles.

vander Straten-Ponthoz (Cte Ignace), général d'artillerie en retraite. 29, rue Joseph II. — Bruxelles.

Vander Voordt (Jules), ingénieur, 83, marché aux Chevaux. — Anvers.

Van de Woestyne (Chanoine), professeur au grand Séminaire. — Bruges.

Van Drèche, docteur en médecine, rue de l'Ouvrage. — Namur.

Van Dromme, docteur en médecine, rue des Chartreuses. — Bruges.

Van Goidsnoven, docteur en médecine, 35, rue de la Casquette. — Liège.

Van Goidsnoven (Léopold), 54, boulevard de Waterloo. — Bruxelles, ou Aische-en-Refail, par Perwez (Namur).

Van Gulick, S. J. (R. P.), 2237, rue de Tongres. — Maastricht (Pays-Bas).

Van Heeswyck (Chanoine). — Liège.
Vannutelli (S. E. Mgr S.), nonce apostolique. — Vienne (Autriche).
Van Schendel (Théodore), ingénieur. — Afrique.
Van Segvelt (Edmond), 112, boulevard des Arbalétriers. — Malines.
Van Tricht, S. J. (R. P.), Collège N.-D. de la Paix. — Namur.
Van Vyve, docteur en médecine, médecin du régiment du génie. — Anvers.
Van Zeebroeck (Abbé), directeur à l'Établissement des Sœurs Grises. — Diest.
Van Zuylen-Orban (Gust.), industriel, 8, quai de l'Industrie. — Liège.
Venneman, docteur en médecine, professeur à l'Université. — Louvain.
Vercruysse (Victor), 61, rue de France. — Courtrai.
Verhelst (Abbé), 91, avenue des Arts. — Anvers.
Verhoustraeten (R.), ingénieur, chantier John Cockerill. — Anvers.
Verriest (G.), docteur en médecine, professeur à l'Université, 25, rue des Écreniers. — Louvain.
Vicaire (Eugène), ingénieur en chef des mines, 30, rue Gay-Lussac. — Paris.
Vigordun, S. J. (R. P.), rector del Colegio del Jesus. — Tortosa (prov. de Tarragona — Espagne).
de Villegas de Saint-Pierre (Cte), 28, rue Marie de Bourgogne. — Bruxelles.
de Villegas de Saint-Pierre (Cte Ulric). — Ganshoren par Jette (Brabant), ou 1, rue de Spa. — Bruxelles.
de Villers-Vergauwen, 12, marché au Lin. — Gand.
Villié, professeur à l'Université catholique, 15, rue Charles de Muyssart. — Lille (Nord — France).
Viñes (R. P. Benito), director del Observatorio, Colegio de Belen. — La Havane.
de Vorges (E. Domet), 74, rue Miromesnil. — Paris.
Walravens (Abbé Adelson), professeur au Séminaire de Bonne-Espérance, par Binche.
Ward (John), ingénieur civil, 73, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.
Wasseige (Armand) fils, banquier, 2bis, rue Godefroid. — Namur.
Wasseige (François), rue Grandgagnage. — Namur.
Wattecamps, docteur en médecine, rue St-Piat. — Tournay.
de Wavrin (Mis), 49, boulevard du Régent. — Bruxelles.
Wérotte (François), ingénieur civil. — Fooz-Wépion (Namur).

WÉRY (Vincent), président du tribunal de 1re instance, 4, rue des Telliers. — Mons.

WILLIÈME (Ferdinand), docteur en médecine, membre de l'Académie royale de médecine, 29, rue du Mont Escouvet. — Mons.

DE WITTE (Bon Henri), 27, rue Otto Venius. — Anvers.

WITTMANN (Jules), docteur en médecine. — Malines.

WITZ (Aimé), professeur à l'Université catholique, 127, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

WOLF, astronome de l'Observatoire de Paris, 95, rue des Feuillantines. — Paris.

DE WOUTERS (Chanoine). — Braine-le-Comte.

DE WOUTERS (Chev Lambert). — Rotselaer par Wespelaer (Brabant).

YSEBRANT DE LENDONCK (Albéric), place Liévin Bauwens. — Gand.

ZAMAN (Félix), 58, rue de Trèves. — Bruxelles.

ZECH (Guillaume), négociant. — Soignies.

ZOUDE (Abbé Léopold), 23, rue Vanderlinden. — Bruxelles.

Liste des membres décédés.

Le vicomte DE BEUGHEM	Bruxelles.
Gustave DE JAER	Liège.
E. GISLER	Bruxelles.
F. LE PLAY	Paris.
A. NEISSEN	Bruxelles.
Paul NÈVE	Issanghila (Congo).
Henri SOENENS	Paris.
Victor TERWANGNE	Liège.
Le baron WHETNALL	Liège.

Listes des membres inscrits dans les sections.

1re Section.

Mathématiques, Astronomie, Géodésie. — Mécanique. — Génie civil et militaire.

MM. Antoine d'Abbadie.
Adan de Yarza.
Albear y Lara.
R. P. Alcolado, S. J.
Docteur F. Anschütz.
A. Barré de Saint-Venant.
Théodore Belpaire.
R. P. de Benazé, S. J
Pce Boncompagni.
du Boys.
R. P. Braun, S. J.
MM. N. Breithof.
Constantin de Burlet.
L. de Bussy.
R. P. Carbonnelle, S. J.
Joseph Carnoy.
Abbé Coppieters de Stockhove.
Émile Cousin.
L. Cousin.
Louis Criquillion.
Louis De Beys.
R. P. Delsaulx, S. J.

MM. J. De Tilly.
Dusausoy.
R. P. d'Esclaibes, S. J.
Franc.
Abbé Gelin.
Ph. Gilbert.
Bon G. Greindl.
de Grossouvre.
Cte François de Grunne.
Haton de la Goupillière.
Charles Hermite.
Général Jacmart.
Jenner.
Camille Jordan.
R. P. Joubert, S. J.
Lacor.
R. P. Lafont, S. J.
Charles Lagasse.
Camille Lambert.
R. P. Dom Lamey.
Abbé Bruno Lefebvre.
C. Le Paige.
Cte Charles de Liedekerke.
de Lisleferme.
Léon de Locht.
Paul Mansion.
de Marsilly.
Cte L. de Maupeou.

MM. Ambroise Ménétrier.
Micha.
Abbé Fr. Moigno.
Général John Newton.
R. P. Pepin, S. J.
R. P. Perry, S. J.
Chanoine Pisoé.
Victor Puiseux.
Vte de Salvert.
Sanz y Lopez.
Chr A. de Selliers de Moranville.
Paul Serret.
R. Snyers.
Cte de Sparre.
Teixeira,
Fernand Thiébaut.
R. P. Thirion. S. J.
François Timmermans.
Cte Jacques de T'Serclaes
Turquan.
Cte Aymard d'Ursel
E. Vandenpeereboom.
Van Schendel.
Abbé Van Zeebroeck.
Vicaire.
Villié.
John Ward.
Aimé Witz.

2me Section.

Physique. — Chimie. — Métallurgie. — Météorologie et Physique du Globe.

MM. Alfageme.
Aschman.
Cte Ch. d'Aspremont-Lynden.
Bariff.

MM. A. Béchamp.
Charles Blas.
Alfred Blondel.
Bonamis.

MM. Auguste Bonnevie.
Branly.
Alfred Brêmen.
Bruylants.
Antouio Casares.
Chautard.
R. P. Choné, S. J.
Jules Dallemagne.
Camille Dautricourt.
Pierre De Heen.
Abbé J. Delorge.
Herman De Preter.
A Devivier.
François Dewalque.
Dincq-Jordan.
André Dumont.
R. P. Dumont, S. J.
Dutordoir.
Feliù y Perez.
L. de Gérando.
Gérard.
Gillet.
R. P. Granero, S. J.
Gravez.
Abbé Grob.
Hector Henry.
Louis Henry.
René Kerviler.
Guillaume Lambert.
R. P. Maas, S J.

MM. Malisoux.
U. Massalski.
Mertens.
Chanoine Michiels.
Lucien Misonne.
Joseph Mullenders.
Oldenhove.
R. P. O'Malley, S. J.
Louis Nève.
Palgen.
Pichault.
Abbé Pirard.
G. Planté.
Abbé Quirini.
Abbé Ravain.
R. P. de Régnon, S. J.
Roderburg.
Rupin.
Salterain.
Alexandre Sobier.
de Souza Gonzalvès.
Springael.
Auguste Theunis.
R. P. Tras, S. J.
Tykort.
Jules Vander Voordt.
R. P. Van Tricht, S. J.
Abbé Verhelst.
R. Verhoustraeten.
R. P. Viñes, S. J.

3me Section.

Géologie, Minéralogie. — Botanique. — Zoologie. — Paléontologie. — Anthropologie, Ethnographie, Science du langage. — Géographie.

MM. Chanoine Abbeloos.
d'Acy.
Fr. Alexis.
Almera.
Arcelin.
Cte Alb. d'Auxy de Launois.
Baguet.
Baillon.
Abbé Bardin.
Abbé Bauwens.
Joachim Barrande.
Émile Bayle.
Bernardin.
Mis de la Boëssière-Thiennes.
Abbé Boulay.
Abbé Bourgeat.
Bon de Bounam de Ryckholt.
Cte L. de Briey.
Abbé Campelo.
Abbé Carnoy.
Firmino Casares.
Abbé Coenraets.
Chanoine Colson.
Paul Daron.
Dassonville.
Abbé De Brouwer.
Docteur Louis Delgeur.
Chanoine Adolphe Delvigne.
Émile de la Roche.
Max Deprez.
Abbé Descamps.
Abbé Detierre.

MM. Gustave Dewalque.
Diaz de Arcaya.
Abbé Ducrost.
Max Dugniolle.
Bon Albert de Fierlant.
R. P. Fita, S. J.
Flahault.
Docteur Foerster.
Abbé de Foville.
Gandoger.
Grand'Eury.
Bon du Graty.
Abbé Bernard Haal.
Abbé Hamard.
Cte d'Hemricourt de Grunne.
Abbé Jeseph Hervier.
R. P. Heude, S. J.
Charles de Kirwan.
Godefroid Kürth.
A. de Lapparent.
Abbé Ferdinand Lefebvre.
Cte G. de Lichtervelde.
Abbé Lonneux.
Édouard Martens.
Martinez y Saez.
Mello.
Mis de Nadaillac.
Abbé Noël.
Oomen.
Abbé Nicolas Post.
Abbé Rachou.
R. P. Rathouis, S. J.

MM. R. P. Renard, S. J.
R. P. Rojas, S. J.
Abbé Scheyven.
Abbé Servais.
Solano.
Albert Solvyns.
Alfred Struelens.
Abbé Swolfs.
Cte Charles d'Ursel.

MM. Charles de la Vallée Poussin.
Van Drèche.
Van Segvelt.
John Storms.
R. Storms.
Mis de Wavrin.
Wérotte.
Bon de Witte.

4me Section.

Anatomie, Physiologie. — Hygiène. — Pathologie, Thérapeutique, etc.

MM. Augier.
Barcia Caballero.
Isidore Bauwens.
Joseph Béchamp.
D. Bertrand.
Abel Bourdeau.
Bribosia.
César.
Cousot.
P. J. E. Crainincx.
Cuylits.
Debaisieux.
Delétrez.
Desplats.
A. Dumont.
Englebienne.
A. Faucon (Le Rœulx).
A. Faucon (Lille).
Feijeiro.
Finlay.
Xavier Francotte.
Gallez.
Alfred Gilbert.

MM. Goix
Haan.
R. P. Hahn, S. J.
Hairion.
Hamoir.
Hayoit.
Eugène Hubert.
Justin Ide.
Janssens.
Antoine Kums.
Alexandre Lagasse.
Latine.
P. Lebesconte.
Lebon.
Charles Ledresseur.
Lefebvre.
E. Masoin.
Jules Malagne.
Léopold Merveille.
Michaux.
Léopold Miot.
Mœller.
Obet.

MM. Papillon.
Alphonse Proost.
Reynaert.
Schneider.
Schobbens.
Snyers.
Surbled.
Oscar Thimus.
MM. Valcarcel.
Louis Van Biervliet.
Van Goidsnoven.
Venneman.
Verriest.
Wattecamps.
Ferdinand Willième.
Wittmann.

5me Section.

Agronomie. — Économie sociale, Statistique. — Sciences commerciales Économie industrielle.

MM. Charles Bareel.
Auguste Beckers.
Adolphe Berleur.
Victor Bonnevie.
Abbé Th. Bouquillon.
Armand Brifaut.
François de Cannart d'Hamale.
Jules Cartuyvels.
Colmant.
Davignon.
Pce Emmanuel de Croy.
Pce Gustave de Croy.
Pce Juste de Croy.
Herman De Baets.
Tony De Bruyn.
Ernest De Hults.
De Marbaix.
É. Descamps.
Ferdinand Dohet.
Doucet.
Dubost.
Joseph Everarts.
MM. Ch. Féron-De Decker.
Focillon.
Émile Geelhand.
Frank Gillis.
Paul de Gerlache.
Grandmont.
Bon de Haulleville.
de le Hoye.
Victor Jacobs.
Claudio Jannet.
Arthur Jeanmart.
Vte Eugène de Kerckhove.
Paul Lefebvre.
Legrand-Benoit.
Cte Ferdinand Le Grelle.
Cte Édouard de Liedekerke.
Émile Limpens.
Henri Mayer.
Francis de Monge.
Léon de Monge.
Cher de Moreau d'Andoy.
Cte Léon de Nédonchel.

MM. Otto.
Pelligero.
A. de Ponthière.
De Posch.
F. de Radiguez.
Georges Rolin.
Jules Rolin.
Henri Saey.
Henri Schmidt.
Théophile Smekens.
Émile Stinglhamber.
Charles Thiébauld.

MM. Léon t'Serstevens.
Chanoine Vanderesse.
Vander Laat.
Camille Vander Linden.
Vander Stocken.
Cte Fr. vander Straten-Ponthoz.
Gustave Van Zuylen-Orban.
Cte de Villegas de Saint-Pierre.
Abbé Adelson Walravens.
Armand Wasseige.
Vincent Wéry.

MEMBRES DU CONSEIL.

1881 - 1882.

—

Président, M. A. de Lapparent.
1er *Vice-Président*, M. P. Mansion.
2e *Vice-Président*, Cte Fr. vander Straten-Ponthoz.
Secrétaire, R. P. Carbonnelle, S. J.
Trésorier, M. A. Brifaut.

MM. Mis de la Boëssière-Thiennes.
Fr. de Cannart d'Hamale.
L. Cousin.
L. Delgeur.
Chanoine Delvigne.
Fr. Dewalque.
André Dumont.
Ph. Gilbert.
L. Henry.
Général Jacmart.
Ch. Lagasse.
Dr Lefebvre.
Dr Moeller.
A. Proost.
Léon t'Serstevens.

—

Secrétaire-adjoint.

M. L. De Beys.

MEMBRES DU CONSEIL.

1882 - 1883.

—

Président, M. L. Delgeur.
1er *Vice-Président,* M. le général Jacmart.
2e *Vice-Président,* M. André Dumont.
Secrétaire, R. P. Carbonnelle, S. J.
Trésorier, M. Henri Lefebvre.

MM. Th. Belpaire.
Mis de la Boëssière-Thiennes.
Fr. de Cannart d'Hamale.
L. Cousin.
Chanoine Delvigne.
F. Dewalque.
Ph. Gilbert.
L. Henry.
Ch. Lagasse.
Dr Lefebvre.
P. Mansion.
Dr Moeller.
A. Proost.
Léon t'Serstevens.
Cte Fr. vander Straten-Ponthoz.

—

Secrétaire-adjoint.

M. L. De Beys.

BUREAUX DES SECTIONS.

1881 - 1882.

1re Section.

Président, M. Ph. GILBERT.
Vice-Présidents, MM. TURQUAN et Ch. LAGASSE.
Secrétaire, M. L. DE BEYS.

2e Section.

Président, M. G. BRUYLANTS.
Vice-Présidents, M. P. DE HEEN et le R. P. VAN TRICHT.
Secrétaire, M. Aug. SPRINGAEL.

3e Section.

Président, M. L. DELGEUR.
Vice-Prés., MM. DELVIGNE et Ém. DE LA ROCHE DE MARCHIENNES.
Secrétaire, M. Henri LEFEBVRE.

4e Section.

Président, M. COUSOT.
Vice-Présidents, MM. WILLIÈME et VERRIEST.
Secrétaire, M. Ach. DUMONT.

5e Section.

Président, M. le Cte Fr. VANDER STRATEN-PONTHOZ.
Vice-Présidents, MM. A. DE MOREAU D'ANDOY et L. T'SERSTEVENS.
Secrétaire, M. L. DUMONCEAU.

BUREAUX DES SECTIONS.

1882 - 1883.

—

1re Section.

Président, M. le général JACMART.
Vice-Présidents, MM. VICAIRE et BELPAIRE.
Secrétaire, M. L. DE BEYS.

2e Section.

Président, M. DE HEEN.
Vice-Présidents, MM. l'abbé DELORGE et ASCHMAN.
Secrétaire, M. Aug. SPRINGAEL.

3e Section.

Président, M. DE LA VALLÉE POUSSIN.
Vice-Présid., MM. le Mis DE NADAILLAC et le chanoine DELVIGNE.
Secrétaire, M. Henri LEFEBVRE.

4e Section.

Président, M. COUSOT.
Vice-Présidents, MM. WILLIÈME et VERRIEST.
Secrétaire, M. Ach. DUMONT.

5e Section.

Président, M. le Cte Fr. VANDER STRATEN-PONTHOZ.
Vice-Présidents, MM. A. DE MOREAU D'ANDOY et L. T'SERSTEVENS.
Secrétaire, M. Ch. THIEBAULD.

SESSIONS DE 1881-1882

EXTRAITS DES PROCÈS-VERBAUX.

La Société a tenu trois sessions pendant cette sixième année.

La première, le jeudi 20 octobre 1881.

La seconde, le jeudi 26 janvier 1882.

Et la troisième, le lundi 17, le mardi 18, le mercredi 19, et le jeudi 20 avril 1882.

SÉANCES DES SECTIONS

Première Section.

Jeudi, 20 octobre 1881. — M. Mansion expose quelques idées de M. Ward au sujet de la forme à donner aux bateaux; la section exprime le vœu que M. Ward lui présente un travail sur cette question.

M. Gilbert annonce que son mémoire relatif à la rotation de la terre est terminé, mais que l'appareil qui doit servir à la démonstration nouvelle n'a pu être achevé.

M. Mansion présente des observations au sujet d'un compte rendu de M. Gilbert, inséré dans la *Revue catholique* de Louvain, sur le *Traité d'arithmétique élémentaire* de M. l'abbé Gelin. Une conversation s'engage entre plusieurs membres qui sont amenés à discuter certaines questions relatives aux limites en général.

M. Gilbert fait une communication verbale sur une méthode

pour trouver la différentielle de l'arc d'une courbe en coordonnées bipolaires.

M. Mansion fait une communication au sujet des formules pour trouver les aires planes.

Jeudi, 26 janvier 1882. — M. le B[on] G. Greindl demande quelques éclaircissements au sujet d'une difficulté qu'il a rencontrée dans l'examen de l'effet d'un élargissement brusque sur la résistance dans un tuyau fermé; M. Belpaire donne des explications à ce sujet.

M. Belpaire rend compte des expériences hydrauliques faites dans l'Inde par le major Cunningham.

M. Mansion fait rapport sur une note d'analyse géométrique de M. de Lisleferme. A sa demande, la section désigne un second commissaire, M. Belpaire.

Rapport de M. Mansion

sur la note de M. de Lisleferme intitulée : *Note d'analyse géométrique, d'après M. Rossin, ingénieur de la marine française.*

M. Rossin, ingénieur de la marine française, avait imaginé, pour son usage personnel, une méthode très simple d'intégration graphique, que M. de Lisleferme a rédigée d'après ses souvenirs et qu'il présente à la Société scientifique.

Étant donnée une courbe ayant pour équation $y = fx$, et représentée graphiquement, il s'agit de trouver, d'une manière graphique aussi, la courbe intégrale ayant pour équation $Y = \int_0^x fxdx$. Pour cela, remplaçons d'abord la première par un polygone à peu près équivalent, inscrit ou circonscrit, ou bien encore intermédiaire entre un polygone inscrit et un polygone circonscrit. L'aire de ce polygone OPQ ... TN peut être divisée en trapèzes suivant la méthode habituelle; chacun de ces trapèzes est équivalent à la somme de deux rectangles ayant pour hauteurs respectivement chacune des deux bases du trapèze et pour base la demi-hauteur de celui-ci. Il est facile de voir que le 2[e] et le 3[e] rectangle ainsi obtenus ont la même hau-

teur et peuvent être réunis en un seul; qu'il en est de même du 4ᵉ et du 5ᵉ, du 6ᵉ et du 7ᵉ, et ainsi de suite. Si le polygone substitué à l'aire primitive avait n côtés et était subdivisé, par conséquent, en n trapèzes, il sera donc équivalent à la somme de $(n+1)$ rectangles ayant respectivement pour hauteurs les ordonnées des $(n+1)$ sommets du polygone.

Soient $OaAa'$, $abBb'$, $bcCc'$, ..., $mnNn'$ ces rectangles, les points O, a, b, c, ..., n étant situés sur l'axe des x; soient aussi a', b'', c'', ..., n'', les projections de A, B, C, ..., N sur l'axe des y. Sur Ox, dans le sens des x négatifs, portons une longueur OU égale à l'unité. Joignons Ua', Ub'', ..., Un''. Menons $O\alpha$, parallèle à Ua', rencontrant Aa en α, $\alpha\beta$ parallèle à Ub'', rencontrant Bb en β, ..., et ainsi de suite jusque $\mu\nu$, parallèle à Un'' et rencontrant Nn en ν.

Il est facile de voir que l'ordonnée $a\alpha$ est égale à l'aire du premier rectangle, $b\beta$ à celle des deux premiers, $c\gamma$ à celle des trois premiers, ..., $n\nu$, à celle des $(n+1)$ rectangles. Il y a plus, si l'ordonnée $r\rho$ d'un point ρ quelconque du polygone $O\alpha\beta$ ... $\mu\nu$ divise l'un des rectangles $ghHh'$ en deux parties $grRh'$, $rhHR$, $r\rho$ est égale à l'aire des rectangles qui précèdent cette ordonnée, plus la portion $grRh'$ du rectangle $ghHh'$.

Le polygone $O\alpha\beta\gamma$ ... $\mu\nu$ est donc le polygone intégral du polygone à angles rentrants $Oa'Ab'B$ ... $Mn'NnO$. Mais les ordonnées de ce polygone $O\alpha\beta\gamma$ ... $\mu\nu$ ne donnent l'aire du polygone primitif OPQ ... TN, qu'aux points O, π, $\varkappa$, ... τ, ν, projection de O, P, Q, ... T, N sur la ligne brisée $O\alpha\beta\gamma$ ... $\mu\nu$. Entre ces points, l'ordonnée de $O\alpha\beta\gamma$ ... $\mu\nu$ est évidemment un peu en retard ou en avance sur l'aire du polygone OPQ ... TN. Donc en traçant une courbe située au-dessus ou au-dessous du polygone $O\alpha\beta\gamma$ ... $\mu\nu$, et passant par O, π, $\varkappa$, ... τ, ν (par suite, tangente à ce polygone intégral en ces points), on aura une courbe convenable comme intégrale de OPQ...TN, et, approximativement, de $y = fx$.

Telle est en substance (*) la méthode d'intégration graphique

(*) Nous avons introduit, dans l'exposé de la méthode de M. Rossin, une petite simplification *théorique*, en portant, comme M. Solin, OU du côté des x négatifs et non du côté des x positifs. En pratique, pour ménager l'espace, il vaut mieux employer le dernier procédé.

de Rossin. M. de Lisleferme en esquisse, dans sa petite note, outre le principe que nous venons de résumer, l'application que l'on peut en faire à la recherche des volumes, des centres de gravité et des moments d'inertie.

M. Solin a publié un travail semblable, en 1872, dans les *Mémoires de la Société des sciences de Prague*, et M. Massau, en 1878, dans les *Annales de l'Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand*. Malgré ces publications antérieures, nous proposons d'accueillir la note de M. de Lisleferme dans nos *Annales*, à cause de son extrême simplicité et de son peu d'étendue.

Revenant sur une communication faite le 20 octobre dernier, M. Mansion déclare qu'il a étudié les idées de M. Ward sur la recherche de la forme des navires et qu'il les croit neuves; la section réitère en conséquence le vœu qu'elle a émis à la même séance.

M. Mansion présente un travail sur les cubatures approchées. (Voir 2de partie, p. 228.)

Lundi, 17 avril 1882. — Interrogée par M. Lagasse, la section est d'avis qu'on pourrait publier dans les *Annales* de la Société des comptes rendus bibliographiques dont le caractère spécial ne permet pas l'insertion dans la *Revue des questions scientifiques;* cette publication rentre en effet dans les dispositions de l'article 3 des statuts de la Société.

La section décide que le scrutin pour l'élection de son bureau pour l'année 1882-1883 sera ouvert dès aujourd'hui jusqu'à la dernière séance de la section.

M. Gisler communique à la section la 1re livraison de l'Atlas de la lune de Grimm.

M. Gilbert présente, au nom du R. P. Delsaulx, les deux notes suivantes :

1° *Sur la théorie de l'arc-en-ciel;*

2° *Sur une propriété de la diffraction des ondes planes dans les systèmes des petites ouvertures.*

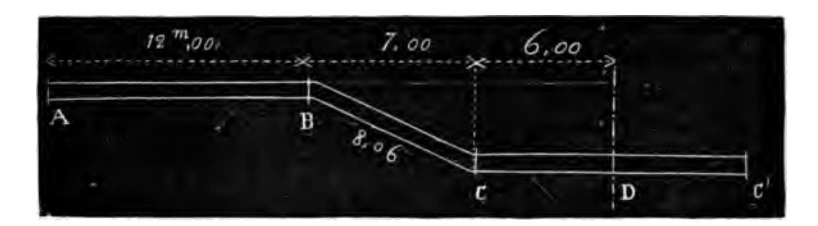
De l'avis de M. Gilbert, qui a examiné les deux notes, la section en décide l'impression. (Voir 2de partie, pp. 1 et 9.)

M. Greindl revient sur une question déjà posée à la session de janvier; il est convenu qu'il rédigera une note et la communiquera à MM. Belpaire et Lagasse.

M. Cousin donne quelques renseignements sur la pose récente d'un syphon dans l'Escaut et expose les difficultés particulières auxquelles a donné lieu l'opération.

Flottage et échouage d'un siphon en fonte.

Les travaux d'élargissement et de redressement de l'Escaut ont entraîné la reconstruction d'un certain nombre de siphons du type suivant.



Le siphon est en fonte, de $0^{m},80$ de diamètre intérieur, et $0^{m},02$ de métal. La partie CC′ correspondante au plafond du fleuve a $12^{m},00$ de longueur, comme aussi l'élément horizontal AB qui passe sous la digue. Ces deux tronçons sont raccordés par un tuyau incliné et doublement coudé, BC, de $8^{m},06$, occupant $7^{m},00$ de projection horizontale.

La pesée a fourni pour le tronçon AB 5168^{k}, soit par mètre $430^{k},7$, et pour le tronçon BC 3922^{k} ou, par mètre de projection, $560^{k},3$.

La pose du siphon comprend : le montage sur la rive de la partie noyée BCDC′B′, sa mise à flot, son échouage et sa jonction avec AB.

Les joints sont à brides et boulons avec interposition de filasse. Le tuyau est fermé aux deux bouts B et B′ par des plateaux en bois où sont réservées des tubulures; il est descendu dans l'Escaut sur des glissières et amené flottant au-dessus de la

tranchée qui doit le recevoir. Des chèvres, installées sur les rives du fleuve, permettent de saisir le siphon aux joints B et B' et de le redresser en le soulevant. On introduit de l'eau dans le tube par les tubulures des plateaux et avant que le siphon échoue, on ajoute les tronçons extrêmes AB, que l'on ferme en reportant les plateaux de bois en A.

Ayant eu à vérifier l'équilibre élastique du tuyau à chaque phase de l'opération, je vais indiquer les résultats de mes calculs.

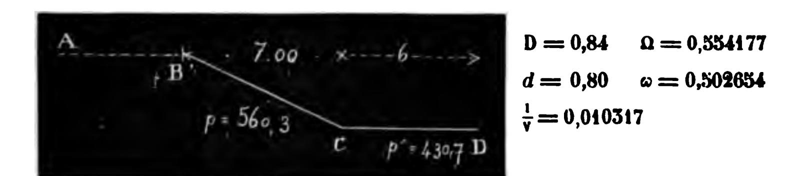
D et d sont les diamètres extérieur et intérieur du tuyau;

Ω et ω les sections correspondantes;

$\frac{I}{V}$ le module de flexion ou le rapport du moment d'inertie au rayon extérieur;

M le moment fléchissant et t la tension élastique;

p les charges uniformes par mètre courant horizontal et a les longueurs des éléments.

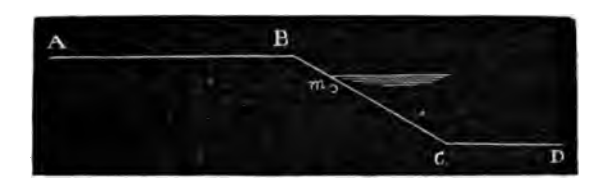


$D = 0{,}84 \quad \Omega = 0{,}554177$
$d = 0{,}80 \quad \omega = 0{,}502654$
$\frac{I}{V} = 0{,}010317$

1re Opération. — La pièce est suspendue par les bouts B; le point dangereux est en D et l'inclinaison de BC est sans influence. En supposant le siphon complètement émergé, $p = 560{,}3$ sur BC et $p' = 430{,}7$ sur CD. On trouve facilement $M = 3\,957\,000$ kg. centim., lequel moment occasionne dans la fonte en D une tension $t = 383^k$ par centimètre carré. C'est environ le $^1/_3$ de l'effort de rupture, mais la suspension est de courte durée, et d'ailleurs il est facile de laisser plonger la partie droite CD. Cette opération est donc sans danger.

2e Opération. Échouage. — Le poids du demi-siphon est de 6506^k, tandis que son volume correspond à une sous-pression de 7792^k. L'immersion se ferait en introduisant 1286 litres d'eau dans le tube, ou environ les $^4/_{10}$ de la capacité de la branche horizontale CD.

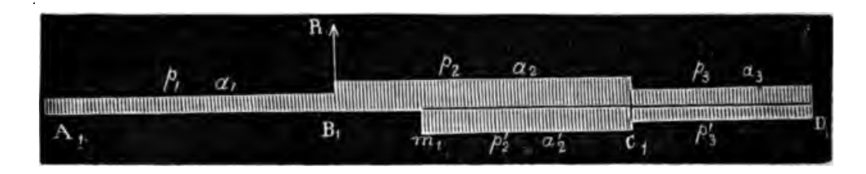
Pour assembler le tronçon AB on a arrêté provisoirement l'immersion en m, alors qu'un bout Bm, long de $2^m,00$, émergeait du liquide. La sous-pression se trouve ainsi ramenée à 6684^k et la gravité la contre-balance à très peu près. Mais l'équilibre est instable : il subsiste un couple qui tend à ramener la branche CD au-dessus et qu'il convient de combattre en introduisant un poids d'eau au moins égal à l'excès de la sous-pression sur la gravité, c'est-à-dire $554^k,2 - 430^k,7 = 123^k,5$ par mètre ou 741^k pour la longueur CD.



C'est encore par ce moyen qu'on peut contre-balancer le poids du tronçon AB. Quand ce dernier est boulonné, il produit en B un moment

$$M = 5168 \times \frac{1200}{2} = 3\,100\,800 \text{ kg. cent.}$$

et une tension élastique de 300^k par centimètre carré.



Pour établir l'équilibre de rotation autour de la suspension en B, il faut, à droite, une surcharge P dont le moment est représenté par Pd dans l'équation suivante

$$\frac{p_1 a_1^2}{2} = \frac{p_2 a_2^2}{2} - \frac{p'_2 a'_2}{2}(2a_2 - a'_2) + (p_3 - p'_3)\frac{a_3}{2}(2a_2 + a_3) + Pd.$$

Les longueurs a sont comptées sur l'horizontale; les charges p

et p' représentent respectivement la gravité et la sous-pression. De ce qui précède on déduit

$$a_1 = A_1B_1 = 12^m,00;\quad a_2 = B_1C_1 = 7^m,00;\quad a_3 = C_1D_1 = 6^m,00;$$

$$a'_2 = m_1C_1 = 5^m,00\,\frac{7}{8,06} = 4^m,34;$$

$$p_1 = 430^k,7;\quad p_2 = 560^k,5;\quad p_3 = 430^k,7;$$

$$p'_1 = 554^k,2 \times \frac{8,06}{7} = 638^k,1;\quad p'_3 = 554^k,2.$$

En substituant dans l'égalité ci-dessus, on trouve $Pd = 36308$ kg. m. La branche CD peut contenir 3016 litres d'eau donnant un moment sur B_1 de 30160 kg. m. Le manquant 6148 kg. m. s'obtient en introduisant du liquide dans la branche inclinée B_1C_1 sur une longueur x déterminée en projection horizontale par l'équation :

$$502^k,7 \times \frac{8,06}{7} \times x\left(7 - \frac{x}{2}\right) = 6148$$

qui donne $x = 1^m,73$ et qui correspond à $2^m,00$, à très peu près, de tuyau incliné, et par conséquent à 1005 litres d'eau.

Dans ces conditions, on trouve sur l'appareil élévatoire une charge $R = 9600^k$.

Enfin lorsque l'opération est terminée et le siphon en marche, la pression totale sur le sol est de

$$(12 + 8,067 + 6,00)(430^k,7 + 502^k,7 - 554^k,2) = 9882^k.$$

Au point de vue du tassement du terrain, cette pression peut sans crainte être reportée sur la seule branche horizontale CD. Mais il n'est pas possible de maintenir les tronçons AB et BC en porte à faux : il en résulterait en C une tension élastique de près de 7^k par millimètre carré. Quelque mal faite que soit la pose, cette circonstance ne se présentera pas.

Mardi, 18 avril 1882. — M. Belpaire donne son avis sur le travail de M. de Lisleferme dont il a été question le 26 janvier.

La section décide l'impression du mémoire. (Voir 2de partie, p. 242.)

M. Greindl expose verbalement quelques réflexions au sujet de la vitesse de l'eau dans les tuyaux plats coudés; il rédigera une note qu'il soumettra à MM. Cousin et Gilbert, désignés comme commissaires.

M. Mansion fait rapport sur un travail du R. P. Pepin *Sur le problème de former un carré en ajoutant un cube à un nombre donné.*

La section vote l'impression de la note. (Voir 2de partie, p. 86.)

M. Mansion fait la communication suivante relative à la *théorie des équations linéaires aux dérivées partielles :*

« M. le professeur A. Mayer, de l'Université de Leipzig, ayant pris connaissance de mon petit travail sur ce sujet, publié dans le tome V des *Annales de la Société scientifique*, nous a fait remarquer qu'un mémoire de Jacobi, postérieur à celui que j'ai cité dans ma note, contient aussi une solution complète de la question. Ce mémoire de Jacobi est celui qui est intitulé : *Dilucidationes de aequationum differentialium vulgarium systematis earumque connexione cum aequationibus differentialibus linearibus*, et qui a été publié dans le *Journal de Crelle*, t. XXIII, pp. 1-104. La question de l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles y est exposée §§ 2 et suivants, et §§ 20 et suivants. L'idée fondamentale du grand géomètre consiste à rendre les équations homogènes par l'introduction d'une variable de plus. Or, quand il s'agit d'équations homogènes, le mode d'exposition habituel ne tombe plus sous le coup des critiques de M. Gilbert et devient irréprochable.

Pour le montrer, traitons le cas le plus simple. Soit à intégrer l'équation aux dérivées partielles

$$X\frac{dz}{dx} + Y\frac{dz}{dy} = Z, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

où X, Y, Z sont des fonctions de x, y, z. Soient

$$v = \alpha, \quad w = \beta$$

le système intégral des équations différentielles

$$dx : dy : dz = X : Y : Z,$$

de sorte que

$$X\frac{dv}{dx} + Y\frac{dv}{dy} + Z\frac{dv}{dz} = 0, \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$X\frac{dw}{dx} + Y\frac{dw}{dy} + Z\frac{dw}{dz} = 0. \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Considérons l'équation homogène linéaire aux dérivées partielles

$$X\frac{dF}{dx} + Y\frac{dF}{dy} + Z\frac{dF}{dz} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Toute fonction F vérifiant cette équation (4), sera telle que l'on aura *identiquement*, à cause de (2) et (3) :

$$\begin{vmatrix} \frac{dF}{dx}, & \frac{dF}{dy}, & \frac{dF}{dz} \\ \frac{dv}{dx}, & \frac{dv}{dy}, & \frac{dv}{dz} \\ \frac{dw}{dx}, & \frac{dw}{dy}, & \frac{dw}{dz} \end{vmatrix} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

On déduit immédiatement de (5), pour solution de (4),

$$F = \psi(v, w)$$

ψ étant quelconque. Mais de la solution de (4), d'après un théorème connu, on tire celle de (1), en remplaçant F par une constante. Donc la solution de (1) est de la forme

$$\psi(v, w) = C,$$

ou simplement

$$\varphi(v, w) = 0,$$

φ étant une fonction quelconque $\psi(v, w) - C$, de v et w(*).

(*) D'après Jacobi (p. 21 du Mémoire cité), il existe des solutions de (1), que l'on ne peut déduire de celles de (4), mais qu'on trouve sans intégration. Nous ne savons pas à quelles solutions fait allusion Jacobi dans ce passage qui nous est signalé par M. Mayer.

M. Mansion communique ensuite l'énoncé du théorème géométrique suivant, généralisation de celui de Hachette sur le raccordement des surfaces gauches : « Deux surfaces engendrées par une courbe d'espèce donnée dont l'équation contient $(n + 1)$ paramètres ont un contact d'ordre k, le long d'une génératrice commune, si elles jouissent de cette propriété en n points de cette ligne. »

Il rédigera son travail et le soumettra à M. Gilbert, que la section désigne pour en faire l'examen.

Mercredi, 19 avril 1882. — M. Gilbert fait devant la section des expériences au moyen de l'appareil qu'il a nommé *Barogyroscope,* expériences qui démontrent d'une façon nouvelle la rotation de la terre.

Un grand nombre de membres des autres sections assistent à ces expériences.

Jeudi, 20 avril 1882. — Il est procédé au dépouillement du scrutin pour l'élection du bureau de la section pour l'année 1882-1883.

Le bureau est composé de la manière suivante :

Président,	MM. JACMART.
Vice-Présidents,	VICAIRE et BELPAIRE.
Secrétaire,	DE BEYS.

Deuxième Section.

—

Séance du 20 octobre 1881. — M. De Heen expose quelques considérations *Sur la détermination du point critique et de la chaleur latente de volatilisation.*

M. Fr. Dewalque entretient la section de l'*Exposition internationale d'électricité* de Paris, et passe en revue les plus intéressants des appareils qui se trouvaient réunis au Palais de l'Industrie.

Voici le résumé de sa communication :

En jetant un coup d'œil d'ensemble sur les merveilles exposées par les différentes nations, on doit une mention spéciale à un exposant norwégien, qui a droit à la reconnaissance de tous les hommes de science : M. le Dr Bjerkness, de Christiania, répétait ses expériences qui l'ont amené à supposer que l'électricité et le magnétisme dépendent de la nature, du sens et de la forme des vibrations moléculaires. Il a réalisé des modifications dans les vibrations des corps au sein d'une masse d'eau, et a obtenu des phénomènes de ce qu'il nomme improprement, il le dit lui-même, hydro-électricité et hydro-magnétisme, et qui rappellent de tout point l'attraction ou la répulsion des aimants et l'action des aimants sur les courants et des courants entre eux.

L'Exposition renfermait un musée rétrospectif dans lequel on voyait des manuscrits et les appareils originaux des fondateurs de la science électrique. Là se trouvaient réunis les appareils dont se sont servis Volta, Galvani, Ampère, Œrstedt ; les piles thermo-électriques de Nobili, l'appareil de Paccinotti (1860), où l'on trouve des idées qui furent appliquées dix ans plus tard dans la machine Gramme. L'exposition de Mlle Glœsener montrait la part importante prise par son père, l'ancien professeur de physique de l'université de Liège, aux progrès de la science de l'électricité.

Après avoir salué ces reliques que la Commission de l'Exposition avait eu la bonne pensée de réunir, pour montrer le point de départ de ces étonnantes applications dont notre siècle profite si largement, passons à l'examen même de ces merveilles, et, tout d'abord, à la production de l'électricité.

Utilisée sous bien des formes, mais spécialement appliquée à l'éclairage, l'électricité était produite, soit par des machines magnéto-électriques comme celles de la Compagnie de l'Alliance, celle de Meritens, etc., soit par des machines dynamo-électriques, dont le nombre est bien plus grand et la forme bien plus variée, telles que les machines Gramme, Siemens, Edison, etc. Tous ces appareils étaient mis en mouvement par des machines à

vapeur, d'une force totale de plus de 1500 chevaux-vapeur; 1100 chevaux étaient fournis par les moteurs du syndicat de l'Exposition, et 400 chevaux par ceux de divers exposants, parmi lesquels se trouvaient M. Edison et M. Jaspar.

Un très petit nombre de piles fonctionnaient à l'Exposition, où l'on ne voyait que des machines transformant la force mécanique en électricité. C'est que, en effet, ce dernier moyen de produire l'électricité est de loin le moins coûteux parmi tous ceux connus à ce jour. L'emploi des piles coûterait au moins vingt fois plus que la transformation du mouvement mécanique en électricité. Les machines de notre compatriote Gramme étaient les plus employées. Si l'on excepte quelques machines rappelant le type Siemens, la presque totalité de celles qui travaillaient à l'Exposition de Paris dérivaient de la machine Gramme.

Le plus grave défaut des machines électro-motrices est le grand nombre de tours qu'elles doivent faire par minute. Ce nombre ne descend pas au-dessous de six cents, et s'élève souvent à quinze cents et parfois à deux mille tours.

Dans toutes ces machines, on transforme en électricité le travail mécanique fourni par la vapeur que produisent les chaudières. Mais chacune de ces transformations est soumise à des pertes, et le travail utilisé est relativement faible.

On a essayé des machines motrices rotatives, placées sur l'axe même de la machine dynamo-électrique, mais elles ne sont pas aussi avantageuses que les autres; le moteur et la machine à lumière ont tous deux le même mouvement rapide, ce qui n'est guère fait pour diminuer les inconvénients provenant de cette rapidité.

Dans les piles thermo-électriques, la chaleur est transformée directement en électricité. Les essais sont à peu près abandonnés. Il semble cependant que c'est là la solution de la production de l'électricité à bon marché, et qu'il y a encore de grandes découvertes à faire dans cette direction.

Un mot maintenant des accumulateurs ou piles secondaires. Dans les piles secondaires de M. Planté (1860), un courant électrique, que l'on fait passer à travers deux lames de plomb

enroulées en spirale, maintenues à distance par une substance non conductrice et plongées dans de l'eau acidulée, produit une décomposition chimique : l'une des lames est oxydée, et l'hydrogène empêche toute oxydation sur l'autre lame. Si l'on réunit ensuite les deux lames par un fil conducteur, leur substance se reconstitue par un travail chimique inverse, qui produit un courant d'autant plus durable que la décomposition première avait été plus avancée. Le soi-disant perfectionnement de M. Faure pour rendre ces appareils plus pratiques consiste à enduire les deux plaques d'oxyde rouge de plomb et à modifier la forme et la disposition des plaques. La décomposition se fait ainsi plus rapidement et sur une plus grande épaisseur, et le courant produit par la reconstitution de la substance dure plus longtemps. Mais il ne paraît pas que la durée de bon fonctionnement de l'appareil soit aussi longue que celle des piles secondaires de M. Planté.

Ces accumulateurs d'électricité, pour lesquels divers perfectionnements sont déjà proposés, ont l'inconvénient d'être très lourds. Tels qu'ils sont, ils peuvent être utilisés avec avantage, surtout si l'on dispose d'une force motrice irrégulièrement employée. A l'Exposition de Paris, les accumulateurs Faure étaient chargés par des machines Siemens et alimentaient des lampes Swan.

Les applications de l'électricité à l'éclairage étaient très nombreuses. Les lampes à incandescence (lampes Edison, Lane Fox, Maxim, Swan) sont fort coûteuses à cause de la force motrice qu'elles exigent; leur intensité, d'ailleurs, est très faible; elle est, au plus, de deux carcels. Si l'on veut augmenter cette intensité, le charbon de la lampe se brise, et la lampe est hors de service. Parmi les lampes à arc voltaïque, les unes sont munies d'appareils mécaniques régulateurs, qui maintiennent la distance entre les deux charbons. Les lampes exposées par M. Jaspar, de Liège, se faisaient remarquer entre toutes par leur simplicité et la perfection de leur fonctionnement. Le public a fort admiré l'éclairage d'une salle, au moyen d'une lampe Jaspar, par lumière diffuse, réfléchie par un écran placé au-dessus du régulateur.

D'autres lampes à arc voltaïque appartiennent à la classe des bougies électriques, c'est-à-dire qu'elles utilisent l'arc voltaïque et ne comportent aucun mécanisme. La bougie Jablochkoff est fort employée. Mais le colombin de kaolin ou de plâtre qui sépare les deux crayons se volatilise et produit un dépôt sur le globe de la lampe; celle-ci n'a plus alors qu'un point lumineux, et son rendement est à peine de $^1/_8$. Cette lampe manque d'ailleurs de fixité; les couleurs en sont très changeantes.

La lampe-soleil, de MM. Clerc et Bureau, était fort appréciée pour l'éclat et la fixité de sa lumière, d'une teinte jaune-doré. Elle a été employée fort avantageusement à éclairer la galerie de tableaux et une partie de la section belge de l'Exposition.

Dans la lampe Jamin, les deux crayons sont posés la pointe vers le bas, et l'arc est maintenu fixe vers la pointe par l'influence d'un courant qui traverse un fil enroulé autour d'un cadre entourant les bougies. Un mécanisme actionné par le courant permet l'allumage et le réallumage. Cette lampe n'a pas montré à l'Exposition toutes les qualités qu'on lui prêtait; l'éclat et la fixité de sa lumière laissent surtout à désirer.

La lampe Werdermann est une lampe à incandescence imparfaite : le charbon incandescent s'use en brûlant à l'air; l'un des crayons butte contre l'autre ou contre une plaque de cuivre; mais ces mouvements occasionnent des soubresauts et des bruits gênants. Cette lampe n'a ni la fixité des lampes à incandescence, ni l'éclat des lampes à arc voltaïque.

On peut donner, sous forme de tableau, une classification des lampes électriques :

Lampes a arc voltaïque.

A. *Régulateurs* (avec mécanisme pour régler la distance des charbons).

1) Appareils *monophotes* (un seul régulateur peut être intercalé dans le courant).

Régulateur Serrin, régulateur Jaspar.

2) Appareils *polyphotes* (plusieurs régulateurs peuvent être placés à la suite l'un de l'autre sur le même courant).

Régulateurs Lontin, régulateurs différentiels de Siemens et de Brush.

B. *Bougies* (sans mécanisme).

Bougie Jablochkoff.
Bougie Jamin,
Lampe-soleil.

LAMPES A INCANDESCENCE.

1) *Imparfaite* (le charbon incandescent s'use en brûlant à l'air) :

Lampe Werdermann.
Lampe Reynier.

2) *Pure* (incandescence dans le vide ou dans un gaz non oxygéné).

Lampe Edison.
Lampe Lane Fox.
Lampe Maxim.
Lampe Swan.

Téléphones. — La Commission avait mis le Palais de l'Exposition en communication téléphonique avec les principaux théâtres de Paris. Ces auditions téléphoniques constituaient une des *great attractions* de l'Exposition. Le téléphone rend très bien le chant, mais l'accompagnement ne produit qu'une succession de sons violents et heurtés.

Le pantéléphone de M. De Locht-Labye a obtenu un très grand succès, quoique l'inventeur n'ait pu obtenir une salle d'audition.

La question si intéressante et si pleine d'avenir du transport de la force au moyen de l'électricité occupait aussi une large place à l'Exposition. Les moteurs électriques sont un peu

démodés. On sait que le zinc qui brûle dans une pile est coûteux, et que la meilleure pile, associée au meilleur moteur, donne un travail mécanique qui coûte au moins dix fois autant que celui fourni par une machine à vapeur. Malgré cela, lorsque le prix de revient n'entre pas trop en ligne de compte, on peut encore recourir à des moteurs de ce genre, et l'Exposition contenait sous ce rapport deux véritables bijoux, le moteur de M. Trouvé et celui de M. Marcel Deprez.

La question de transport à distance a d'ailleurs changé de face. On produit de l'électricité au moyen des machines dynamo-électriques, et il s'agit de la conduire au loin pour la retransformer en force. Le courant produit par une machine, passant dans une machine du même genre, fait tourner celle-ci, et transporte ainsi la force à distance. On connaît, sous ce rapport, les expériences qui furent faites à la sucrerie de Sermaize et qui étaient répétées à l'Exposition. Une autre installation remarquable et du même genre était celle du tramway électrique de MM. Siemens, reliant la place de la Concorde au Palais de l'Industrie.

C'est là une solution fort intéressante de ce grand problème des moteurs électriques et de transport de la force motrice à distance, problème qui se lie d'ailleurs à celui plus grand encore de l'utilisation des forces naturelles.

On a surnommé à bon droit le XIX[e] siècle le *siècle de l'électricité;* nous osons croire qu'avant qu'il s'achève, il y aura des exemples nombreux de l'utilisation de ces forces actuellement abandonnées, et ce sera l'électricité encore qui nous apportera cette solution.

Séance du 26 janvier 1882. — M. Aschman communique à la section le résultat de ses recherches sur l'action de l'acide hypochloreux sur l'éther éthylfumarique.

M. De Heen présente quelques compléments de la communication qu'il a faite dans la séance du 20 octobre 1881.

Séance du 17 avril 1882. — La section procède à l'élection de son bureau pour l'année 1882-1883.

Sont nommés :

Président,	MM. P. De Heen.
Vice-Présidents,	Delorge et Aschman.
Secrétaire,	A. Springael.

Sur la propsition de M. L. Henry, la section nomme membres de la Commission chargée de préparer une question pour le prochain *Concours*, les quatre membres présents : MM. De Heen, Delorge, L. Henry et Springael.

M. L. Henry propose que, en considération des nombreux travaux de chimie qui ont été présentés à la section depuis la fondation de la Société, la Commission choisisse une question de chimie. Cette proposition ayant été adoptée, M. Henry soumet à la Commission, qui l'approuve, la question qu'il propose de mettre au concours. Cette question sera envoyée au Conseil.

M. L. Henry fait ensuite trois communications :

1° Sur l'hydratation des composés propargyliques;

2° Sur la loi d'addition de l'acide hypochloreux;

3° Sur l'ordre d'élimination des hydracides halogènes dans les éthers incomplets de la glycérine.

M. De Heen présente quelques considérations sur les coefficients de dilatation des métalloïdes et des métaux.

Séance du 18 avril 1882. — M. De Heen complète les considérations qu'il a émises dans la séance précédente, sur les coefficients de dilatation des solides.

M. L. Henry communique à la section le résultat de ses recherches :

1° Sur la dissymétrie des composés carboniques;

2° Sur divers composés diallyliques.

Troisième Section.

Jeudi, 20 octobre 1881. — M. le chanoine Delvigne déplore la perte qu'ont faite la Société scientifique et la troisième section en particulier, par la mort de M. le chanoine Lecomte. M. Lecomte était un savant de grand mérite, un travailleur infatigable et un zélé défenseur de la vérité. Ses études sur le darwinisme, très remarquées à l'étranger comme en Belgique, dénotent chez leur auteur un esprit scientifique de premier ordre.

La section s'associe aux éloges et aux regrets exprimés par M. Delvigne.

M. Delgeur entretient la section des découvertes faites en Égypte dans le courant de 1881. Depuis longtemps déjà, les voyageurs rapportaient des ruines de Thèbes des papyrus et d'autres objets provenant de tombes royales dont l'emplacement n'était pas connu. Or, au mois de juillet dernier, le gouverneur de Qenneh fit arrêter un certain Abd-er-Rassoul, accusé d'avoir vendu des objets appartenant à l'État. Au cours de l'instruction, un frère de cet homme fut amené à révéler l'existence d'une cachette située à une profondeur de 12 mètres. On arrivait, par un corridor long de 74 mètres, à une chambre d'une superficie de 28 mètres carrés et contenant environ 3,000 objets funéraires dont 29 cercueils.

M. Delgeur entre dans quelques détails au sujet de plusieurs de ces cercueils, dont un porte le nom de Ramsès II. Il fait remarquer que les questions soulevées par ces intéressantes découvertes manquent encore de solution. Sa communication n'est au reste que l'ébauche d'un travail destiné à l'un des prochains numéros de la *Revue des questions scientifiques*.

Abordant un autre ordre d'idées, M. Delgeur signale une dépêche de Nordenskiöld adressée au *New York Herald,* et rapportant le bruit du naufrage, à l'embouchure du Yénissei, d'un navire que l'on présume être la *Jeannette.*

M. Van Segvelt présente à la section deux boîtes renfermant

différentes variétés de Cynips, accompagnées d'un mémoire sur le même sujet.

M. le Président propose de soumettre le travail de M. Van Segvelt à l'examen de deux membres. La section désigne comme rapporteurs MM. Oomen et Alphonse Proost.

M. Oomen qui, l'année dernière, a montré à la section des séries de feuilles cueillies sur un même arbre et reproduisant assez bien les caractères auxquels M. de Saporta croit reconnaître des genres différents d'une même plante, genres qui se seraient évolués aux époques géologiques successives, a continué depuis ses études comparatives. Il apporte de nouveau quelques feuilles de l'*Hedera primordialis*, Sap., de l'époque crétacée qu'il a pu cueillir dans le courant de 1881.

Ayant trouvé dans le livre de M. de Saporta (p. 311, fig. 96), le dessin d'une feuille de vigne dont l'auteur a découvert l'empreinte dans un terrain tertiaire miocène, au mont Charnay, près de Mâcon en pleine Bourgogne, et qu'il s'est empressé d'attribuer à une *Vitis prævinifera*, M. Oomen a étudié spécialement la forme de la feuille de cette vigne préhistorique et a été assez heureux pour en rencontrer de semblables, non seulement sur les vignes actuelles, mais encore sur un érable faux platane.

Les Myricées se trouvent dans l'ancien et le nouveau continent, mais elles ne sont abondantes nulle part. Elles habitent principalement l'Amérique septentrionale et le cap de Bonne-Espérance, et se rencontrent également dans les montagnes de l'Asie et sur les hauteurs de l'île de Java, puis aux Açores et aux îles Canaries. Elles sont aussi dans le nord-ouest de l'Europe, où elles se plaisent dans les lieux tourbeux. Mais nous n'avons dans notre partie du monde qu'une seule espèce de cette famille, c'est le *Myrica Gale*, que nous nommons le Myrthe de Brabant et qui croît un peu partout dans les bruyères de la Campine, ainsi que dans le marais de Saint-Léger, près Rambouillet aux environs de Paris, où on l'appelle vulgairement Piment royal ou aquatique. M. de Saporta en cite deux autres espèces européennes de l'époque tertiaire, le *Myrica œningensis* et un *Comptonia*.

La feuille de la première a assez de ressemblance avec celle du *Myrica serrata*, quoiqu'elle ait des dents beaucoup moins aiguës, mais quant aux feuilles qu'il attribue à un *Comptonia*, elles sont en dents de scie, tandis que celles du *Comptonia asplenifolia* sont allongées, pinnafidées et à lobes obtus.

M. de Saporta s'est beaucoup occupé de la flore préhistorique, et a résumé ses études dans le livre que M. Oomen a consulté; mais il semble trop enclin à créer de nouveaux genres et à inventer de nouvelles dénominations sur le seul aspect des feuilles.

Quoiqu'il soit vrai en général que chaque genre de plante a ses feuilles spéciales, on ne peut admettre cependant que les feuilles seules suffisent pour les distinguer, il faut encore d'autres caractères. C'est ce que tout le monde admet pour les plantes actuelles, pourquoi ne pas le faire lorsqu'il s'agit de plantes préhistoriques?

M. Oomen rappelle à ce propos l'histoire du châtaignier tertiaire. L'examen le plus attentif, le plus minutieux ne put faire constater la plus légère différence entre l'empreinte de ses feuilles et celles du châtaignier ordinaire (*Castanea vesca*) : grandeur, forme, disposition et nombre des nervures, tout était semblable, identique. Force fut de conclure de cette comparaison que le châtaignier aujourd'hui confiné dans la zone tempérée avait pu vivre autrefois dans une température tropicale. Mais voilà qu'il y a une dizaine d'années les anthracites de Leoben révélèrent les fruits de cet ancien châtaignier, et ces fruits présentèrent des caractères si essentiellement différents de ceux de l'arbre actuel qu'il a bien fallu admettre qu'il s'agissait de deux espèces entièrement différentes. On peut en conclure que, si semblables que soient les feuilles, il est extrêmement téméraire de vouloir créer, à la seule inspection de leurs empreintes, des familles spéciales.

M. Oomen a vu cet été, à Ahaus, en Westphalie, un phénomène de tératologie ou une monstruosité végétale très remarquable. C'est une asperge d'une forme tout à fait inusitée. Sa tige n'est pas cylindrique, mais s'est développée en largeur et est

toute plate : sur une épaisseur de 5 millimètres environ, elle a une largeur de 6 centimètres. La tige est montée en spirale et présente en longueur un dével oppement de 1^m,75 environ, quoiqu'elle ne paraisse avoir que 1 mètre de hauteur. Elle est entièrement nue jusqu'à 0^m,70 de la base. A cette hauteur elle devient branchue et porte une énorme touffe de feuilles à son sommet. C'est la seconde année que ce phénomène se présente dans une même planche d'asperges dont les autres produits n'ont rien d'extraordinaire.

M. de la Vallée Poussin prend la parole pour communiquer quelques faits minéralogiques que ses récentes recherches l'ont mis à même de connaitre.

Ses observations lui ont appris que la tourmaline est moins rare dans les terrains anciens stratifiés de Belgique qu'on ne l'avait cru. Il l'a rencontrée en grains et en petits cristaux visibles à l'œil nu particulièrement dans les bancs de grès poudinguiformes des terrains devoniens inférieurs, surtout quand ces bancs, ce qui est fréquent, renferment des cristaux de feldspath.

La tourmaline se trouve ainsi communément dans les divers lits arkosifères qui apparaissent à des hauteurs variables dans le système gedinnien, entre Montigny-sur-Meuse et Fépin. Cette tourmaline n'y provient pas de roches antérieures, elle s'est formée en place après le dépôt des couches; elle remplit de petites cavités et constitue parfois de petites géodes entre les grains quartzeux des poudingues, ainsi que le fait voir clairement un très bel échantillon, qu'il présente aux membres de la section, et qu'il doit aux soins d'un laborieux chercheur, M. Jannel de Charleville.

On sait que ce même minéral est extrêmement abondant parmi les filons quartzeux qui coupent les quartzites exploités pour pavés dans les carrières de Nil-Saint-Vincent, ainsi que l'ont montré MM. Renard et Prins. M. de la Vallée a retrouvé fréquemment la tourmaline en aiguilles microscopiques dans les phyllades siluriens du Brabant, et notamment dans les phyllades ottrélitifères, les phyllades graphiteux et les quartzophyllades qui sont entaillés par la vallée de la Dyle entre Villers-la-Ville et Ottignies : elle y est associée à des microlithes de rutile.

Par contre, la tourmaline lui paraît très rare, du moins jusqu'à présent, dans les roches euritiques de la zone Nivelles-Gembloux, et dans les roches porphyroïdes qui se montrent au jour entre Rebecq et Fauquez. Celles-ci, au contraire, renferment fréquemment les microlithes géniculés du rutile et les octaèdres de l'anatase, déjà signalés à Nil-Saint-Vincent par M. de Koninck, et on les y trouve en compagnie du zircon, très multiplié dans certaines plaques minces extraites des eurites de Gembloux et de Nivelles.

M. de la Vallée Poussin termine sa communication par quelques réflexions sur les roches feldspathiques et porphyroïdes des environs de Fauquez et d'Hennuyères, qu'il est en train d'étudier, et parmi lesquelles il a découvert des coquilles fossiles. Il signale, parmi les faits dignes d'intérêt qu'il a eu l'occasion de constater, l'existence du quartz dit granulitique, avec commencement de contours polyédriques visibles au microscope, dans des phyllades feldspathiques incontestablement fossilifères. Le quartz granulitique avec tendance à sa forme prismatique bipyramidée a été signalé déjà dans des roches stratifiées, telles que les gneiss de Marmagne (Saône-et-Loire) et les micaschistes du Saint-Gothard, mais il n'est pas à la connaissance de l'auteur qu'on l'ait signalé dans des couches fossilifères.

Jeudi, 26 janvier 1882. — Le R. P. Renard donne lecture d'un mémoire envoyé par un membre de la section, M. Mello, mémoire qui résume les découvertes faites, depuis 1875, dans les grottes de Cresswell, en Angleterre. Sur la proposition de M. de la Vallée Poussin, l'impression, sans examen ultérieur, du travail de M. Mello est votée à l'unanimité. (Voir la seconde partie, p. 233.)

Le P. Renard fait observer aux membres présents que le dernier fascicule qui a paru du *Traité de géologie*, par M. de Lapparent, comprend une description générale des roches éruptives où les porphyroïdes des Ardennes françaises sont placées à côté des granites, des pegmatites et des granophyres. Il s'étonne que le savant Président de la Société scientifique fasse ainsi figurer au

nombre des roches massives des formations dont M. de la Vallée Poussin et lui, dans un mémoire connu, ont relevé avec tant de détail les caractères gneissiques et même stratifiés. Il demande à M. de la Vallée ce qu'il pense de cette opinion de M. de Lapparent.

M. de la Vallée répond que M. de Lapparent peut se réclamer ici de l'autorité de M. Daubrée, qui, lui aussi, incline à voir dans les masses feldspathiques de Laifour et de Mairus des filons porphyriques d'injection. Mais, laissant de côté la question d'origine, laquelle est obscure, et en tout état de cause, M. de la Vallée ne croit pas la classification de M. de Lapparent bien fondée, du moins sur le point en question. Car, à s'en tenir aux caractères observables, le P. Renard et lui ont montré dans les porphyroïdes des roches possédant une texture schistoïde, à rapprocher le plus souvent de celle des gneiss et des autres schistes cristallins. Il ajoute que les porphyroïdes cambriens des Ardennes sont toujours en concordance avec les phyllades et les quartzites encaissants et n'ont jamais été vus jusqu'à présent sous forme de dykes ou de masses intrusives. Depuis le mémoire publié par le P. Renard et par lui en 1876, il a été découvert un certain nombre de gisements nouveaux de ces roches porphyriques dans le département des Ardennes, et elles se présentent toujours en formes lenticulaires très allongées et en bancs régulièrement intercalés dans les schistes voisins, ainsi qu'il appert de la note de M. Gosselet [1].

Les porphyroïdes des Ardennes possèdent une pâte presque toujours distinctement gneissique au microscope. De plus, on y constate souvent, au milieu des lits d'apparence porphyrique, des feuillets séricileux, ondulés, parfois épais de plusieurs centimètres, et qui offrent, relativement aux parties porphyriques, les mêmes rapports que les lits phylladeux interposés au milieu des quartzites. Les cristaux montrent des cassures et des torsions qui se rattachent aux mouvements mécaniques ayant produit les plis-

---

[1] *Ann. de la Soc. géolog. du Nord*, t. VII, pp. 132-160.

sements du terrain cambrien, d'où l'on peut déduire avec grande probabilité l'antériorité desdites porphyroïdes à ces plissements. Des roches ayant avec les précédentes de grandes analogies se montrent fossilifères dans quelques contrées, par exemple dans les environs de Cherbury (Shropshire).

Les généralités qui précèdent n'empêchent pas d'ailleurs l'existence possible dans le terrain ardoisier des Ardennes de certaines roches éruptives, à texture véritablement porphyrique, et qu'une inspection trop rapide ou incomplète aurait fait ranger à tort parmi les porphyroïdes. Mais jusqu'à ce jour le fait n'a pas été établi.

Le R. P. Renard signale aux membres de la section un récent ouvrage d'*Archéologie préhistorique* de Worsaae. Dans ce livre, l'auteur relève le fait que les instruments en pierre des deux mondes sont tous travaillés d'après un type fondamental qui ne peut avoir sa raison d'être dans la nature même des matériaux qui servirent à confectionner ces instruments. Une conclusion qui semble découler de cette observation, c'est qu'on doit remonter à un centre commun d'où toutes les races humaines seraient originaires.

Le P. Renard est d'avis qu'il serait très utile de poursuivre à ce point de vue l'étude comparative des types européen et américain. L'Europe préhistorique et l'Amérique semblent avoir été habitées par le même peuple. L'émigration a dû se faire par l'Asie et le détroit de Behring. M. de la Vallée Poussin insiste sur ce point et constate l'autorité de Worsaae.

M. l'abbé Rachon, qui poursuit ses études sur la linguistique de façon à faire un travail d'ensemble reliant la Bible, l'histoire profane et les autres sciences, remarque que la racine est ce que l'on peut appeler l'atome du langage. Dans les trois grandes familles de langues, on trouve six cents racines environ, qui sont pareilles. De l'unité de langage, on doit conclure à l'unité de l'espèce.

L'étude des langues amène encore à ce résultat qu'elle constate le monothéisme des peuples primitifs. Les Aryens notamment avaient, sur la Divinité, les idées les plus hautes.

M. Delgeur donne ensuite quelques renseignements sur le navire la *Jeannette*. Il complètera sa communication et la fera paraître dans la *Revue des questions scientifiques*. (Voir la livraison du 20 avril 1882, pp. 661-671.)

Lundi, 17 avril 1882. — Sur la proposition de MM. Swolfs et le marquis de Wavrin, la section fixe, définitivement et à l'avenir, au second jour de la session de Pâques, l'élection de son bureau.

Le secrétaire donne lecture de la note ci-après, transmise par M. le professeur Dewalque, de Liège, sur la « Carte géologique de l'Europe » :

On sait que le deuxième Congrès géologique international, qui s'est réuni à Bologne, au mois de septembre dernier, a décidé qu'une Carte géologique de l'Europe, à l'échelle de $^1/_{1.500.000}$, serait exécutée à Berlin sous la direction de MM. Beyrich et Hauchecorne, directeurs de la Carte géologique prussienne, assistés d'une Commission internationale de six membres.

J'ai l'honneur de présenter à la Société un tableau d'assemblage et une note des directeurs, que je vais résumer pour indiquer à quoi en est cette grande entreprise.

La carte comprendra tout le bassin de la Méditerranée avec l'Asie-Mineure et s'étendra sur la pente orientale de l'Oural. Elle sera divisée en quarante-neuf feuilles, ayant chacune 53 centimètres de large sur 48 centimètres de haut. La Belgique se trouvera par moitiés sur deux feuilles, dont le périmètre embrassera la France, jusqu'à Paris et Brest, puis toute l'Angleterre, les deux tiers de l'Irlande, la Néerlande, le Danemark jusqu'à Copenhague et l'Allemagne, jusqu'à Berlin et Prague.

Il a été nécessaire de supprimer l'orographie ; la carte portera cependant les noms des chaînes de montagnes principales et des hauteurs les plus importantes, en même temps que les courbes de niveau du fond des mers.

Pour l'exécution de la base topographique, les divers pays ont été invités à fournir les cartes nécessaires. M. le ministre de la

guerre, à qui une demande de ce genre a été adressée, s'est empressé d'y répondre de la manière la plus obligeante.

A l'aide des cartes ainsi obtenues, la direction fera dessiner les diverses feuilles à l'échelle convenue. Aussitôt qu'une feuille sera prête, les épreuves en seront envoyées aux vice-présidents des pays qu'elle concerne pour la révision de la topographie et le dessin du contenu géologique.

Quant au côté financier de l'affaire, la carte est éditée par la maison C. Reimer et Cie, à Berlin. Les divers pays sont invités à souscrire à un certain nombre d'exemplaires, du prix de 100 francs (le prix de vente est fixé à 125 francs), payables par cinquièmes, le premier, trois mois après la conclusion du traité, le dernier à la livraison, soit dans cinq ans.

La souscription demandée à la Belgique était de dix-sept exemplaires. M. le ministre de l'intérieur a bien voulu souscrire à vingt-cinq.

Le secrétaire dépose aussi deux manuscrits envoyés par M. Gandoger, membre de la section et intitulés : *Decades plantorum novarum prœsertim ad Floram Europæ spectantes,* l'un de ces manuscrits représentant le fascicule IV, l'autre le fascicule V.

M. Delgeur indique, sur une carte du nord de l'Asie, l'itinéraire qu'ont suivi les marins de la *Jeannette,* depuis leur départ de l'île de Herald jusqu'à l'arrivée des barques à la terre ferme, l'une vers l'embouchure de la Lena, une seconde plus à l'ouest.

M. Delgeur a résumé les péripéties du voyage de la *Jeannette,* dans un article très détaillé de la *Revue des questions scientifiques.*

M. Émile de la Roche présente à la section un scarabée funéraire égyptien et un petit taureau de bronze trouvé à Bavay.

Mardi, 18 avril 1882. — La section procède au renouvellement de son bureau.

Sont élus, au scrutin secret :

Président,	MM. DE LA VALLÉE POUSSIN,
1er *Vice-président,*	le marquis DE NADAILLAC,
2me *Vice-président,*	le chanoine DELVIGNE,
Secrétaire,	HENRI LEFEBVRE.

Répondant à une question posée par M. Proost qui demande si l'on est fixé sur le mode de formation du calcaire devonien, le R. P. Renard expose le résultat des dernières recherches de M. Dupont, telles qu'il les a consignées dans son travail : *L'Origine des calcaires devoniens de la Belgique.*

Un échange d'observations a lieu entre MM. de Lapparent, de la Vallée et le R. P. Renard au sujet des théories de M. Mallard sur la cristallographie.

M. de la Vallée fait observer, à ce propos, que M. Paul Janet, dans la 2me édition de son ouvrage sur « *les causes finales* » qui vient de paraître, aurait pu ajouter un chapitre tiré des découvertes faites en cristallographie.

MM. de la Vallée et de Lapparent prennent part à une discussion où l'on traite de la théorie admise par Darwin pour expliquer la formation des îles corralliennes et de celle proposée récemment par M. J. Murray. M. de la Vallée Poussin, dans sa dernière excursion géologique, a trouvé, dans une ancienne carrière des environs de Rhisnes, deux exemplaires d'un *Euomphalus* ressemblant fort à l'*Euomphalus planorbis*, et deux *Murchisonia* se rapprochant fort de la *Murchisonia bistriata*, ainsi que des *Avicula* pareilles à celles du calcaire de Givet.

Mercredi, 19 avril 1882. — M. Delgeur communique à la section quelques renseignements sur les *Ostraca*, ou débris de poterie sur lesquels sont inscrites des quittances égyptiennes. On en a trouvé une masse très considérable dans l'île d'Éléphantine. M. Delgeur en possède quatre, l'un est en caractères démotiques, les trois autres en caractères grecs. M. Delgeur, s'aidant de fac-simile d'*Ostraca* qui se trouvent dans « les inscriptions grecques de Broeck », a pu en lire un entièrement, à l'exception

d'une partie d'un nom propre. Il est plus ancien que ceux décrits dans cet ouvrage.

Comment se sont conservés les *Ostraca?* Le Dr Wiedemann a découvert que l'on s'est servi de ces documents pour consolider les murailles des maisons bâties en briques crues. Quand les maisons ont été détruites, les briques sont tombées en poussière et les *Ostraca* en sont sortis.

On en a découvert ailleurs encore qu'à l'île d'Éléphantine, écrits en caractères grecs, en caractères démotiques ou en caractères mêlés, mais dans une langue inconnue. Ces inscriptions appartiennent à l'époque de Domitien et aux époques postérieures jusqu'à celle des princes nubiens, conquérants de la Thébaïde.

M. Delgeur donne ensuite des détails sur différents types d'*Ostraca.*

Jeudi, 20 avril 1882. — A propos de son article : « Les dernières découvertes en Égypte, » qui a paru dans le dernier numéro de la *Revue des questions scientifiques,* M. Delgeur fournit quelques détails qui n'ont pu y trouver place. Il complète les renseignements qu'il y donne sur la pyramide que M. Maspero vient de faire déblayer. On a trouvé qu'elle a été mal bâtie et qu'elle ne renferme rien à l'intérieur, ni entrée, ni couloir. Il est probable que c'est une construction compacte édifiée sur une excavation.

M. Proost présente quelques observations sur la structure des roches de l'étage hunsdruckien du système Coblencien (Rhénan). Il a trouvé, en 1872, avec M. l'avocat J. De Greef un gîte fossilifère à La Roche (Ardennes). Parmi les fossiles en mauvais état de conservation, il a cru reconnaître *Spirifer cultrijugatus, Atrypa reticularis, Orthis, Rhynchonella* (?).

Il a recueilli, également en 1870, en compagnie de M. Cogels d'Anvers, dans le Diestien de Pellenberg, la *Terebratula grandis* dont M. Rutot a retrouvé plusieurs échantillons plus tard. Il s'étonne que M. Cogels ait oublié ce fait en écrivant dernièrement dans les *Annales de la Société de malacologie* que ce fossile

n'avait plus été retrouvé depuis une vingtaine d'années. M. Proost tient ses exemplaires à la disposition de la Société scientifique.

Il termine en appelant l'attention de la Société sur les organes rudimentaires de certains insectes, notamment le balancier des Diptères, récemment étudié par M. Jousset de Belemme, et les moignons d'aile des femelles de Lépidoptères, telles que les *Hibernides* des hautes futaies qui présentent des moignons développés à différents degrés, selon les espèces. — Ces organes constituent, à son avis, l'un des arguments les plus sérieux en faveur de la doctrine de l'évolution.

Quatrième Section.

—

Séance du 20 octobre 1881. — M. le Dr Cousot, de Dinant, donne lecture d'une *Étude sur la diphtérie.* C'est avec une compétence toute particulière qu'il peut traiter ce sujet. Personne n'ignore les recherches de M. Cousot sur la nature et le traitement de la diphtérie. Elles l'ont conduit à employer le tannin contre cette redoutable affection, et depuis lors sa médication ne compte plus guère que des succès. Voir dans la seconde partie (pp. 127 et suiv.) le beau mémoire de M. Cousot.

Dans cette même séance, M. Charles Thiebauld fait l'analyse et la critique d'un livre récent du Dr Jacobi : *Étude sur la sélection dans ses rapports avec l'hérédité chez l'homme.* Nous sommes heureux de reproduire ici les principales idées de la communication de M. Thiebauld :

Si les faits mettent hors de doute la loi de l'hérédité physiologique, il est cependant encore impossible d'en déterminer avec précision la marche, le développement. L'histoire ouvre un domaine qui peut être exploré en vue de rechercher comment le principe héréditaire se comporte au milieu des cas complexes et variés qui se présentent. Mais les historiens ont souvent négligé de décrire l'état physique, les habitudes psychiques et les anté-

cédents héréditaires de ceux dont ils racontent les actes : les auteurs latins font cependant exception par le soin qu'ils mettent à nous initier aux moindres circonstances qui peuvent nous faire connaître les personnages de l'antiquité.

On ne peut juger de l'action de l'hérédité que lorsqu'on se trouve en présence de cas de sélection : alors seulement elle agit en toute sa puissance.

Dans un ouvrage publié en 1859 et intitulé : *De la psychologie morbide dans ses rapports avec l'histoire*, le Dr Moreau, de Tours, a montré par des exemples nombreux, que les familles dans lesquelles se rencontrent des hommes de talent, sont en général frappées du vice névropathique.

C'est dans la même voie qu'est entré le Dr Paul Jacobi. L'ouvrage qu'il vient de faire paraître est rempli de détails intéressants : c'est une manière nouvelle d'étudier l'histoire à la lumière des enseignements de la physiologie. Bien des faits peuvent être élucidés, bien des phénomènes sociaux compris par les révélations et les interprétations de la science médicale. Et, pour ne citer qu'un fait général, n'est-ce pas la médecine qui explique que la décadence d'un peuple suit si promptement l'apogée de sa civilisation? N'est-ce point parce que les générations, disparaissant d'autant plus rapidement que l'effort a été plus puissant, deviennent névropathiques et stériles? A quelles causes faut-il attribuer la dégénérescence des races? On a cherché dans les conditions économiques de la vie des peuples anciens la raison de la disparition de cités considérables, telles que Ninive, Babylone, Thèbes, Memphis : elle se trouve plutôt dans la décadence physique et morale amenant le dépérissement de la race. Les familles de Paris ne dépassent pas la quatrième génération : l'immigration de la province sauve seule la population parisienne de l'extinction.

Les cas de sélection bien fixée sont rares. Une enquête sur la juiverie au moyen âge pourrait fournir des renseignements fort utiles : il serait intéressant, par exemple, de reconstituer l'histoire physique et morale de la colonie juive d'Amsterdam, issue de quelques familles originaires du Portugal et perpétuée par des

alliances consanguines. Les archives des municipalités permettraient également de suivre les familles de bourreaux isolées par les préjugés sociaux.

Le Dr Jacobi a le mérite d'avoir fait avec succès l'étude physiologique de la famille Julia-Octavia. Il a bien choisi son terrain : car les historiens romains offrent dans cet ordre d'idées une riche mine à exploiter.

Dans l'ensemble de l'ouvrage, l'auteur s'est occupé de deux genres de sélection :

1° La sélection par la position sociale;

2° La sélection par le talent et l'intelligence.

Le pouvoir conduit les familles à la dégénérescence. Plus il est élevé et fort, plus rapide est la décadence physique, intellectuelle et morale. Il tend à développer, par une action psychique et physique, l'élément névropathique qui existe la plupart du temps à l'état latent dans une famille : il lui fait parcourir le cycle des troubles physiques et moraux qui trahissent les névropathies.

L'homme de talent est presque dans une situation analogue à celle du souverain. Il transmet souvent à ses descendants une névropathie qui traverse des phases diverses, s'exagère et amène l'extinction de la famille. Le travail de plusieurs générations est souvent nécessaire pour que les conditions physiques ou psychiques dans lesquelles se manifeste le génie, se trouvent réunies. Mais la descente est souvent d'autant plus rapide que l'ascension a été plus lente. Les paysans, les travailleurs, les humbles, les petits vivront seuls dans leurs descendants.

La sélection par la position sociale ne doit pas être restreinte aux familles souveraines. La question est plus vaste : l'hérédité doit être observée dans les dynasties nobiliaires, commerciales, industrielles. Les dynasties souveraines offrent cependant des conditions exceptionnelles qui permettent à l'hérédité de dégager tous ses effets. Elles nous montrent l'homme dans une position exclusive, anormale. Ensuite, l'hérédité agit plus énergiquement à raison de la tendance qui porte les familles princières à s'unir entre elles. Enfin, le problème de l'hérédité y est libre des conditions économiques, telles que la misère, dont l'influence sur

les troubles somatiques n'est pas encore nettement déterminée.

Le traité de M. Jacobi se divise en deux parties. La première est tout historique. C'est l'histoire médicale de la famille Julia-Octavia. Elle est suivie d'une étude trop succincte sur les dynasties souveraines du XIIIe au XVIIIe siècle. La seconde est consacrée à la démonstration des conséquences qu'entraîne la sélection par le talent. Mais, si l'on doit louer dans la première partie l'esprit critique du Dr Jacobi, son art de mettre à profit de patientes recherches et sa vive pénétration, on doit critiquer la méthode suivie par l'auteur dans la seconde partie et qui tend à prouver la supériorité intellectuelle et morale des villes sur les campagnes.

A la suite du Dr Jacobi, M. Thiebauld met en relief les caractères physiques et moraux des membres de la dynastie d'Auguste : il relève leurs particularités somatiques et intellectuelles. Nous ne pouvons résumer cette étude détaillée et complexe.

Après avoir fait le portrait de César, dont l'élément pathologique semble dû à une cause toute occasionnelle, M. Thiebauld nous indique le caractère et l'*habitus* physique d'Auguste. Ce prince avait le tempérament lymphatique, scrofuleux : il fut débauché, cruel et lâche même, dans sa jeunesse. L'influence dissolvante du pouvoir était très énergique dans le monde antique, parce que la volonté, le caprice des princes ne rencontrait aucun obstacle, que la glorification de leurs vices détruisait toute conscience morale et que la déification dont ils étaient l'objet développait outre mesure leurs dispositions orgueilleuses. Cependant le caractère d'Auguste subit une transformation lorsque les destinées de Rome lui furent confiées. La peur et les nécessités de la politique lui dictèrent une conduite prudente. Il fut obligé de se surveiller, de se contenir, de mener une vie modeste. L'élément névropathique n'en était pas moins accusé chez lui : il avait la *crampe des écrivains* qui témoigne d'une sorte de paralysie des centres modérateurs de l'action réflexe dans le cerveau. Nonobstant une volonté forte qui résistait à l'action dissolvante du pouvoir, il avait un germe phrénopathique qui devait se développer chez ses descendants.

La famille Julia-Octavia commença par Jules César : elle finit par Néron, qui n'eut qu'une fille morte en bas âge. Les unions contractées par les princes de cette famille influèrent sur la marche de l'hérédité physique et morale. Si les Julii étaient de grands seigneurs aimables, élégants, aimant les arts et les plaisirs, la race des *Claudii* se distinguait par son orgueil patricien, sa dureté, son mépris du peuple : Tibère est le type de cette race dont il a suivi fidèlement les traditions.

Le Dr Jacobi fait une analyse fort curieuse de la personnalité de Drusus, qui offrait un singulier mélange de dons brillants et d'impuissance morale : or ces circonstances sont à noter si l'on se rappelle qu'il fut le père de l'imbécile Claude, le grand-père de Caligula et le bisaïeul de Néron. L'éclat de l'intelligence coïncide souvent avec les anomalies psychiques et les troubles nerveux. Il n'est pas rare de voir réuni chez certains hommes le courage et la lâcheté, la sensibilité et la sécheresse de cœur. Cette anomalie témoigne de l'existence d'un vice névropathique.

Si l'on remarque ensuite l'étroite solidarité qui unit les affections nerveuses et les formes multiples de la dégénérescence morale et physique, on ne sera pas surpris que l'empereur Auguste ait eu une fille débauchée, nymphomane, et un fils mort jeune, accusant malgré ses brillantes qualités les symptômes de la névropathie.

Les alliances contractées par la famille d'Auguste n'ont pas contribué à l'exagération du vice névropathique ; elles en ont, au contraire, suspendu le développement. La famille d'Antoine n'apporta aucun élément pathologique ; dans la postérité d'Auguste et d'Antoine, c'est la race du premier dont la prédominance se dessine par les traits du visage et les particularités physiques. Beau, instruit, excellent général, Agrippa n'était atteint d'aucune névrose; il n'a donc pu hâter en rien la décadence de la famille d'Auguste. Il avait une vigoureuse santé somatique et psychique : c'était un beau type de race.

Le vice névropathique dérive donc de la famille des Julii ; dans sa marche progressive, il traversa les formes diverses qu'il

est susceptible de revêtir, et amena rapidement l'extinction de la race. Nous ne tardons pas, en effet, à rencontrer les Caïus, maladif, faible de corps, atteint d'une sorte d'idiotie morale, incapable de la moindre volonté, la cynique Livilla et enfin Néron, le dernier de sa race, qui donna au monde le spectacle d'un prince aussi laid qu'immoral, aussi fou que cruel, aussi lâche que dégradé. « Voici une famille, dit M. Jacobi, que la nature et le sort avaient traité comme leur enfant favori. Beauté, intelligence hors ligne, talents de toute sorte..., éducation brillante et solide, la nature et le sort lui avaient généreusement prodigué leurs dons. Si la première génération n'est pas nombreuse, — un fils et une fille, — la seconde compte déjà de douze à quinze membres. Quel avenir brillant pour la race! Eh bien, cette famille, si heureuse, n'est représentée dans sa quatrième génération que par un histrion monstrueux et grotesque, abject et sanguinaire, souillé de tous les vices et de tous les crimes et dont la fille unique meurt au berceau. Et, pour arriver à cet histrion, la famille passe par l'imbécillité, l'épilepsie, les névropathies, l'impudicité, la stérilité, etc..... »

Au cours de cette intéressante étude, le Dr Jacobi arrive à éclaircir par le concours de l'observation médicale certaines questions de détail, débattues entre historiens et archéologues : il démontre notamment qu'une médaille qu'on disait être le portrait de Mécène reproduit le type d'Asinius Pollion avec la forme pathologique du crâne.

L'analyse de la dynastie Julia-Claudia, faite à l'aide de données sûres et nombreuses, est complète. M. Jacobi traite ensuite beaucoup trop brièvement des grandes dynasties souveraines du XIIIe au XVIIIe siècle. Les tableaux statistiques qu'il dresse sont trop arides et trop peu expliqués : les causes qui peuvent paralyser ou modifier l'action de l'hérédité sont trop nombreuses pour qu'une succincte analyse puisse inspirer confiance. L'auteur eût dû recueillir sur ces dynasties les éléments qu'il a groupés avec tant de soin dans son travail sur la famille Julia-Octavia. Certaines familles, certaines personnalités mériteraient d'être étudiées en détail. On regrette, par exemple, que M. Jacobi ne

nous initie pas d'une manière plus complète aux antécédents héréditaires de Louis XI, qui réalisait un état intermédiaire entre la raison et la folie; de Charles le Téméraire, aussi audacieux que changeant dans ses résolutions, atteint d'une affection mentale qui prit la forme de la mélancolie; de Louis XIII, bègue, malade d'esprit et de corps; d'Élisabeth d'Angleterre, qui mourut dans un accès de mélancolie avec stupeur.

Ce ne sont pas les familles souveraines seules qui sont frappées d'une rapide décadence : mais elles constituent, par les raisons que nous avons expliquées, le type le plus parfait des races exposées à la dégénérescence. Toutes les familles qui se trouvent dans des positions privilégiées tendent à disparaître. C'est un fait général qui se remarque dès l'antiquité : la classe des Spartiates qui formait l'aristocratie de la Laconie, le patriciat romain, les aristocraties féodales de l'Europe moderne dégénérèrent rapidement et ne tardèrent pas à s'éteindre. Ce fait, qui peut avoir cependant encore d'autres causes, est principalement dû à la position exclusive de ces familles. Ceux qui appartiennent à ces castes choisissent leurs conjoints dans le même milieu social, soumis à la même influence. « Dès lors, dit le Dr Jacobi, l'élément névropathique, né sous l'influence des troubles fonctionnels de la vie intellectuelle et affective, se développe rapidement et arrive à sa plus haute puissance. »

Le Dr Jacobi démontre que la folie et la psychopathie ont augmenté en France dans une effrayante proportion. L'accroissement du nombre des aliénés en traitement dans les asiles a été vingt-deux fois plus rapide que l'augmentation de la population. La proportion est de quarante-sept si la comparaison se fait avec les aliénés qui se trouvent à domicile et dans les asiles. Les mêmes progrès de la folie se remarquent dans les autres pays.

Les savants n'hésitent pas à attribuer cette progression à la civilisation, qui a multiplié les causes d'excitation cérébrale en provoquant une activité fiévreuse. Ce rapport entre l'état social et les affections cérébrales est admis par les principaux aliénistes. Or, à raison de l'étroite parenté que les formes de psychopathie ont entre elles et de leur transformation dans la transmission

héréditaire, la névropathie bénéficie largement de l'accroissement des maladies mentales.

D'après le Dr Moreau, de Tours, on constate en général chez les hommes de génie ou dans leurs familles des affections et des anomalies somatiques ou psychiques. Mais le Dr Jacobi conclut à tort de cette observation que la névrose est la condition nécessaire, l'élément primordial du génie et du talent, et que le génie lui-même n'est qu'une forme spéciale de névropathie.

Les recherches du Dr Moreau ne pourraient, comme le fait remarquer M. Thiebauld, avoir quelque portée que si ce savant avait déterminé le nombre de familles qui, se trouvant dans les cas ordinaires ou inférieures au point de vue du talent, présentent le même élément pathologique.

Le Dr Jacobi construit l'édifice de ses statistiques sur une base fausse conçue *à priori :* la connexité et la relation de développement du talent et de l'élément névropathique. Puisque le génie et le talent sont liés à la névropathie par une communauté d'origine, il faut, d'après cet auteur, qu'on les rencontre d'autant plus développés dans une population chez laquelle les affections nerveuses sont plus répandues.

L'erreur du Dr Jacobi est de voir dans la névrose l'origine ou même la condition du talent. M. Thiebauld ne nie pas que certaines aptitudes particulières, telles que le goût des arts ou la subtilité intellectuelle, ne soient quelquefois liées à des prédispositions morbides : l'éloquence même se rencontre le plus souvent chez les hommes dont la sensibilité nerveuse est vive. Mais le génie et la supériorité intellectuelle ne se rencontrent en général que chez les natures fortes et bien équilibrées : la qualité du sang, sa distribution régulière, la coordination du système nerveux, l'état du cerveau sont autant de conditions qui influent sur l'épanouissement du talent, sur l'efflorescence du génie et sur les travaux scientifiques eux-mêmes. M. Thiebauld croit que les populations des campagnes et surtout des petites villes ou des bourgades, dégagées d'une apathie native, réunissent les meilleures conditions pour le développement du talent. C'est ce que les faits prouvent. Les statistiques faites dans les villes sont de

nulle valeur, parce que l'on met à l'actif des villes l'immigration de tous les hommes de valeur qui y arrivent des campagnes et des bourgs pour se créer un avenir. Assurément, le talent, par l'excitation cérébrale qui l'accompagne ordinairement, prédispose aux névropathies celui qui se livre aux labeurs de l'esprit. Il n'est pas moins vrai que les descendants de tout homme de talent ou de génie héritent la plupart du temps d'une névropathie. C'est ce qui explique que bien des hommes de génie ne laissent qu'une postérité qui s'élève à peine au niveau de l'humanité normale. Mais il importe cependant de tenir compte de l'action du milieu. L'intensité de la vie psychique, l'excès du travail intellectuel, la fièvre de l'activité et par-dessus tout les perturbations morales, fréquentes dans les grandes villes, activent, dans une effroyable progression, la marche d'un élément névropathique qui, laissé à lui-même, n'aurait pas cette puissance. Le nombre des suicides établit l'influence désastreuse des grandes cités sur l'excitation cérébrale. D'après Legoyt, le nombre des suicides en France est marqué par un accroissement huit fois plus rapide que celui de la population : les suicides de Paris forment un septième de ceux de toute la France, et ceux du département de la Seine, un sixième. Le Dr Jacobi ne croit pas que le nombre des crimes soit en quelque rapport avec le développement des maladies mentales et des névroses. Il ne fait pas rentrer, comme Maudsley, les criminels dans le cadre nosologique des psychopathies. Il les regarde comme des êtres dégradés dont l'organisation physique est défectueuse, et caractérisés par le manque d'intelligence, la stupidité intellectuelle. Il voit dans le crime une manifestation de l'*atavisme*, c'est-à-dire un retour à l'état psychique des ancêtres les plus éloignés, tout comme la microcéphalie. M. Thiebauld combat cette théorie. Dans les cas où des prédispositions au crime se manifestent, elles se rencontrent presque toujours chez les individus qui appartiennent à des familles atteintes d'un vice névropathique. Le Dr Jacobi relève avec raison comme une preuve de la prédominance des psychopathies dans les villes, la fréquence des maladies des centres nerveux et des maladies cérébrales. D'après Broca, le crâne se développe sous l'action de

la vie excitante des grands centres de population; on y rencontre également plus de difformités physiques.

M. Thiebauld expose et critique ensuite la méthode suivie par le Dr Jacobi pour établir que les villes produisent plus d'hommes de génie et de talent que les campagnes. Pour qu'une statistique ait quelque valeur, il faut qu'elle comprenne une époque assez longue. Or, pour déterminer la fréquence relative des hommes de génie dans les villes et les campagnes, M. Jacobi remplace le temps par l'espace : il croit que sa thèse sera suffisamment démontrée s'il ne s'occupe que d'un pays pendant une période à laquelle il s'arrête avec une préférence évidente. Il justifie le choix qu'il fait du XVIIIe siècle par la considération que cette époque est riche en hommes remarquables et qu'elle est bien connue, ne se trouvant ni trop rapprochée ni trop éloignée de notre temps. Le choix n'en est pas moins arbitraire : il n'est pas décisif, surtout lorsqu'on remarque que l'auteur base tous ses calculs sur un seul recensement de population, celui qui a été fait en France en 1836. Une autre difficulté se présentait : arrêter le nombre des hommes remarquables pendant le XVIIIe siècle. M. Jacobi se sert d'une *Biographie universelle;* M. Thiebauld fait valoir les inconvénients et les lacunes de ces recueils généraux. Le Dr Jacobi a eu également le tort de former sa statistique par départements, et non par provinces, alors que la division de la France en provinces n'a disparu qu'à la fin du XVIIIe siècle. Le procédé du Dr Jacobi repose sur les bases suivantes. Il dresse le tableau des hommes remarquables par départements, d'après les éléments biographiques d'un dictionnaire. Pour obtenir les nombres relatifs, en d'autres termes la fréquence des hommes de talent, il divise le chiffre absolu de ces personnages par la population du département à un moment donné du XVIIIe siècle.

Puisque l'auteur recherche la relation du talent avec le degré de civilisation, on a le droit de s'enquérir avec M. Thiebauld de ce que le Dr Jacobi entend par civilisation. Il en a une notion préconçue, toute favorable aux grandes villes. « Dans les cités la vie intellectuelle et sociale se produit et s'avive dans toute son intensité, tandis que dans les campagnes règnent la lourdeur intellectuelle, l'engourdissement moral et social. »

M. Thiebauld fait ressortir avec quelle légèreté est traité ce problème, qui demande de si fines nuances et ne peut être résolu qu'à l'aide de nombreuses et délicates observations. Il faudrait dégager, dans ce que l'on appelle communément la civilisation, les forces diverses qui concourent à la produire : l'élément intellectuel, l'élément artistique, l'élément moral et l'élément social. Si la concentration de la population imprime un essor puissant à la vie intellectuelle des villes, il ne faut pas oublier que les cités sont travaillées par un principe interne de dépérissement physique et moral qui rejaillit sur l'ordre intellectuel lui-même. La grande cité, c'est la fournaise de la civilisation; l'aliment qui empêche l'arrêt de la puissante machine et lui fournit sa nourriture, c'est la campagne. Que si l'on se place au point de vue élevé de la science, on est en droit de dire que l'habitant des campagnes, qui a reçu une instruction suffisante pour secouer l'apathie physique, se trouve dans les meilleures conditions physiologiques pour poursuivre les études scientifiques avec la persévérance, la juste raison, l'esprit de suite qu'elles demandent.

Après le relevé (p. 536) de la fécondité relative des départements en hommes remarquables, le Dr Jacobi présente le même tableau sous une forme graphique. Mais l'auteur est obligé de reconnaître lui-même que la concordance des lignes se sent plus qu'elle n'est démontrée, et que ces tracés présentent une longue série d'exceptions, de déviations les moins douteuses dans les cas particuliers. Voici comment le Dr Jacobi s'exprime lui-même sur la justification positive de la loi qu'il avait posée : « On ne » pouvait s'attendre à ce que des questions aussi complexes que » celles de l'intensité et de l'énergie de l'activité intellectuelle » dans leur rapport avec des conditions aussi multiples que » celles qui constituent la civilisation, puissent être exprimées » par une figure graphique aussi simple et exacte, qui n'admet» trait ni déviation ni exception. Mais il faut avouer cependant » que le tableau graphique laisse à peine sentir, deviner le rap» port entre les conditions qui font l'objet de notre étude, sans » donner sur lui aucune indication positive; en tout cas les » exceptions sont si nombreuses, les déviations si grandes,

» qu'elles rendent complètement illusoire la concordance générale des lignes. »

L'auteur sent la nécessité d'expliquer ces exceptions, qui réfutent directement le principe qu'il veut établir et tendent même à le mettre en doute. Le nœud de la contradiction entre sa théorie et certains faits consiste dans la manière d'établir l'échelle statistique. Il reconnaît que les départements, produits d'une division politique, ne sont pas seulement distincts au point de vue de la densité et de la répartition de la population, mais qu'ils diffèrent dans leurs conditions historiques, économiques, sociales, géographiques. Il faut surtout tenir compte des conditions ethniques, c'est-à-dire de la race, qui modifient complètement l'influence de la densité de la population et du développement de la vie urbaine. La distribution en groupes ethnologiques n'est pas sans offrir de sérieuses difficultés, parce que dans la population de la France se trouvent des représentants de races et de peuples différents et qu'il est impossible de doser à sa juste valeur l'influence ethnique de chaque race. A défaut de données suffisantes fournies par la science ethnologique, M. Jacobi est ramené à grouper les départements d'après la division par provinces qui lui paraît l'expression très approximative de la division de la population par races.

M. Thiebauld fait remarquer que le Dr Jacobi, en mettant le nombre des hommes remarquables en regard de la densité de la population dans chaque province et de la proportion de la population urbaine, oublie le facteur le plus important, c'est-à-dire, le chiffre de la population entière de la province, qui peut expliquer dans une certaine mesure le nombre plus ou moins élevé des hommes de talent.

C'est une erreur de croire que les capacités, les énergies, les intelligences se concentrent dans les grands centres, au détriment des campagnes. Rien n'est plus difficile qu'une statistique ou une étude de ce genre : elle demanderait une distinction entre diverses espèces d'aptitudes et de talents. Le problème est trop complexe pour être résolu par un calcul général. Certes, il faut tenir compte de la tendance qui porte les natures d'élite vers

les villes; mais encore ce fait ne peut-il être considéré comme général. La population des campagnes réunit le plus souvent les meilleures conditions physiologiques pour le développement de l'esprit scientifique. La petite ville qui échappe à l'ardente activité des grands centres constitue un milieu qui n'est pas moins favorable à l'éclosion du talent.

En terminant, M. Thiebauld se rallie à l'opinion du Dr Jacobi, lorsque cet auteur fait ressortir les conséquences physiques qu'entraînent les fortes études intellectuelles et le travail fiévreux des carrières libérales. Quand la sélection du talent et de l'énergie se fait, elle épuise l'homme, au moins dans sa génération. Il en est de même des peuples : arrivés au faîte de la civilisation, ils en descendent rapidement pour faire place à des races qui ne se sont pas usées dans ces labeurs.

Séance du 19 avril 1882. — Parmi les divers sujets inscrits à l'ordre du jour de cette séance figure la nomination d'une commission de trois membres, chargée de choisir une question à mettre au concours en 1883. La section désigne pour faire partie de la commission MM. Hairion, Lefebvre et Willième. Pour répondre au désir exprimé par ces messieurs, plusieurs questions sont soumises à leur choix :

M. Cuylits propose d'étudier : 1° le tremblement au point de vue de ses causes, de ses effets et du traitement;

2° Les effets du chloral sur le système nerveux;

3° L'association du chloral à un alcaloïde.

M. Schneider propose l'étude d'un médicament.

M. Mœller choisit une question d'hygiène : Des foyers à gaz au point de vue hygiénique.

Enfin, M. Venneman pose cette question : Comment se forme le pus?

La commission aura donc à faire son choix entre ces divers sujets, et à le soumettre elle-même ensuite au Conseil de la Société scientifique.

L'ordre du jour comporte deux importantes communications : l'une de M. le Dr Mœller : *Sur la pénétration des liquides dans*

les organes respiratoires (voir la seconde partie, p. 139), l'autre de M. le professeur Venneman, de Louvain : *Sur les variétés de conjonctivite que peut engendrer la conjonctivite diphtéritique.*

Dans la dernière réunion de notre section, dit M. Venneman, nous avons entendu la très intéressante communication de M. le Dr Cousot sur l'étiologie de la diphtérie. La *Revue médicale*, de Louvain, dans son numéro du 25 janvier, a donné l'analyse d'une conférence faite à Munich par le professeur OErtel, sur l'étiologie de cette même affection. Tous les deux, M. Cousot et M. OErtel, attribuent les lésions anatomiques de cette maladie à la présence d'un microbe particulier, le coccus de la diphtérie. M. OErtel cependant hésite à lui attribuer les caractères d'une espèce bien distincte. Au point de vue morphologique bien certainement, ce coccus ne présente point des caractères particuliers. Et quant à ses propriétés physiologiques ou pathogéniques, M. OErtel inclinerait fort à admettre pour le microbe de la diphtérie une évolution physiologique semblable à celle que Büchner a démontrée pour les bactéries indifférentes du foin, que la culture dans des milieux appropriés transforme en redoutables baccillus du charbon. Depuis les travaux de Pasteur sur l'atténuation des virus par des cultures artificielles et sur la régénération de ces virus par des cultures naturelles, ces transformations physiologiques, je dirai, du protoplasme ont cessé de paraître bizarres et absurdes.

Dans la discussion qui suivit la lecture du travail de M. Cousot, je fis observer à ce dernier que, en ophtalmologie, il est admis aujourd'hui, à peu près sans conteste, que le produit de sécrétion d'une conjonctivite catarrhale peut produire, après l'inoculation, indifféremment ou 1° une conjonctivite de même nature, ou 2° une conjonctivite purulente, ou 3° une conjonctivite croupale, ou 4° une conjonctivite diphtéritique. Inversement, on admet que la fausse membrane, détachée de la conjonctive et transportée accidentellement ou par voie d'expérience sur une conjonctive saine, ne doit pas nécessairement faire naître une affection croupale ou diphtéritique. Une conjonctivite purulente, ou même une simple conjonctivite catarrhale peut être le résultat de l'inoculation directe du coccus de la diphtérie.

L'expérience clinique est en tous points d'accord avec ces vues théoriques de la biologie cellulaire et avec ces conclusions de la pathologie expérimentale. Comme j'eus moi-même, dans ces derniers temps, l'occasion de faire une observation clinique semblable, je désire aujourd'hui la communiquer à la section, afin que vous puissiez par vous-mêmes juger jusqu'à quel point les faits confirment ces données scientifiques.

Mme L... m'amena le 8 décembre dernier sa petite fille, âgée de six ans. L'enfant était atteinte à l'œil gauche de conjonctivite phlycténulaire. Une conjonctivite catarrho-purulente compliquait les lésions de la conjonctive bulbaire. A ce moment l'œil droit présentait les symptômes d'un catarrhe commençant. Il s'était pris d'ailleurs deux jours plus tard que le gauche. Comme toujours, dans ces cas, où la finesse de la peau contre-indique les lotions ou les compresses antiseptiques, je prescrivis les instillations de borate de soude à la dose de 1 $^1/_2$ p. $^0/_0$. Des cultures dans du bouillon de Liebig, de l'urine, etc., additionnés de borate de soude, m'ont démontré que cette concentration suffit pour prévenir toute fermentation.

Pour combattre les phlyctènes de l'œil gauche, j'ordonnai le calomel en insufflation. Le traitement général de la constitution affaiblie fut institué d'emblée.

Le surlendemain la guérison était complète à droite. Le catarrhe intense s'était dissipé à gauche. Il ne restait plus que les phlyctènes contre lesquelles les insufflations de calomel furent continuées.

Cependant la mère présentait à ce moment un catarrhe double de la conjonctive; moins intense toutefois que celui qui avait affecté l'œil gauche de sa petite fille. Les lotions à l'acide borique (3 p. $^0/_0$) en eurent facilement raison.

L'enfant cadet, au contraire, qu'elle me fit voir le même jour (10), présentait une conjonctivite double très intense. Il était difficile de dire en ce moment si nous étions en présence d'une véritable conjonctivite purulente. Je m'en tins donc à une légère cautérisation au sulfate de cuivre, et j'ordonnai les lotions antiseptiques (3 p. $^0/_0$ d'acide borique). Le lendemain, l'écoule-

ment blennorhagique s'était établi d'une façon franche. Je cautérisai les muqueuses avec une solution de 1 p. °/₀ de nitrate d'argent. Le 12, en voulant faire le pansement du matin, j'aperçus que l'écoulement avait tari et que de larges fausses membranes recouvraient la muqueuse des deux paupières. Le nitrate d'argent était contre-indiqué : je le remplaçai par le mucilage tannique que je fis instiller encore trois fois dans la journée. Les compresses froides à l'eau phéniquée (3 p. °/₀) furent commandées pour la nuit comme pour le jour. L'enfant, quoique bien jeune, il n'avait qu'un an et demi, se prêta de bonne grâce à l'application de ces compresses.

Le 13, le dégonflement des paupières avait déjà commencé, et les fausses membranes se laissaient plus facilement enlever. Le 14, l'amélioration était assez grande pour diminuer le nombre des instillations et les réduire à deux, une au matin et une au soir. Deux jours après, la guérison était pour ainsi dire complète. Je fais observer ici, en passant, qu'à l'aide du mucilage au tannin je suis parvenu aux mêmes résultats que le D[r] Vossins. Celui-ci, à l'aide d'instillations d'acide salicylique, était parvenu à guérir les conjonctivites diphtéritiques sans qu'un stade de purulence dût s'établir, ainsi que cela arrive ordinairement.

Le père n'échappa point à l'affection qui avait atteint toute sa famille. Chargé par la mère trop sensible d'aider aux pansements les plus douloureux, il eut l'occasion de s'inoculer les microbes de la diphtérie. Je le vis dès le 13 ayant les conjonctives rouges, couvertes de papilles saillantes sous forme de vésicules; une inflammation catarrhale s'établit bientôt, mais la conjonctivite ne dépassa point ce degré. Il n'employa comme médication que l'acide borique.

Voilà donc quatre personnes d'âge différent, de force constitutionnelle différente, puisant pour ainsi dire à la même source leur affection oculaire, s'inoculant mutuellement la maladie, et chez lesquelles le même coccus a produit toutes les variétés de l'inflammation de la conjonctive, depuis la conjonctivite catarrhale pure chez le père, jusqu'à la conjonctivite purulente d'abord, croupale ensuite, chez le cadet de la famille.

Il ne manquait au tableau qu'un degré plus élevé, l'inflammation diphtéritique proprement dite. Mais heureusement cette forme grave se présente peu dans notre pays.

Pour moi, les conditions qui font varier dans des circonstances pareilles les manifestations d'une affection identique dans son principe étiologique sont les suivantes :

1° L'âge et la constitution de la personne infectée ; et, pour généraliser davantage, la force de vie inhérente aux cellules directement attaquées par le principe infectieux.

2° L'énergie vitale du microbe infectant. Cette énergie est loin d'être toujours la même. Dans la lutte pour l'existence qui s'engage entre nos cellules et les microbes, l'énergie vitale ou la puissance morbigène de ces derniers s'exalte si la victoire est de leur côté, elle s'affaiblit, au contraire, si la lutte est trop inégale pour le parasite, et ce n'est qu'à grand'peine qu'il se maintient en vie.

3° Le nombre même des microbes mis à un moment donné en présence de nos cellules.

A ce dernier point de vue, rien n'est plus intéressant que d'examiner au microscope deux pus de même origine, mais de nature diverse : du pus de la conjonctivite blennorrhagique, par exemple, et du pus d'une conjonctivite catarrho-purulente. Dans le premier cas chaque globule de pus est farci de microbes en plein mouvement : on croirait au premier coup d'œil voir une cellule munie de cils vibratiles agités par un mouvement si rapide qu'il est impossible de les distinguer. Dans le second cas on compte facilement les microbes que contiennent les globules de pus.

Après cette observation, il n'est plus étonnant que la conjonctivite blennorrhagique soit à un si haut degré contagieuse.

———

ASSEMBLÉES GÉNÉRALES

I

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 20 OCTOBRE 1881.

M. le Dr Desplats, professeur aux Facultés catholiques de Lille, parle du *Magnétisme animal*. Il a, depuis, traité le même sujet dans un article publié par la *Revue des questions scientifiques* (juillet 1882); mais, suivant l'usage, nous donnons ici un court résumé de la conférence de ce jour.

Il y a quelques années un médecin eût commis une grave imprudence s'il avait pris le magnétisme pour sujet d'une conférence publique; aujourd'hui il n'en est plus ainsi, grâce aux récents travaux publiés par l'école de la Salpêtrière. Le conférencier en profitera pour dire ce qu'il sait du magnétisme grâce à son expérience personnelle et à ses lectures.

Ce serait une erreur de croire que des recherches scientifiques n'aient été faites sur ce sujet que dans ces derniers temps. Depuis un siècle, des hommes de valeur et consciencieux se sont occupés de cette question, et ont établi la réalité d'un grand nombre de faits qu'on refuse d'admettre encore aujourd'hui. On peut citer parmi ces maîtres autorisés : Jussieu, qui refusa de signer le procès-verbal de la Commission de la Société royale de médecine en 1784; Georget, physiologiste distingué et médecin de la Salpêtrière; Rostan, professeur de clinique médicale à la Faculté de Paris et auteur de l'article *Magnétisme* du Dictionnaire; Galmeil, célèbre aliéniste et auteur de l'article du Dictionnaire en trente volumes; Husson, médecin de l'Hôtel-Dieu, membre de l'Académie de médecine et rapporteur des Commissions de 1825 et de 1831; Fouquier, médecin de la Charité et

membre de ces Commissions ; Leroux, doyen de la Faculté de médecine ; Foissac, etc. Tous ces hommes se sont occupés du magnétisme animal avant les jeunes savants de la Salpêtrière, et ce serait une injustice que de ne pas rappeler leurs travaux.

Employant dans son exposé la méthode historique, M. Desplats rappelle les idées de Mesmer, les rapports de Bailly et de la Société royale de médecine en 1784, la découverte du somnambulisme artificiel faite à la même époque par de Puységur, et la révolution qui en résulta dans les pratiques du magnétisme. Il raconte ensuite les expériences faites en 1820, par Dupotet, à l'Hôtel-Dieu, en présence de Husson, de Récamier et d'un grand nombre de jeunes docteurs, sur la fille Sanson ; celles de Foissac en 1825, et la nomination d'une Commission académique pour examiner les faits de ce dernier. Il emprunte un certain nombre de faits au remarquable rapport du Dr Husson à l'Académie en 1831. Il parle ensuite des discussions académiques qui continuèrent jusqu'en 1840, du rapport très hostile de Dubois d'Amiens, etc., du vote de l'Académie décidant qu'elle ne s'occuperait plus à l'avenir des communications relatives au magnétisme.

M. Desplats montre ensuite la question du magnétisme remise à l'ordre du jour par Braid, de Manchester, en 1842, sous le nom d'hypnotisme, écartée encore une fois du domaine scientifique à cause des résultats étonnants obtenus et annoncés par l'auteur, particulièrement des phénomènes de suggestion, aujourd'hui remis en honneur.

Enfin, il dit et prouve que le magnétisme et le somnambulisme ont été de nouveau mis à l'ordre du jour par les pathologistes et, à l'appui de son dire, il cite un certain nombre de faits très intéressants que nous regrettons de ne pouvoir détailler.

Aujourd'hui donc, la réalité d'un grand nombre de faits magnétiques, jusqu'ici niée, semble définitivement admise. Comment les explique-t-on ? Mesmer croyait à l'existence d'un fluide magnétique universel. Depuis, cette doctrine a été abandonnée et les magnétiseurs ont admis un fluide magnétique personnel, transmissible d'un individu à un autre individu. L'existence de ce fluide

est fortement battue en brèche par les travaux de la Salpêtrière et ceux de Heidenhain. D'après les derniers travaux publiés, les phénomènes les plus étonnants du somnambulisme seraient purement subjectifs. M. Desplats ne veut pas prendre parti dans cette question ; car, quelque désir qu'il ait de voir les phénomènes du somnambulisme rentrer dans la physiologie pathologique, il est obligé de reconnaître que ce travail n'est pas encore fait.

Dans la discussion qui suivit cette belle conférence, M. le Dr Verriest, professeur à l'Université de Louvain, après avoir rapproché certains mouvements *réflexes* des faits du magnétisme animal, intéressa vivement l'assemblée en décrivant les phénomènes singuliers de *double vie* qu'il a observés et étudiés sur une malade de l'hôpital de Louvain.

II

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 26 JANVIER 1882.

Dans cette réunion, le R. P. Van Tricht, S. J., a fait une conférence sur les *Enregisteurs météorologiques*, que l'on trouvera plus loin, 2me partie, pp. 153 et suiv.

III

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU LUNDI 17 AVRIL 1882.

Le R. P. Carbonnelle, secrétaire de la Société scientifique, lit le rapport suivant :

MESSIEURS,

Il y a quelques années, un écrivain de la revue *la Philosophie positive*, évidemment scandalisé de notre existence, s'écriait : « La Société scientifique ! Qu'est-ce que cette société qui se dis-

tingue tout simplement par un qualificatif aussi vague? » Il aurait pu le savoir, s'il avait voulu consulter nos *Annales* et notre *Revue;* car nous avions déjà à cette époque publié près de trois mille pages de comptes rendus, de mémoires originaux et d'articles de vulgarisation. Mais, en vrai philosophe positiviste, peu accoutumé à remonter aux sources, il avait préféré ne se renseigner que dans le feuilleton d'un journal parisien, dont le rédacteur en chef, membre lui-même de la Société scientifique, avait assisté à notre première session annuelle, et en avait brièvement entretenu ses abonnés. Malheureusement, l'écrivain de la *Philosophie positive* n'était pas assez au courant des sciences pour bien comprendre ce feuilleton, son unique document, et voici comme il décrivait, pour ses pauvres lecteurs, notre première session :

« Le Congrès de Bruxelles a fonctionné tout comme un autre, sans avoir rien produit qui fût original; on ne trouve rien, soit dans son organisation, soit dans ses travaux, qui ne soit une copie et même une très pâle copie des associations existantes. A part une communication sur le tunnel sous-marin de la Manche, les mémoires qui y ont été lus ne sont remarquables que par le défaut d'intérêt ou le défaut de nouveauté. Ainsi, un général américain a décrit les gigantesques travaux d'art exécutés dans le port de New-York; l'intérêt que les flâneurs ont pu éprouver sur les quais de la grande cité américaine ne saurait émouvoir si peu que ce soit des savants européens, ni justifier le besoin de s'associer pour faire œuvre de science. Un autre orateur, un jésuite, a fait le récit de son voyage lors du passage de Vénus; or, il y a quinze mois que le rapport de M. Dumas est publié. Après les relations officielles de l'expédition astronomique sont venues les narrations particulières : chacun a tenu à raconter sa campagne; les journaux ont entretenu leurs lecteurs de toutes les péripéties auxquelles ont pu donner lieu les diverses expéditions des observateurs; la matière est plus qu'épuisée. Voilà le langage scientifique qui a paru suffisant aux fondateurs du Congrès pour leur début. »

Si je vous rappelle, Messieurs, les naïves critiques de ce positiviste, ce n'est pas pour vous donner enfin de ses nouvelles. Vous savez assez que, depuis cette belle entrée en campagne,

malgré ses promesses et ses menaces, le malheureux a disparu, disparu probablement pour toujours. C'est uniquement parce que, le programme de notre sixième session présentant une ressemblance frappante avec celui de la première, je devais loyalement vous avertir que tout le monde n'a pas, comme beaucoup d'entre vous, trouvé celle-ci fort intéressante et fort utile.

Le brillant conférencier que vous êtes venu entendre aujourd'hui est précisément celui qui, en 1876, nous a parlé du tunnel sous-marin de la Manche. Il est vrai qu'il n'a pas, autant que les autres, encouru la désapprobation de la *Philosophie positive*. Je ne le blesserai pas en disant qu'on n'a jamais vu la raison d'une si flatteuse distinction; mais je suis bien sûr qu'il saura, dans quelques minutes, la justifier en vous entretenant de la cristallographie française.

Aucun général américain ne viendra de New-York pour nous décrire ce qu'on voit en flânant sur les quais de la grande cité; mais le géologue belge qui nous exposait, il y a six ans, le succès retentissant qu'un autre de nos membres, le général Newton, avait obtenu dans sa hardie entreprise de Hell-Gate, nous parlera jeudi des sondages en mer profonde exécutés par le *Challenger*. Chargé personnellement d'une des importantes monographies provoquées par ces sondages, il peut nous en parler sans recourir à des documents de seconde main.

L'astronome anglais, le jésuite, qui « a fait le récit de son voyage lors du passage de Vénus, » s'est, parait-il, assez bien acquitté, en 1874, de son importante mission à l'île de Kerguélen, pour être de nouveau placé par son gouvernement à la tête d'une des expéditions organisées par l'Angleterre. Il nous dira ce qui va se faire, sous sa direction, pour le passage en 1882. Vous jugerez, en l'entendant après-demain, si notre positiviste a été bien inspiré par son érudition astronomique, quand il déclarait la matière épuisée.

Je voudrais bien ajouter encore quelques mots sur notre programme actuel, ne fût-ce que pour prouver que nous ne sommes pas absolument incapables de progrès; je voudrais dire ce que je pense de la belle découverte et de l'ingénieux instrument qui

vous seront exposés demain dans l'assemblée générale. J'en aurais bien le droit, me semble-t-il, puisque les travaux mathématiques auxquels nous les devons ont occupé à diverses reprises les séances de la première section, puisque cet important progrès est, à mon avis du moins, un des plus beaux titres de gloire de notre Société scientifique. Mais l'auteur, qui m'écoute et surveille mon enthousiasme, ne me permet pas de m'y livrer aujourd'hui. J'attendrai donc jusqu'à demain.

N'est-il pas évident, Messieurs, que de pareils travaux sont une preuve éclatante de notre activité, de notre vitalité? Nos *Annales* et notre *Revue* montrent bien d'ailleurs qu'ils ne sont pas une efflorescence passagère, mais que, depuis la fondation de la Société, les recherches savantes et la vulgarisation réellement scientifique ont toujours été, dans son sein, vigoureusement poussées et fort utilement secondées. Les mesures publiées cette année relativement aux concours et aux subsides en sont une nouvelle preuve.

Pourquoi faut-il jeter une ombre sur ce tableau? Je le ferai cependant sans hésitation, mais en ajoutant qu'elle peut aisément disparaître, si vous le voulez bien. Le nombre de nos membres a légèrement diminué cette année. Nous ne comptons plus que 647 membres, dont 173 étrangers à la Belgique, tandis que le rapport de l'année dernière accusait 688 membres, dont 172 étrangers. Vous le voyez, c'est en Belgique seulement que cette diminution s'est produite. C'est donc au zèle et, je le dirai, au patriotisme des membres belges qu'il faut faire appel pour la réparer.

Parmi les noms que la mort a rayés de nos listes, il en est un que le monde entier entourait d'une juste auréole, celui de M. Le Play, l'illustre apôtre de la paix sociale, qui, en appliquant à l'économie les procédés des sciences d'observation, a trouvé la religion chrétienne au bout de ses recherches. Un autre de nos plus jeunes membres, M. Paul Nève, a payé de sa vie le concours qu'il donnait à l'œuvre africaine. Enfin, je dois surtout vous rappeler le nom vénéré du vicomte de Beughem, ce type de l'honneur, du dévouement aux malheureux, de la charité et de toutes les vertus chrétiennes. Il était le président de cette noble Société

de Saint-Vincent de Paul qui nous donne ici l'hospitalité. Notre souvenir le suivra au delà du tombeau, et nous serons toujours fiers de l'avoir eu pour coopérateur et pour ami.

M. A. Brifaut, trésorier, lit le rapport suivant :

Compte détaillé des recettes et des dépenses de l'exercice écoulé du 1er mars 1881 au 15 avril 1882.

Recettes.

Encaisse au 1er mars 1881 . . . . fr.	36,909	83
842 cotisations	12,630	»
Vente de publications.	544	45
1,018 abonnements à la *Revue des questions scientifiques* à 15 francs et plus	17,213	60
Subside de l'État	1,000	»
Dons divers.	481	80
Coupons du portefeuille	746	»
Intérêts en banque.	1,469	65
Fr.	70,995	35

Dépenses.

Frais de bureau . . . . fr.	329	90
Mobilier	206	10
Frais de recouvrement	180	35
Impressions des *Annales* et des circulaires et frais d'expédition	5,014	80
Frais de sessions	1,077	70
Indemnité aux secrétaires de sections.	900	»
Revue des questions scientifiques :		
a) Impression	10,078	87
b) Honoraires	6,277	50
Subside pour recherches scientifiques.	300	»
Divers	13	80
Encaisse	46,616	33
Fr.	70,995	35

SITUATION DU CAPITAL SOCIAL AU 10 AVRIL 1882.

Actif. 7,400 fr. Emprunt de l'État belge 4 % à 104 fr., intérêts non compris	7,696 »	
30 actions privilégiées chemin de fer Bruxelles-Lille-Calais, à 389 fr., intérêts non compris	11,670 »	19,366 »
Espèces (à placer en fonds publics) provenant :		
1° de 5 rachats perpétuels effectués en 1880 . . . . fr.	750 »	
2° de 3 rachats perpétuels effectués en 1881	450 »	1,200 »
	Fr.	20,366 »
Passif. 29 parts de fondateurs de 500 fr. . . . . fr.	14,500 »	
27 rachats perpétuels de 150 fr. (dont 3 ont été effectués en 1881).	4,050 »	18,350 »
Excédent d'actif . . . . fr.		2,016 »

L'assemblée nomme, pour vérifier le compte rendu de M. le trésorier, MM. Jean Otto et Charles Thiebauld.

M. A. de Lapparent, président de la Société, fait ensuite une conférence sur la *Cristallographie française.* Il trace d'abord l'historique de la cristallographie, exposant dans de curieux exemples les lois déterminées par Haüy et les modifications qui y furent apportées plus tard, les travaux des cristallographes allemands, les résultats obtenus par M. Delafosse, Bravais et leurs successeurs. La conséquence la plus remarquable de ces dernières études a été la définition exacte, confirmée par toutes

les données de l'expérience, de la matière cristallisée. M. de Lapparent expose alors, d'après Bravais, les systèmes cristallographiques et leurs caractéristiques. L'étude des groupements cristallins a formé la seconde partie de la conférence; et, à ce propos, l'orateur a exposé les travaux et les théories si remarquables de M. Mallard, et il en a indiqué plusieurs conséquences curieuses.

Une discussion s'est ensuite engagée entre le conférencier et le R. P. Renard qui, s'appuyant sur de récents travaux du savant allemand Klein, combat quelques-unes des assertions du cristallographe français.

Le travail de M. de Lapparent paraîtra dans une prochaine livraison de la ***Revue des questions scientifiques.***

IV

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MARDI 18 AVRIL 1882.

M. Ph. Gilbert, professeur à l'Université catholique de Louvain, a entretenu la Société des différentes preuves expérimentales qui ont été données jusqu'ici de la rotation de la terre autour de la ligne des pôles. La première, imaginée par Newton, consiste dans une faible déviation vers l'est des corps tombant d'une grande hauteur. Elle a été réalisée pour la première fois par un abbé italien, Guglielmini, en 1792, à Bologne. Plus tard, Benzenberg, à Hambourg, puis Reich, près de Freiberg, ont répété ces expériences, dont les résultats moyens s'accordent avec l'hypothèse de la rotation de la terre, mais dont les détails sont très peu conformes à ce que l'on exige aujourd'hui d'expériences vraiment scientifiques. Les résultats obtenus par Guglielmini sont peut-être les plus satisfaisants.

Viennent ensuite la démonstration par la déviation du plan d'oscillation du pendule, imaginée par Foucault, en 1851, et la découverte du gyroscope, que le même savant réalisa l'année suivante. M. Gilbert s'est attaché à faire ressortir les principes

sur lesquels reposent ces expériences, et les difficultés extrêmes qu'elles présentent dans leur exécution, difficultés qui ne sont comparables qu'à l'habileté expérimentale de l'illustre inventeur.

Le conférencier a terminé en exposant le principe et les effets d'un instrument qu'il a imaginé récemment pour le même objet, le *barogyroscope*. Cet appareil, construit par M. Ducretet, à Paris, donne des signes nettement appréciables de la rotation terrestre, sans exiger dans sa construction cette précision absolue qui rend si difficiles à établir la plupart des instruments connus.

La conférence de M. Gilbert a été publiée dans la *Revue des questions scientifiques*, t. XI, pp. 353 et suiv.

V

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MERCREDI 19 AVRIL 1882.

Le R. P. Perry, S. J., qui avait déjà fait à la Société scientifique, en 1876, une conférence sur le passage de Vénus, observé par lui à Kerguélen, nous parle de nouveau du même phénomène qu'il doit bientôt observer à Madagascar.

Les préparatifs de l'expédition, le choix des stations et les diverses méthodes d'observation forment les principaux sujets de sa nouvelle conférence. Il compare les résultats obtenus par les méthodes physique, dynamique et géométrique, et montre que 8'',8 sont presque certainement les deux premiers chiffres de la parallaxe solaire. La question est donc de déterminer le véritable chiffre des centièmes de seconde. Il explique les raisons qui conseillent de choisir plutôt telle planète que telle autre pour l'application de la méthode géométrique. Les planétoïdes offrent l'avantage de n'être que de simples points lumineux, et facilitent ainsi l'exactitude des observations; Mars a une parallaxe plus grande et peut, pendant l'opposition, être observé à minuit dans le voisinage du méridien; mais c'est sur Vénus que le rayon terrestre sous-tend le plus grand angle et les observa-

tions de contact sont tout à fait indépendantes de la réfraction. Cette dernière considération assure un grand avantage au passage de Vénus, pour la mesure d'une quantité aussi petite qu'un centième de seconde.

Des projections à la lumière oxhydrique montrent les conditions du passage, les nœuds de l'orbite dans la conjonction inférieure, et le changement de latitude dans deux conjonctions qui se suivent à huit ans de distance. Elles font voir aussi les cordes exactes décrites par la planète sur le disque solaire en 1874 et 1882, et permettent de comparer rapidement les méthodes de Halley et de Delisle, ainsi que l'effet de la rotation terrestre sur la durée du phénomène aux stations septentrionales et méridionales. En 1769, la différence de durée entre Taïti et Wardhus fut de 22 minutes environ, dont 10 étaient dues à la seule rotation.

Abordant la question du choix des stations, le conférencier détermine les points d'entrée et de sortie, accélérée et retardée, au moyen de cônes tangents au soleil et à Vénus prolongés jusqu'à l'orbite de la terre. Kerguélen est situé près du point où l'entrée est le plus accélérée, mais le soleil y sera trop bas au moment du prochain passage, et l'Angleterre y a cette fois substitué la côte sud de Madagascar et la colonie du Cap, avec Natal et l'île Maurice pour auxiliaires. Un navire de guerre transportera les observateurs du Cap jusqu'à leur destination, près de Saint-Augustin ou de *Murderer's Bay*. Le D[r] Gill, astronome royal du Cap, a le commandement de trois stations sur le continent africain; un colon anglais fournit une grande lunette à la station Natal et M. Melbrun, observateur du gouvernement à l'île Maurice, se prépare à y observer. Outre les Anglais, il y aura peut-être, dans le voisinage du point d'entrée accélérée, des observateurs portugais à Benguela sur la côte occidentale d'Afrique.

Une foule d'astronomes de tous les pays observeront l'entrée retardée à l'extrémité opposée du diamètre terrestre. Les Américains des États-Unis et les Canadiens auront l'avantage de rester dans leurs observatoires, où tout doit leur faciliter le succès. Les Français seront représentés par notre vénéré président de

l'année dernière, M. d'Abbadie, qui se rend à Haïti, par M. Tisserand à la Martinique, par M. Perrier à la Floride, et par M. Bouquet de la Grye au Mexique. L'Angleterre envoie M. Talmage à la Jamaïque, et d'autres observateurs aux Bermudes et à la Barbade; et en outre le phénomène sera observé à Québec et à Montréal. L'Allemagne aura deux stations aux États-Unis. MM. Houzeau et Niesten, de l'Observatoire de Bruxelles, observeront aux États-Unis et au Mexique. L'Espagne envoie M. Pujazon et d'autres à trois stations, dont deux à Cuba et une à Porto-Rico. Curaçao ou Saint-Martin sera occupé par des astronomes hollandais, et Saint-Thomas par des Danois. Toutes les grandes nations de l'Europe seront donc représentées près du pôle d'entrée retardée, à l'exception de la Russie, qui peut bien être excusée, vu la grande part qu'elle a prise au passage de 1874. Les mêmes stations serviront pour la sortie accélérée; elles sont donc fort bien situées pour les courtes durées.

La sortie retardée, qui peut surtout être observée dans l'Australie orientale, appartient tout entière à l'Angleterre et à ses colonies. Les Observatoires de Melbourne et de Sydney apporteront leur concours sous l'habile direction de MM. Ellery et Russell. Le colonel Tupman, le lieutenant Coke et d'autres observateurs iront aider les astronomes de la Nouvelle-Zélande et de Brisbane.

La méthode de Delisle sera donc largement appliquée; la différence maximum entre les temps absolus des contacts aux stations de l'est et de l'ouest sera entre 15 et 16 minutes.

Dans le choix des stations pour la méthode de Halley, outre le compte qu'il faut tenir de la hauteur du soleil à l'entrée et à la sortie, et de la rotation de la terre, on doit rechercher autant que possible le voisinage des deux points moyens entre le pôle d'entrée accélérée et de sortie retardée et le pôle d'entrée retardée et de sortie accélérée. Au premier, la durée est maximum; elle est minimum à l'autre. Près de ce dernier la rotation diurne, déplaçant l'observateur dans la direction opposée à celle de Vénus, tend encore à abréger la durée, et rend les stations

d'autant plus favorables. Les nombreux et riches observatoires, les savants et zélés astronomes, le télégraphe qui les relie tous entre eux, feront des États-Unis comme une seule vaste station, armée de tous les avantages possibles pour l'application de la méthode de Halley. Si l'on pouvait trouver une station vers le pôle sud, à 180° de longitude de New-York, comme la rotation de la terre y emporterait l'observateur dans la même direction que Vénus, la latitude et la rotation contribueraient ensemble à y allonger la durée, de même qu'elles s'unissent pour l'abréger dans le nord. On obtiendrait aussi une différence de 27m,5 ; malheureusement on n'a pu découvrir aucune station semblable. On est donc réduit à joindre des stations méridionales imparfaites avec les stations septentrionales si avantageuses des États-Unis, et au lieu de 27m,5 on obtient seulement une différence de 16 minutes.

Les meilleures stations méridionales sont dans le voisinage du cap Horn. Le détroit de Magellan sera occupé par les Allemands et les Brésiliens ; la Patagonie et la République Argentine par les Français (M. Fleuriais à Santa-Cruz, M. Hatt à Chubut et M. Perrotin à Rio-Negro), et le Chili par les Français et les Belges. A une station centrale de l'Amérique du Sud on essaiera de déterminer la parallaxe par des observations indépendantes à l'entrée et à la sortie, en se fondant uniquement sur le changement de position dû à la rotation diurne.

Après cette discussion du choix des stations, des projections mobiles font voir les phénomènes qui accompagnent le passage. Le micromètre à double image est préférable pour le contact extérieur, l'œil apercevant plus aisément par ce moyen la faible entaille faite sur le soleil par le bord obscur de la planète.

Le contact interne, de beaucoup le plus important, est représenté par deux projections, dont l'une montre les variations de la *goutte noire,* et l'autre l'influence de l'atmosphère argentée de Vénus, qui peut être compliquée par la diffraction et l'aberration sphérique. La Conférence de Paris a défini le contact interne à l'entrée comme étant la dernière trace d'une disconti-

nuité bien marquée et persistante dans la lumière du bord du soleil près du point de contact. Elle a voulu ainsi définir nettement le phénomène pour tous les cas possibles; mais elle a insisté aussi sur la nécessité d'observer toute variation certaine de l'intensité de la goutte noire. Elle recommande fortement de ne rien changer à l'oculaire deux ou trois minutes avant le contact, à cause de l'atmosphère de la planète. On comprendra la sagesse de cette recommandation en songeant que l'atmosphère de Vénus sous-tend 1",5 à 2",0 et qu'en vingt-cinq à trente secondes la planète se déplace d'environ 1".

Il pourra être avantageux de mesurer immédiatement après le contact, la distance des bords à l'entrée ou celle des cornes à la sortie; mais il ne faudrait rien faire de semblable *avant* le contact, pour ne pas en compromettre la parfaite observation.

Il est très important d'assurer une illumination uniforme du champ; et on y arrive en introduisant deux fils d'araignée, distants de 1", et en réduisant la lumière jusqu'à ce que leur séparation soit tout juste perceptible. L'idée de pousser l'illumination du champ jusqu'aux limites où l'œil peut la supporter aisément, introduirait une grande variété, et, par suite, une grande confusion; car M. André a prouvé par des expériences, et aussi par l'observation du passage de Mercure, que les phénomènes observés peuvent alors dépendre presque entièrement de l'illumination.

L'étude des phénomènes de la goutte noire ou ligament montre que la cause en est surtout dans la diffraction, et qu'on peut y remédier en partie en augmentant l'ouverture. C'est pour cette raison que les Français ont adopté l'objectif de 8 pouces. La difficulté d'obtenir et de transporter un nombre suffisant de lentilles aussi grandes nous a fait adopter en Angleterre l'objectif de 6 pouces, dont on espère encore d'excellents résultats. La projection de la goutte noire sur un écran par M. Wolf montre qu'elle n'est pas due à l'irradiation de l'œil, et son augmentation quand on diminue l'ouverture, montre qu'elle n'est pas une simple conséquence de l'aberration sphérique; cependant ces deux causes contribuent à l'augmenter. Les résultats d'expériences faites avec des modèles ne doivent pourtant être admis

qu'avec précaution; car les bords d'écrans métalliques produisent des franges de diffraction qu'on n'observerait pas entre une planète et le soleil.

En projetant l'image des instruments qui doivent servir lors du prochain passage, le P. Perry compare l'exactitude des observations de contact et des déterminations de longitude. A Kerguélen, par exemple, la longitude fut obtenue par quatre méthodes indépendantes, qui donnèrent les résultats suivants :

Passages de la lune (Observatory Bay)	4[h]	39[m]	33[s],2	E.	Greenwich.
Observations altazimutales	4	39	33,9	»	»
Occultation de *q* Tauri	4	39	33,6	»	»
Chronomètre (comparé avec la station allemande)	4	39	33,7	»	»

Le plus grand écart de la moyenne est inférieur à une demi-seconde, tandis que des contacts qui s'accordent à 2[s],5 près, peuvent être considérés comme exceptionnellement bons. Il s'ensuit que la méthode de Delisle, par deux contacts et deux longitudes, l'emporte en ce point sur la méthode de Halley, qui exige quatre contacts.

Le peu de succès de la photographie en 1874 l'a fait écarter pour 1882 par les délégués de l'Europe à la Conférence de Paris ; MM. d'Abbadie et Van der Sande Backhuyzen furent seuls à la recommander fortement. Les résultats reçus depuis des États-Unis ont pourtant augmenté la confiance de plusieurs, et la France a maintenant résolu d'employer la photographie à six de ses stations. Le P. Perry reconnaît la valeur du procédé de M. Janssen pour obtenir une série voisine du contact, mais l'inégalité des temps d'exposition, l'intensité variable de la lumière à cause des changements rapides de notre atmosphère, et le défaut d'uniformité dans la sensibilité des plaques lui paraissent rendre cette méthode fort inférieure à l'observation oculaire. La diffraction et l'aberration sphérique sont aussi plus à craindre dans la photographie.

Plusieurs photographies, prises pendant le passage de 1874, furent projetées sur l'écran, ainsi que deux images montrant la

manière proposée par M. Faye, d'employer les taches du soleil au lieu du bord de cet astre. L'incertitude de la réfraction déconseille fortement toutes les mesures héliométriques et photographiques de distances, sauf pour le commencement et la fin du passage.

Le P. Perry, en décrivant les méthodes spectroscopiques et l'avantage qu'elles offrent de signaler la planète avant le contact extérieur, indique l'incertitude qui doit résulter de la différence des spectroscopes, de la variation de notre atmosphère, et de la valeur indécise du diamètre solaire dans le spectroscope. Une atmosphère légèrement troublée s'opposera dans beaucoup de cas à l'emploi de cette méthode. Mais sous un ciel très pur, elle pourra probablement rendre de grands services.

En terminant, le P. Perry indique les principales recherches magnétiques, météorologiques et botaniques par lesquelles l'expédition au sud de Madagascar se propose d'utiliser ses loisirs pour le plus grand bien de la science.

Toast prononcé par M. A. de Lapparent, Président, au banquet du mercredi 19 avril 1882.

MESSIEURS,

Permettez-moi de considérer comme une bonne fortune particulière le devoir qui m'incombe aujourd'hui, comme président de la Société scientifique de Bruxelles, de porter un double toast au Pape et au Roi, à Sa Sainteté Léon XIII et à Sa Majesté Léopold II.

Dans les temps troublés où nous vivons, alors que, par tous les méridiens et, sans doute aussi par toutes les latitudes, il existe des cerveaux malades qui rêvent la destruction de toute autorité sociale ou religieuse, il est bon de rencontrer un coin de terre où l'on puisse encore, sans risquer d'être poursuivi comme séditieux, crier de tout son cœur : Vive le Pape et vive le Roi!

De notre part, Messieurs, ce cri n'est pas seulement un témoignage volontiers accordé à deux personnalités vénérables; c'est l'expression d'une conviction enracinée chez tous les membres de notre Société, à savoir qu'il n'y a rien de stable ici-bas sans le respect des deux autorités que Dieu a établies : l'autorité religieuse, source de toute vérité et de toute doctrine; l'autorité civile, dont la mission n'est pas seulement, comme on voudrait souvent le faire croire, de veiller au maintien de l'ordre extérieur, mais qui doit écarter de notre chemin, dans la mesure du possible, les obstacles, tant matériels que moraux, susceptibles de nous entraver dans la poursuite de notre fin. Or cette fin, c'est la pratique de la justice en ce monde, en vue d'acquérir la vie éternelle dans l'autre.

Voilà pourquoi, dès l'origine de vos réunions annuelles, vous avez voulu que les noms qui personnifient ces deux autorités fussent réunis dans un même toast. Messieurs, affirmons cette union des deux pouvoirs avec d'autant plus d'énergie que d'autres mettent plus d'acharnement à la méconnaître et, dans cet esprit, buvons au Pape Léon XIII, chef de l'Église infaillible, seul en mesure d'élever ici-bas, au nom de la justice, des protestations désintéressées et au Roi Léopold II, gardien des libertés constitutionnelles à la faveur desquelles les catholiques belges peuvent poursuivre leur œuvre de conservation et de réparation.

VI

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 20 AVRIL 1882.

M. Alphonse Proost, professeur à l'Université de Louvain, était inscrit pour une lecture intitulée : *L'Ingénieur agricole au XIXe siècle*. Une indisposition l'empêchant d'assister à la séance, M. Léon t'Serstevens a bien voulu se charger de nous lire ce travail, qui depuis a paru *in extenso* dans la *Revue des questions scientifiques* (juillet 1882, pp. 66 et suiv.).

En présence de la dépréciation croissante de la propriété fon-

cière qui se manifeste par la diminution de la rente et la renonciation des baux par les fermiers, M. Proost recherche avec les économistes contemporains la cause de la rupture de l'équilibre entre les produits du capital, du travail et du sol. Il la découvre dans « la confection vicieuse des lois » favorisant l'industrie qui transforme aux dépens de l'agriculture qui crée.

Mais il constate que tous les économistes sont d'accord pour reconnaitre que la rente doit se relever dès que la législation cessera d'entraver le cours naturel des choses, parce que la rente croit en raison inverse du salaire et de l'intérêt, et que la pression de la population augmente fatalement la demande et le prix des denrées alimentaires, tandis que la substitution de la science à l'empirisme en agriculture permet d'élever les rendements et de diminuer les frais de production.

M. Proost s'attache particulièrement à démontrer cette dernière proposition, en exposant le tableau synthétique des merveilleuses conquètes de la science dans le domaine de l'industrie agr'cole. Il justifie d'abord cette loi économique que le rôle du capital prédomine, en agriculture comme ailleurs, à mesure que le travail des machines remplace le travail de l'homme. Il montre les perfectionnements rapides apportés dans les exploitations agricoles par la locomobile. La vapeur tend à remplacer l'ouvrier jusque dans les opérations les plus infimes de la ferme, et ces transformations s'accentuent chaque jour dans notre pays grâce aux progrès de la culture industrielle, particulièrement de la betterave à sucre.

M Proost expose ensuite les résultats obtenus en Belgique comme à l'étranger par l'emploi judicieux des engrais chimiques, qui permettent d'employer isolément, suivant des doses rigoureusement déterminées, les éléments de la production végétale et d'atteindre le maximum de cette production sans épuiser le sol. Il rappelle le succès des expériences qu'il a contribué à instituer dans les écoles primaires de la Normandie en 1880 et 1881, et appelle l'attention des agronomes sur des expériences nouvelles tendant à développer la culture pastorale par la création des prairies à grand rendement.

Enfin l'orateur termine cet intéressant exposé par un résumé des lois qui président à la sélection des plantes et des animaux, dont les Anglais ont tiré parti au point de modeler la matière vivante comme une argile et de fabriquer à volonté des races pour la production de la viande, de la graisse, du laitage ou du travail.

Le R. P. Renard, S. J., fait ensuite une communication sur les météorites et les poussières cosmiques recueillies par le *Challenger.*

Les savants anglais de l'expédition du *Challenger* signalèrent, il y a quelques années, la présence de particules de fer natif dans les sédiments recueillis loin des côtes. Le P. Renard, qui a étudié ces matériaux, communique le résultat de ses recherches sur ces poussières métalliques; il expose les motifs qu'on peut faire valoir en faveur de leur origine cosmique. Cette question se rattachant à celles de la structure et de la composition minéralogique des météorites, il indique d'une manière générale les caractères fondamentaux de ces corps extra-terrestres. Après avoir exposé les particularités qui distinguent le groupe des *holosidères*, il montre que le fer natif, fût-il cobaltifère ou nickelifère, n'est pas nécessairement d'origine cosmique. Le fer natif trouvé dans les couches du Keuper de la Thuringe, dans les sables aurifères et platinifères de l'Oural et de l'Amérique du Sud, dans les basaltes d'Antrim, etc..., nous offre des exemples incontestables de fer métallique d'origine terrestre. D'après Steenstrupp et d'autres observateurs, les masses de fer trouvées à Disco ne sont pas cosmiques.

Quant au fer métallique contenant du cobalt et du nickel, on ne peut pas non plus affirmer d'une manière absolue qu'il est météorique; il suffit de rappeler le fragment de bois décrit par Bahr. Après un séjour de quelques années dans un lac de la Suède, ce bois fut trouvé incrusté de lamelles de fer natif nickelifère et cobaltifère. Il n'en reste pas moins vrai cependant que le fer natif est presque toujours météorique et qu'il contient dans ce cas du cobalt et du nickel.

Le P. Renard aborde ensuite la question des poussières métalliques désignées sous le nom de *poussières cosmiques*, auxquelles on attribue généralement une origine identique à celle des météorites. L'air atmosphérique tient en suspension une immense quantité de corpuscules microscopiques. Ces particules, de nature organique ou inorganique, sont des poussières enlevées à la terre ou proviennent des corps extra-terrestres. Un grand nombre de savants, à la tête desquels viennent se placer Ehrenberg, Reichenbach, Daubrée, Nordenskjold, etc., se sont occupés de cet intéressant problème et ont apporté des faits nouveaux à l'appui de l'origine extra-terrestre de ces corpuscules métalliques. Les explorateurs du *Challenger*, comme nous l'avons dit plus haut, ont recueilli dans les sondages du Pacifique et de l'Atlantique, aux points les plus éloignés des côtes, des poussières qu'ils considèrent comme météoriques.

Le P. Renard décrit ces sphérules; elles n'ont pas même un millimètre de diamètre en moyenne, la croûte externe est brillante et formée de fer magnétique. La partie interne est constituée de fer natif. Jamais ces globules ne sont creux. Il y a décelé, par des réactions faites sous l'objectif du microscope, du cobalt et du nickel. L'interprétation d'une origine cosmique pour ces sphérules semble la plus naturelle; elle est appuyée par la présence, dans ces mêmes sédiments, de globules microscopiques qu'il considère comme des *chondrites*.

On sait que les météorites pierreuses sont souvent caractérisées par la présence de granules silicatés dont la forme, la structure et la composition n'ont jamais été signalées dans les roches terrestres. S'appuyant sur l'analyse chimique et optique qu'il a faite de ces chondrites des mers profondes, le P. Renard conclut à leur origine extra-terrestre. Il fait ressortir en terminant l'importance de ces faits au point de vue géologique, en montrant que la présence de ces poussières, recueillies partout dans les dépôts des grands océans, prouve la lenteur avec laquelle les matières sédimentaires s'accumulent au fond de la mer.

M. le Président annonce que les deux commissaires nommés

lundi dernier pour la vérification des comptes présentés par le trésorier, MM. Jean Otto et Charles Thiebauld, en proposent l'approbation, et lui ont remis, pour être communiquée à l'assemblée, la déclaration suivante :

Messieurs,

« Vous avez bien voulu nous confier le soin d'examiner les comptes présentés par M. le Trésorier.

» Il résulte de cette vérification que les écritures, arrêtées au 15 avril dernier, laissent un solde actif de fr. 46 616,33 représenté en grande partie par un compte courant de banque.

» En dehors de cette encaisse, il existe, sous la dénomination de Compte capital, une réserve de 20 566 francs, constituée par les parts de Fondateurs et par les rachats de cotisations. Cette réserve est représentée par des titres État belge et des actions Chemin de fer Lille-Bruxelles. Après avoir constaté la régularité de tous les postes du compte et leur concordance avec les pièces justificatives, nous avons l'honneur de vous en proposer l'adoption.

» Nous devons, en terminant, reconnaître le zèle apporté par M. le Trésorier dans l'exercice de ses fonctions. Nous exprimons le vœu que l'Assemblée générale veuille bien lui voter des remerciements. »

L'Assemblée s'associe à ce vœu, et adopte le Compte rendu de M. le Trésorier, par d'unanimes applaudissements. M. le Président se fait l'interprète de toute la Société scientifique, pour remercier M. Armand Brifaut qui, après avoir fourni pendant cinq ans avec un dévouement infatigable le rude labeur de Trésorier, a demandé instamment d'être aujourd'hui déchargé de ces fonctions.

Il proclame ensuite le résultat des élections (voir p. 45).

M. Louis Delgeur prend place au fauteuil au milieu de vifs applaudissements. Après avoir, dans une charmante allocution, remercié la Société scientifique de l'honneur qu'elle lui fait en l'appelant à diriger ses travaux, il déclare la session close.

ADDITION AUX COMPTES RENDUS DE 1881-1882.

Dans la séance du jeudi 21 septembre 1882, le Conseil a nommé Secrétaire de la deuxième section, M. le baron Albert de Fierlant, en remplacement de M. Auguste Springael, qui, retenu hors de Bruxelles pour un temps assez long, avait prié le Conseil d'accepter sa démission de ces fonctions.

Dans la même séance, et sur la proposition des commissions nommées en avril par la deuxième et par la quatrième section, le Conseil a adopté pour le prochain concours les deux questions suivantes :

2e *Section* : On demande des recherches nouvelles sur des combinaisons renfermant le noyau $C_n — C_3H_5$.

4e *Section :* Des foyers à gaz au point de vue hygiénique.

Le 1er octobre 1883 est la date de rigueur pour l'envoi au Secrétariat des mémoires destinés à ce concours.

LISTE DES OUVRAGES

OFFERTS A LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES.

Cours élémentaire de botanique suivi d'un Synopsis complet de la Flore belge sous forme de Tableaux Dichotomiques, par les frères Alexis-M. G. et Milliany. — Namur, 1881.

Le Méridien initial du Kamtschatka et l'heure universelle au point de vue de l'enseignement de la géographie et de la construction des cartes scolaires, par Alexis-M. G.

Bibliothèque protypographique ou librairie des fils du roi Jean, Charles V, Jean de Berry, Philippe de Bourgogne et les siens (J. Barrois). — Paris, 1830.

Dactylologie et langage primitif restitué d'après les monuments (J. Barrois). — Paris, 1850.

Éléments carlovingiens linguistiques et littéraires (J. Barrois). — Paris, 1846.

Histoire générale de l'Europe durant les années MDXXVII, XXVIII, XXIX; composé par Robert Macquériau, de Valenciennes, sous le titre de : « Ce est la Maison de Bourgongne pour trois ans. » Publiée pour la première fois et sur le manuscrit autographe (J. Barrois). — Paris, 1841.

Lecture littérale des hiéroglyphes et des cunéiformes par l'auteur de la dactylogie (J. Barrois). — Paris, 1853.

Docteur A. Bastings. Réforme médicale sous le double rapport scientifique et pratique. — Bruxelles, 1882.

De l'effet des endiguements sur le profil en long d'une rivière à fond mobile, par M. du Boys, ingénieur des Ponts et Chaussées.

Le XIX[e] siècle et Sainte-Thérèse, par le P. Marcel Bouix, S. J.

Discursos leidos en la real Academia de medicina, por Don Juan Creus y Manso. — Madrid, 1882.

Installations maritimes de Bruxelles. — Suppression des Bassins intérieurs et établissement de nouveaux Bassins ayant un tirant d'eau de 3m10. — Avant-projet dressé par Guillaume De Blieck, architecte. — Bruxelles, 1882.

Note adressée à M. le président de la République pour le prier de rapporter un décret qu'il vient de signer pour l'organisation d'un laboratoire avec les fonds appartenant aux exposants de l'électricité (Delaurier).

Projet de fondation d'une caisse générale de secours et de pensions pour tous les Belges des deux sexes, par J.-B. Delmelle. — Bruxelles, 1882.

Sur l'inclinaison des vents. Nouvelle girouette pour observer cette inclinaison, par M. Dechevrens, S. J., directeur de l'Observatoire de Zi-ka-wei.

Traitement de la fièvre typhoïde par l'acide phénique, par le Dr Henri Desplats. — Paris, 1882.

Observations sur le degré d'avancement des travaux de la carte géologique détaillée de la Belgique. Réponses à M. A. Rutot, par G. Dewalque. — Liége, 1882.

Sur l'uniformité de la langue géologique, par G. Dewalque. — Liége, 1880.

Sur l'origine corallienne des calcaires devoniens de la Belgique, par G. Dewalque. — Bruxelles, 1882.

Sur les manuscrits d'André Dumont et les commentaires de M. Éd. Dupont, par G. Dewalque. — Bruxelles, 1882.

Sur la nouvelle note de M. Éd. Dupont concernant sa revendication de propriété, par G. Dewalque. — Bruxelles, 1882.

Vita Sancti Polycarpi Smyrnaeorum Episcopi auctore Pionio. Primum Graece edita a L. Duchesne Instituti catholici Parisiensis professore. — Paris, 1881.

L'Enseignement supérieur libre. — Luttes et destinées. Organisation et réformes, par F. Duilhé de Saint-Projet. — Lille. — Bruges, 1881.

L'Enseignement secondaire libre. — Imminence du péril. Moyens de salut, par le chanoine F. Duilhé de Saint-Projet. — Lille, 1882.

La Luce zodiacale, lettura fatta alla Pontificia Accademia Tiberina dal R. P. G. Stanislao Ferrari D. C. D. G., professore d'astronomia nella Pontificia Università Gregoriana. (Estratto dal Periodico *Gli Studi in Italia*). — Rome, 1881.

Recuerdos de un viage a Santiago de Galicia, por el P. Fidel Fita y Colomé y D. Aureliano Fernández-Guerra, individuos de número de la Real Academia de la historia. — Madrid, 1880.

Etude sur la ménopause au point de vue pathologique et thérapeutique, par le Dr Xavier Francotte, de Liège. — Anvers, 1881.

Pleurésie avec épanchement purulent du côté droit, par le Dr X. Francotte. Liège, 1882.

Allocution prononcée le 2 février 1882 à la Société polymathique du Morbihan en prenant le fauteuil de la présidence, par René Galles. — Vannes, 1882.

Recueil de tables numériques et de formules, par l'abbé E. Gelin. — Premier et deuxième fascicules. — Namur, 1881-1882.

.Questions de Maximum et de Minimum, par M. l'abbé Gelin.

Les Canaux maritimes et les ports de mer belges, par A. Gobert, ingénieur honoraire des Mines. — Bruxelles, 1882.

Tableaux synoptiques d'histoire naturelle, de botanique et de géologie, par le R. P. Hamy, S. J. — Lille — Bruges, 1881.

Commission chargée de l'étude des moyens propres à prévenir les explosions du grisou dans les houillères. Rapport de M. Haton de la Goupillière, ingénieur en chef des Mines. (Extrait des *Annales des mines*) — Paris, 1880.

Tambours spiraloïdes pour les câbles d'égale résistance, par M. Haton de la Goupillière, ingénieur en chef des Mines. (Extrait des *Annales des mines*). — Paris, 1882.

El Método experimental aplicado al estudio del divorcio, por Enrique Heriz. — Barcelona, 1882.

Fontinalis Ravani (Sp. nov.), (l'abbé Hy). Extrait des *Mémoires de la Société nationale d'agriculture, sciences et arts d'Angers*. — 1882.

C. Jordan. Rapport sur un mémoire de M. Ph. Gilbert, sur divers problèmes de mouvement relatif.

Traité de géologie, par A. de Lapparent. (Les six premiers fascicules.) — Paris.

Notice sur M. Delesse, par A. de Lapparent. (Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France*.

Philosophie de Saint-Thomas. En quoi consiste sa différence avec les autres philosophies et sa supériorité sur elles, par Dom Mayeul Lamey, bénédictin. (Extrait de la *Ruche catholique*.) — Pau, 1881.

Sur la classification des assises siluriennes de l'Ille-et-Vilaine et des départements voisins, par M. P. Lebesconte. (Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France*.) — 1881.

Sur le système de deux formes trilinéaires, par M. C. Le Paige. — Rome, 1882.

Notice biographique sur M. Henry Hermite, lue à Angers, par M. P. Maisonneuve. (Extrait des *Mémoires de la Société nationale d'agriculture, sciences et arts d'Angers.*) — Angers, 1880.

Storia della Unità elettro-magnetica di resistenza sino alle deliberazioni del congresso degli elettricisti di Parigi, Dr Guglielmo Mengarini. — Rome, 1882.

Thérapeutique locale des maladies de l'appareil respiratoire par les inhalations médicamenteuses et les pratiques aérothérapiques, par le Dr Moeller. — Paris, 1882.

Les Spendeurs de la foi. Le miracle et la science, tome V, par l'abbé F. Moigno.

Abbé Moigno. Enseignement de tous par les projections. Catalogue des tableaux et appareils.

La Vidangeuse automatique de M. L. Mouras. — Paris, 1882.

Considérations générales sur l'hydrothérapie froide et chaude au point de vue thérapeutique et hygiénique, par le Dr Louis Obet. — Rouen, 1881.

Herborisations de 1881, par E. Pâques, S. J. (Extrait du *Bulletin de la Société royale de botanique de Belgique.*) — Gand, 1882.

Del diritto della Chiesa sul pubblico insegnamento, per Mons. Giuseppe Patroni. — Siena, 1881.

Il Duello. Ragionamento letto nella Romana Accademia degli Arcadi da Mons. Giuseppe Patroni. — Siena, 1881.

Epilogo dei ragionamenti tenuti nella Pontificia Accademia Tiberina l'anno 1881, letto da Mons. Giuseppe Patroni, Segretario annuale. — Siena, 1882.

Mémoire sur l'équation indéterminée $x^3 + y^3 = Az^3$, par le P. Théophile Pepin, S. J. (Extrait des *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.*) — Rome, 1881.

Hermeneutica sacra, sive praelectiones ad sacram Scripturam, scriptae a perillustri D. D. Andrea Posa et Morera, pbro, Pars prima. — Barcelone, 1880.

Observations météorologiques faites à Luxembourg, par F. Reuter, professeur de chimie à l'Athénée royal grand-ducal de Luxembourg. Les deux premiers volumes. — Luxembourg, 1867-1874.

La Haute-Engadine. Extrait d'une conférence faite à la Société de géographie, par Lucien Roussel, professeur à l'École forestière. — Nancy, 1880.

Étude sur un moteur hydraulique inventé par M. de Canson et sur son application aux scieries, par Lucien Roussel, professeur à l'École forestière. — Nancy, 1869.

Sur la nécessité de rattacher les levers cadastraux à la triangulation de l'état-major et d'établir une carte-matrice de la France, par Lucien Roussel, professeur à l'École forestière. — Nancy, 1881.

Los supuestos Conflictos entre la religion y la ciencia, ó sea la obra de Draper ante el tribunal del sentido comun, de la razon y de la historia. Escrita por el Dr D. Joacquin Rubio y Ors. — Madrid, 1881.

Mémoire sur la théorie de la courbure des surfaces, par M. le vicomte de Salvert, professeur à la faculté libre des sciences de Lille. — Bruxelles, 1881.

Note de géométrie descriptive sur l'intersection des surfaces du second ordre, par A. Schiappa Monteiro. (Extrait du *Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas.*)

L'Acide prussique médicinal, les eaux distillées de laurier-cerise et d'amandes amères, par M. E. Schmitt, professeur de chimie à la Faculté libre des sciences. (Publication du *Journal des sciences médicales de Lille*). — Paris, 1882.

Mariners Catalans célebres. Discurs llegit en l'Asociació catalanista d'excursions cientificas per Lluis Maria Soler y Puig. — Barcelone, 1882.

Sur la détermination géométrique de quelques infiniment petits, par M. le comte Magnus de Sparre, capitaine au 16e d'Artillerie. (Extrait du *Bulletin de la Société de statistique de l'Isère.*) — Paris, 1875.

Mouvement des projectiles oblongs dans le cas du tir de plein fouet, par M. le comte Magnus de Sparre. (Extrait du *Bulletin de la Société de statistique de l'Isère.*) — Paris, 1875.

Thèses présentées à la Faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences mathématiques, par M. le comte de Sparre, ancien élève de l'École polytechnique. — 1e thèse. Sur le mouvement du pendule conique à la surface de la terre. — Propositions données par la Faculté. — Paris, 1882.

Espagnols et Wisigoths avant l'invasion arabe, par le P. Jules Tailhan, de la Compagnie de Jésus. (Extrait de la *Revue des Questions historiques.*) — Paris, 1881.

Erreurs courantes sur la vaccine. Lettre au Dr W.-B. Carpenter, par P.-A. Taylor, Membre du Parlement. — Londres, 1882.

Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas, publicado pelo Dr Francisco Gomes Teixeira, professor de mathematica na Universidade de Coimbra, IIIe vol. — Coimbre, 1881. — IVe vol., 1882.

Note sur des porphyroïdes fossilifères rencontrées dans le Brabant, par M. Ch. de la Vallée Poussin, professeur à l'Université de Louvain. (Extrait des *Bulletins de l'Académie royale de Belgique.*) — Bruxelles, 1881.

Les Dialectes du Pamir d'après les plus récents travaux, par J. Van den Gheyn, S. J. (Extrait de l'*Athénée oriental.*) — Paris, 1881.

Origines indo-européennes. Le berceau des Aryas, étude de géographie historique, par J. Van den Gheyn, de la Compagnie de Jésus. (Extrait de la revue *Précis historiques.*) — Bruxelles, 1881.

Les Migrations des Aryas, par J. Van den Gheyn, S. J. — Anvers, 1882.

Les Tribus de l'Hindou-Kousch. Ethnographie et linguistique, par J. Van den Gheyn, S. J.

Propiedades elementares relativas á la divisibilidad de los números enteros, por el comandante capitan de infanteria D. Ricardo Vazquez Illá. — Valladolid, 1881.

Observation de trois existences cérébrales distinctes chez le même sujet, par le Dr G. Verriest. — Bruxelles, 1882.

Maladies mentales et mécanisme des opérations cérébrales, par le Dr G. Verriest.

Guide de la carte géologique du Grand-Duché de Luxembourg, par N. Wies. — Luxembourg, 1877.

L'Exposition d'électricité de 1881, par Aimé Witz, professeur de physique médicale à la Faculté libre de Médecine de Lille. (Extrait du *Journal des sciences médicales de Lille.*) — Paris, 1881.

L'Électricité, ses progrès et son avenir, par Aimé Witz, professeur a la Faculté catholique des sciences de Lille. (Extrait de la *Revue trimestrielle.*) — Paris, 1882.

Recherches historiques sur les étalons de poids et mesures de l'Observatoire, et les appareils qui ont servi à les construire, par M. C. Wolf. (Extrait des *Annales de chimie et de physique.*) — Paris, 1882.

Annales de l'électricité, no 8. — Bruxelles, 1882.

Berichte des naturwissenschaftlich-medizinischen Vereines in Innsbruck. XI. Jahrgang 1880-81. — Innsbruck, 1881.

Boletin del Ateneo Barcelones, julio, agosto y setiembre. — 1881.

Bulletin donnant, d'après les documents officiels, la liste complète de tous les brevets délivrés dans le monde entier pour des inventions concernant l'électricité. 2e année (2e série), n° 3. — Paris, 1881.

Bulletin astronomique et météorologique de l'Observatoire de Rio-de-Janeiro. — 1882.

Carte de la Mission du Zambèse. Indication des routes suivies par les missionnaires pendant les années 1879, 1880 et 1881. (Supplément aux *Précis historiques.*) — Bruxelles, 1882.

Carte géologique du Grand-Duché de Luxembourg.

Catalogue des ouvrages périodiques que reçoivent les principales bibliothèques de Belgique. (Ministère de l'Intérieur, bureau de traduction.) — Bruxelles, 1881.

Cinquantenaire de la fondation du collège N.-D. de la Paix à Namur. Souvenirs. — Namur, 1881.

Collège de Juilly. Discours prononcés à la distribution des prix, le 29 juillet 1882.

Elektro-technische Versuche im Kgl. Glaspalaste zu München.

L'Exploration, revue des conquêtes de la civilisation sur tous les points du globe. Nos 226 et 234. — Paris, 1881.

Les Grandes Usines, par Turgau. 1er décembre 1881. — Paris.

L'Ingénieur-Conseil, applications de la mécanique, de la chaleur et de l'électricité. 4me année, nos 1-6. — Paris-Bruxelles, 1881.

Journal de l'École polytechnique, 49e et 50e cahiers. — Paris, 1881.

Publication der Norwegischen Commission der Europäischen Gradmessung Geodätische Arbeiten, Heft I, II et III. — Christiania 1882.

Udgivet af den norske Gradmaalingskommission. Vandstandobservationer. I Hefte. — Christiania. 1882.

Den norske Nordhavs-Expedition 1876-78. IV, V. — Christiania, 1882.

Publications de l'Institut royal grand-ducal de Luxembourg (section des sciences naturelles).

Rapport, procès-verbaux des séances et documents de la Commission instituée par arrêté royal du 28 juin 1879 pour la rédaction d'un programme des études à faire sur les explosions du gaz-grisou. (Ministère des Travaux publics.) — Bruxelles, 1880.

Revista católica de Barcelona. Año 1. Núm. 4 e 5. — Barcelone, 1881.

Revista de topografia, agrimensura y catastro. Núm. 1-6. — Madrid, 1881.

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. Sessions 1879-80, 1880-81.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXIX, part. II. For the session 1879-80. Vol. XXX, part. I. For the session 1880-81.

St-Xavier's College Observatory. Observations météorologiques de 1881. Observations solaires. — Calcutta, 1881 et 1882.

St-Xavier's College Observatory. Observations météorologiques, janvier-juin 1882.

Société belge de microscopie, Annales, t. VI.

Société géologique de Belgique. Annales 1880-81.

Souvenir de la fête offerte à M. Eugène Hubert par ses élèves actuels, ses anciens élèves et ses amis, le 7 février 1882. — Louvain, 1882.

Stonyhurst College Observatory. Results of meteorological and magnetical observations. 1881.

Tableaux synoptiques de physique et chimie, par un ancien professeur. — Lille, 1881.

Le Téléphone, organe spécial des entreprises téléphoniques en Belgique et à l'étranger. 1re année, n° 1. 2e année, n° 9.

L'Union scientifique, revue mensuelle, organe de l'Union scientifique internationale. 19 mars 1882. — Amiens.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

SUR UNE PROPRIÉTÉ
DE LA
DIFFRACTION DES ONDES PLANES
DANS
LES SYSTÈMES DE PETITES OUVERTURES

PAR

le P. Jos. DELSAULX

Professeur au Collège de la Compagnie de Jésus à Louvain.

Présenté à la Société scientifique de Bruxelles dans la séance du 17 avril 1882.

Je considère dans cette note un système de petites ouvertures égales, semblablement placées sur une aire plane de peu d'étendue, mais, sauf ces restrictions, disposées, sur cette aire, d'une manière quelconque. Une série d'ondes planes, parallèles au plan des ouvertures, passe à travers le système, et les rayons de diffraction sont reçus, à la sortie, sur un œil infiniment presbyte, situé virtuellement à l'infini.

Je vais faire voir que, dans ces conditions, et pour une direction commune quelconque des rayons émergents, les franges produites par les maxima et les minima de l'intensité lumineuse

se divisent en deux classes : les franges d'interférence et les franges de diffraction. Les premières sont indépendantes de la forme des ouvertures et ne varient qu'avec le nombre et la position de celles-ci dans le plan du système ; les secondes, indépendantes du nombre et de la position, varient seulement avec la forme de ces mêmes ouvertures.

Cette propriété a déjà été démontrée, dans une disposition particulière des ouvertures du système (*); mais elle n'a pas encore été établie, que je sache, avec la généralité d'énoncé que je lui ai attribuée.

Prenons le plan qui contient les petites ouvertures, pour plan des xy ; une droite perpendiculaire à ce plan, pour axe des z ; et pour origine des coordonnées rectangulaires, le point A où les ondes planes de diffraction, normales à une direction, arbitrairement choisie d'ailleurs, cessent d'avoir, à l'émergence, quelque point de commun avec le système, dans leur mouvement de propagation.

En représentant par α et β les angles que la direction choisie fait respectivement avec l'axe des x et avec l'axe des y ; par x et y, les coordonnées d'un point quelconque de l'ouverture dont le périmètre contient l'origine des axes, on a, pour l'expression de la vitesse vibratoire propagée, à l'époque t, dans la direction (α, β) et suivant la droite qui passe par l'origine A

$$v = dxdy \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

L'expression de la vitesse propagée, à la même époque et dans la même direction, suivant la droite qui passe par le point (x, y), est donnée par l'équation

$$v' = dxdy \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \cos\alpha + y \cos\beta}{\omega}\right),$$

(*) Billet, *Traité d'optique physique*, t. I, p. 224.

ou

$$v' = \sin\frac{2\pi}{T}t.\cos\left(\frac{2\pi}{T}\frac{x\cos\alpha + y\cos\beta}{\omega}\right)dxdy$$

$$-\cos\frac{2\pi}{T}t.\sin\left(\frac{2\pi}{T}\frac{x\cos\alpha + y\cos\beta}{\omega}\right)dxdy,$$

dans laquelle ω désigne la vitesse de propagation de la lumière.

Par suite, la vitesse vibratoire V′ envoyée par l'ouverture entière, dans la direction (α, β), est exprimée par l'égalité

$$V' = \sin\frac{2\pi}{T}t\iint\cos\left(\frac{2\pi}{T}\frac{x\cos\alpha + y\cos\beta}{\omega}\right)dxdy$$

$$-\cos\frac{2\pi}{T}t\iint\sin\left(\frac{2\pi}{T}\frac{x\cos\alpha + y\cos\beta}{\omega}\right)dxdy.$$

Si l'on représente par A′, A″, ... A_n, les points homologues de A situés sur les périmètres de la seconde, de la troisième,.... de la $(n+1)^{\text{ième}}$ ouverture ; par (a', b'), (a'', b''),... (a_n, b_n), les coordonnées de ces points, et que l'on adopte les notations suivantes,

$$\left.\begin{aligned}
\frac{x\cos\alpha + y\cos\beta}{\omega} &= \tau,\\
\frac{a'\cos\alpha + b'\cos\beta}{\omega} &= u',\\
\frac{a''\cos\alpha + b''\cos\beta}{\omega} &= u'',\\
\cdots\cdots&\cdots\\
\frac{a_n\cos\alpha + b_n\cos\beta}{\omega} &= u_n;
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

les vitesses vibratoires envoyées, à l'époque t, dans la direction

(α, β), par les diverses ouvertures du système, seront données, respectivement par les équations

$$V' = \sin\frac{2\pi}{T}t\iint\cos\frac{2\pi}{T}\tau dxdy - \cos\frac{2\pi}{T}t\iint\sin\frac{2\pi}{T}\tau dxdy,$$

$$V'' = \sin\frac{2\pi}{T}t\iint\cos\frac{2\pi}{T}(\tau+u')dxdy - \cos\frac{2\pi}{T}t\iint\sin\frac{2\pi}{T}(\tau+u')dxdy,$$

$$V''' = \sin\frac{2\pi}{T}t\iint\cos\frac{2\pi}{T}(\tau+u'')dxdy - \cos\frac{2\pi}{T}t\iint\sin\frac{2\pi}{T}(\tau+u'')dxdy,$$

. . . .

$$V_{n+1} = \sin\frac{2\pi}{T}t\iint\cos\frac{2\pi}{T}(\tau+u_n)dxdy - \cos\frac{2\pi}{T}t\iint\sin\frac{2\pi}{T}(\tau+u_n)dxdy.$$

De la sorte, la vitesse résultante totale W sera exprimée par l'égalité

$$W = \sin\frac{2\pi}{T}t\iint A dxdy - \cos\frac{2\pi}{T}t\iint B dxdy, \quad . \quad . \quad (2)$$

A et B étant déterminés par les relations

$$\left.\begin{aligned} A &= \cos\frac{2\pi}{T}\tau + \cos\frac{2\pi}{T}(\tau+u') + \cos\frac{2\pi}{T}(\tau+u'') + \cdots + \cos\frac{2\pi}{T}(\tau+u_n), \\ &\text{et} \\ B &= \sin\frac{2\pi}{T}\tau + \sin\frac{2\pi}{T}(\tau+u') + \sin\frac{2\pi}{T}(\tau+u'') + \cdots + \sin\frac{2\pi}{T}(\tau+u_n). \end{aligned}\right\} (3)$$

En posant

$$\left.\begin{aligned} M &= 1 + \cos\frac{2\pi}{T}u' + \cos\frac{2\pi}{T}u'' + \cdots + \cos\frac{2\pi}{T}u_n \\ &\text{et} \\ N &= \sin\frac{2\pi}{T}u' + \sin\frac{2\pi}{T}u'' + \cdots + \sin\frac{2\pi}{T}u_n, \end{aligned}\right\} (4)$$

les relations (3) peuvent se mettre sous la forme

$$\left.\begin{aligned} A &= M\cos\frac{2\pi}{T}\tau - N\sin\frac{2\pi}{T}\tau \\ \text{et}\qquad B &= M\sin\frac{2\pi}{T}\tau + N\cos\frac{2\pi}{T}\tau \end{aligned}\right\}\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ (5)$$

Eu égard à l'équation (2), l'intensité I du faisceau lumineux diffracté est donnée par la formule

$$I = \left(\iint A dx dy\right)^2 + \left(\iint B dx dy\right)^2,$$

ou, en vertu des relations (5), par la somme

$$\left(M\iint\cos\frac{2\pi}{T}\tau dx dy - N\iint\sin\frac{2\pi}{T}\tau dx dy\right)^2$$
$$+\left(M\iint\sin\frac{2\pi}{T}\tau dx dy + N\iint\cos\frac{2\pi}{T}\tau dx dy\right)^2.$$

On a donc, en fin de compte,

$$I = (M^2 + N^2)\left[\left(\iint\cos\frac{2\pi}{T}\tau dx dy\right)^2 + \left(\iint\sin\frac{2\pi}{T}\tau dx dy\right)^2\right] \quad (6)$$

L'intensité lumineuse I est le produit de deux facteurs : le premier, déterminé par les relations (4), ne dépend, pour chaque radiation simple, que du nombre et des positions des ouvertures dans le plan du système ; le second, au contraire, varie exclusivement avec la forme et les dimensions de ces ouvertures.

L'origine des axes change généralement avec la direction (α, β); elle peut même passer d'une ouverture à l'autre. Il est bon d'observer que ce changement d'origine n'a, par lui-même, aucune influence sur la valeur du second membre de l'équation (6).

Si l'on désigne, en effet, par (x', y'), les coordonnées variables de l'ouverture dont le périmètre rencontre l'origine des axes, par τ', la valeur correspondante de τ, et par (l, m), les coordonnées de la nouvelle origine, on a, dans la première partie de la supposition précitée,

$$x' = x - l$$

$$y' = y - m$$

et, par suite,

$$\tau' = \frac{x \cos \alpha + y \cos \beta}{\omega} - \frac{l \cos \alpha + m \cos \beta}{\omega},$$

ou, plus simplement, en adoptant une notation qu'il n'est pas besoin d'indiquer d'une manière plus explicite,

$$\tau' = \tau - \sigma.$$

De là,

$$\iint \cos \frac{2\pi}{T} \tau' dx'dy' = \cos \frac{2\pi}{T} \sigma \iint \cos \frac{2\pi}{T} \tau dxdy + \sin \frac{2\pi}{T} \sigma \iint \sin \frac{2\pi}{T} \tau dxdy$$

et

$$\iint \sin \frac{2\pi}{T} \tau' dx'dy' = \cos \frac{2\pi}{T} \sigma \iint \sin \frac{2\pi}{T} \tau dxdy - \sin \frac{2\pi}{T} \sigma \iint \cos \frac{2\pi}{T} \tau dxdy,$$

et, par conséquent,

$$\left(\iint \cos \frac{2\pi}{T} \tau' dx'dy'\right)^2 + \left(\iint \sin \frac{2\pi}{T} \tau' dx'dy'\right)^2$$

$$= \left(\iint \cos \frac{2\pi}{T} \tau dx\,dy\right)^2 + \left(\iint \sin \frac{2\pi}{T} \tau\, dydx\right)^2.$$

De plus, en vertu des relations (4), on a, par une effectuation

convenable des sommations dont le premier membre de l'équation ci-dessous est composé,

$$M^2 + N^2 = (n + 1) + 2 \sum \cos \frac{2\pi}{T} (u_p - u_q),$$

les indices p et q prenant séparément, dans cette équation, et sous forme d'arrangement, toutes les valeurs entières successives depuis o jusqu'à n.

Il est visible, par cette dernière équation et par les relations (1), que la valeur de l'expression (M^2+N^2) est indépendante de l'origine des axes.

C'est le facteur $(M^2 + N^2)$ de l'expression générale (6) de l'intensité I, qui produit, par ses maxima et ses minima, les franges dites d'interférence, sur toutes les droites ou orientations que l'on peut tracer à volonté, dans le plan d'observation, et le long desquelles il est loisible, si on le désire, d'inspecter le phénomène. Le second facteur de l'expression générale (6) donne naissance, dans les mêmes circonstances, aux franges dites de diffraction.

Lorsque la disposition des ouvertures est régulière, les points homologues des diverses ouvertures sont échelonnés, le long de courbes ayant une forme commune et semblablement placées.

On a alors

$$b' = \varphi(a'), \quad b'' = \varphi(a''), \dots b_n = \varphi(a_n),$$

et la détermination des maxima et des minima du premier facteur

$$M^2 + N^2$$

n'est plus qu'une question d'analyse. Cette détermination a été effectuée dans quelques cas particuliers (*).

Quand la disposition des ouvertures est irrégulière, le facteur

(*) *Œuvres de Verdet*, t. V, p. 278, et BILLET, *Traité d'optique physique*, t. I. p. 223.

dont il s'agit est égal, comme on l'a vu plus haut, au nombre $(n+1)$ des ouvertures, augmenté d'une somme de cosinus dont les valeurs sont distribuées irrégulièrement entre $+1$ et -1. Cette somme est sensiblement nulle, lorsque le nombre des ouvertures est considérable. Verdet s'est fondé sur cette dernière propriété, pour rendre raison du phénomène des couronnes (*).

Le théorème que nous venons de démontrer, a, par sa généralité, une importance véritable.

(*) *Œuvres de Verdet*, t. I, p. 102.

SUR
LA
THÉORIE DE L'ARC-EN-CIEL

PAR

le P. Jos. DELSAULX
Professeur au Collège de la Compagnie de Jésus à Louvain.

Présenté à la Société scientifique de Bruxelles dans la séance du 17 avril 1882.

M. Airy a donné le premier une explication complète des phénomènes de l'arc-en-ciel (*). Il a ajouté aux considérations de Descartes celles qui ressortent du principe des interférences.

La théorie du savant anglais n'a pas encore pris dans l'enseignement élémentaire la place qui lui convient : les grands traités de physique publiés récemment ne la mentionnent qu'en passant. Elle peut très bien néanmoins faire partie de l'enseignement classique, si l'on introduit dans son exposition la simplification qui est l'objet de cette note. En publiant ce travail d'une valeur purement pédagogique, je désire être utile à quelque lecteur.

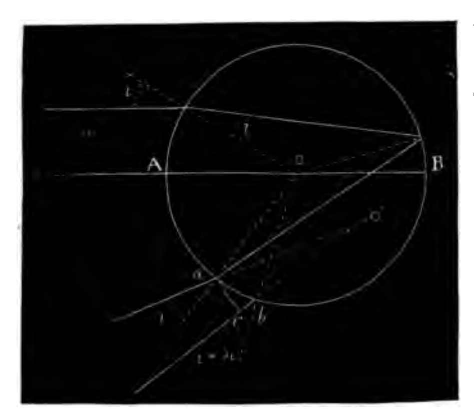
I

CONSTRUCTION PAR POINTS DE LA CAUSTIQUE D'ÉMERGENCE.

Je ferai remarquer d'abord que la caustique des rayons solaires d'une même teinte, qui émergent d'une goutte d'eau, peut être construite par points, fort facilement.

(*) *Œuvres de Verdet*, t. V, pp. 41 et suiv.

Dans le cas d'une réflexion intérieure et pour un angle d'incidence i, compris entre l'incidence normale et celle qui est relative à la déviation minimum, la marche du rayon est représentée dans la figure ci-contre. O' est le point de rencontre virtuel à l'émergence du rayon (i) et du rayon infiniment voisin ($i + di$).



On sait que l'angle Δ_i, formé, à l'émergence, par le rayon (i) et le rayon central BS, est donné par la formule

$$\Delta_i = 4r - 2i.$$

De plus, le point d'émergence a de ce rayon est situé à l'extrémité de l'arc ABa, dont la valeur L_i est exprimée par la relation

$$L_i = R(i + 2\pi - 4r) = 2\pi R - R(4r - i),$$

R désignant le rayon de la goutte d'eau.

Par suite, en représentant le segment ao' par p, on a

$$ab . \cos i = ac = p . d\Delta_i$$

et

$$ab = - dL_i.$$

De là,

$$p = - \cos i \frac{dL_i}{d\Delta_i}$$

ou

$$p = R \cos i \frac{4dr - di}{4dr - 2di}.$$

Mais, vu la loi de Descartes

$$\sin i = n \sin r,$$

et la relation différentielle qui en est la suite

$$\cos i . di = n \cos r . dr,$$

l'expression générale de p devient finalement

$$p = R \cos i \frac{\cos i - \frac{n \cos r}{4}}{\cos i - \frac{n \cos r}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Cette formule fait voir que, pour i égal à zéro, la valeur de p est donnée par l'égalité

$$p = R \frac{1 - \frac{n}{4}}{1 - \frac{n}{2}},$$

et que pour i satisfaisant à la relation

$$2 \cos i = n \cos r; \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

ce segment est infini.

A partir de cette dernière valeur de i, p est négatif; il devient nul, lorsque l'angle i satisfait à la relation

$$4 \cos i = n \cos r; \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

puis, passant de nouveau par des valeurs positives, il est nul une seconde fois, quand l'angle i est égal à $\frac{\pi}{2}$.

Si l'on a soin de remarquer que la fonction Δ_i atteint précisément sa valeur maximum lorsque la relation (2) est vérifiée, et que la fonction L_i obtient de même une valeur minimum lorsque l'angle i satisfait à la relation (3), on pourra construire par points, sans aucune difficulté, la caustique des rayons émergents.

Depuis l'incidence normale jusqu'à celle qui correspond au maximum de la fontion Δ_i, les segments p, déterminés en valeur

absolue par la formule (1) doivent être portés sur le prolongement virtuel des rayons émergents; depuis cette incidence jusqu'à celle qui caractérise le minimum de la fonction L_i, ils doivent être portés, au contraire, sur les rayons eux-mêmes; enfin, à partir de cette dernière incidence, il faut les porter de nouveau sur le prolongement virtuel des rayons à l'intérieur de la goutte d'eau.

Ces détails permettront au lecteur, je pense, de corriger quelques inexactitudes que l'on rencontre dans plusieurs auteurs de physique sur ce sujet.

II

INTENSITÉ DE LA LUMIÈRE PORTÉE PAR L'ONDE D'ÉMERGENCE.

L'intersection de l'onde d'émergence et de tout plan qui passe par le rayon solaire central est la développante de la courbe caustique dont il vient d'être question.

Dans le voisinage du rayon émergent S′ qui correspond au maximum de la fonction Δ_i, cette onde linéaire a la forme représentée dans la figure ci-dessous : elle est normale au rayon S′ en D, et, eu égard à ce qui a été dit dans l'article précédent, possède en ce lieu, un point d'inflexion.

En prenant la tangente à la courbe en D pour axe des x et le rayon S′ pour axe des y, et en remarquant qu'au point D les égalités

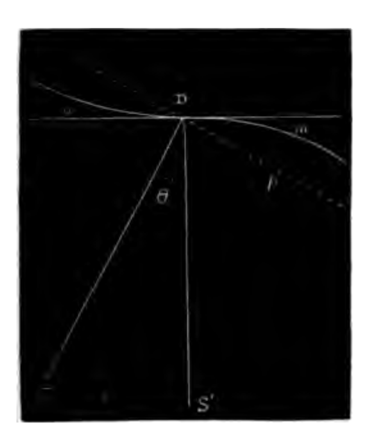
$$y=0,\quad \frac{dy}{dx}=0,\quad \frac{d^2y}{dx^2}=0,$$

sont vérifiées, on peut poser, avec M. Airy, du moins pour tous les points de l'onde linéaire suffisamment rapprochés de l'origine des axes,

$$y=\frac{x^3}{3a^2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

on peut aussi confondre, en ces mêmes points, la différentielle de l'arc avec la différentielle de l'abscisse.

Pour interpréter théoriquement les phénomènes de l'arc-en-ciel, il faut évaluer, comme on sait, l'intensité de la lumière portée par l'onde émergente vers l'œil, dans les diverses situations σ, voisines du rayon DS', que celui-ci peut occuper.



Au point de vue proportionnel, cette intensité ne diffère pas de celle que l'onde linéaire *mn* détermine dans les mêmes circonstances.

Or, l'action de cette dernière se réduit en fin de compte, par le jeu des interférences, pour toute position de l'œil, à celle de la partie centrale qui avoisine le point D.

Il est donc légitime de regarder, dans tous les cas, les rayons émis par l'onde linéaire, comme étant parallèles à la droite Dσ menée par le point D et l'œil de l'observateur.

Si l'on admet cette simplification, le calcul de l'intensité de la lumière portée par l'onde linéaire, dans une direction quelconque, se fait très élégamment.

La vitesse vibratoire envoyée vers l'œil, dans la direction Dσ, à une époque quelconque du temps t, par l'arc élémentaire de l'onde linéaire, est exprimée par la formule

$$\nu = dx \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

T désignant la durée d'une vibration lumineuse.

Les vitesses vibratoires envoyées, à la même époque, par les arcs élémentaires m et n, ayant des coordonnées de même valeur absolue respective x et y, sont données par les formules

$$\left.\begin{array}{l} \nu' = dx \sin \frac{2\pi}{T}(t - \tau) \\ \text{et} \\ \nu'' = dx \sin \frac{2\pi}{T}(t + \tau) \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Dans ces formules, la phase τ est déterminée par l'égalité

$$\tau = \frac{l}{\omega},$$

où ω représente la vitesse de propagation de la lumière et l, la longueur de la perpendiculaire abaissée de l'un ou de l'autre des points m et n sur la droite Dp, normale à la direction Dσ.

La droite Dp ayant pour équation

$$\eta = \xi \operatorname{tg} \theta,$$

la longueur de la perpendiculaire l est exprimée par la relation

$$l = -\frac{y - x \operatorname{tg}\theta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta}},$$

ou

$$l = x \sin\theta - y \cos\theta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

On a d'ailleurs, en vertu des équations (5),

$$\nu' + \nu'' = 2dx \sin \frac{2\pi}{T} t \cos \frac{2\pi}{T} \tau.$$

Pour obtenir la vitesse totale V apportée à l'œil, par l'onde linéaire, dans la direction Dσ, il suffit d'intégrer le second membre de l'équation précédente, par rapport à x, entre les limites 0 et X, la limite X désignant la valeur absolue de l'abscisse extrême de la région centrale de l'onde.

Par suite, on a

$$V = 2 \sin \frac{2\pi}{T} t \int_0^X dx \cos \frac{2\pi}{T} \tau,$$

ou, eu égard à la valeur de τ et à l'égalité (6),

$$V = 2 \sin \frac{2\pi}{T} t \int_0^X dx \cos \left(2\pi \frac{x \sin\theta - y \cos\theta}{\lambda}\right). \quad . \quad . \quad (7)$$

Dans cette dernière équation, λ représente la longueur d'onde de la radiation simple émise par l'onde linéaire.

L'intégrale de l'équation (7), dont le carré doit être proportionnel, suivant notre raisonnement, à l'intensité de la lumière portée par l'onde linéaire dans la direction $D\sigma$, est précisément celle qui, avec la même signification physique, ressort de l'analyse de M. Airy.

Pour le démontrer, il suffit de remplacer dans cette intégrale $\cos\theta$ par l'unité. Cette substitution est permise, puisque l'angle θ est, par supposition, un angle très petit.

Nous poserons ensuite, avec le savant anglais, en changeant de variable et de notation,

$$\frac{2\pi}{3a^2\lambda}x^3 = \frac{\pi}{2}w^3$$

et

$$m = \frac{4}{\lambda}\sqrt[3]{\frac{3a^2\lambda}{4}}\sin\theta.$$

On a, alors,

$$dx = \sqrt[3]{\frac{3a^2\lambda}{4}}\,dw,$$

et, vu l'équation (4),

$$2\pi\frac{x\sin\theta - y}{\lambda} = \frac{2\pi\sin\theta}{\lambda}\sqrt[3]{\frac{3a^2\lambda}{4}}\,w - \frac{\pi}{2}w^3,$$

ou

$$2\pi\frac{x\sin\theta - y}{\lambda} = \frac{\pi}{2}(mw - w^3).$$

De là, l'expression (7) devient

$$V = 2\sqrt[3]{\frac{3a^2\lambda}{4}}\sin\frac{2\pi}{T}t\int_0^W \cos\frac{\pi}{2}(mw - w^3)\,dw. \quad . \quad . \quad (8)$$

La limite W de l'intégrale (8) est un nombre très grand déterminé par l'égalité

$$\frac{4}{3a^2\lambda}X^3 = W^3.$$

En désignant par Y l'ordonnée de l'onde linéaire qui correspond à l'abscisse X, on a donc, pour évaluer W, l'équation

$$W^3 = \frac{4Y}{\lambda}.$$

Or, il n'est pas douteux que l'ordonnée Y n'équivale à un très grand nombre de longueurs d'onde (*).

Eu égard à la forme analytique de l'intégrale (8), qui rappelle celle des intégrales de Fresnel, rien n'empêche, par conséquent, que la limite supérieure W ne soit portée, si l'on veut, jusqu'à l'infini. Dans ces conditions, l'intégrale dont il s'agit coïncide parfaitement avec celle obtenue par M. Airy. Mais cette extension de limite est tout à fait inutile, attendu que la valeur numérique de l'intégrale (8) ne peut s'obtenir que par évaluation progressive, en divisant l'intervalle compris entre les limites en un grand nombre d'intervalles très petits.

Nous avons supposé dans nos raisonnements que l'angle θ était positif. Lorsque la direction $D\sigma$ est symétrique, par rapport au rayon S', de la direction représentée dans la figure ci-dessus, il suffit de donner à l'angle θ des valeurs négatives dans nos formules, pour que celles-ci conservent toute leur exactitude.

Le lecteur trouvera dans les œuvres de Verdet, ou dans le mémoire original de M. Airy, les conclusions qui découlent des évaluations numériques de l'intégrale (8), lorsqu'on donne, au paramètre *m*, les diverses valeurs positives et négatives que ce paramètre est susceptible de recevoir. Ces conclusions forment, dans leur ensemble, une explication fort belle et fort complète des phénomènes de l'arc-en-ciel.

Puisque le coefficient *a* est proportionnel au rayon de la goutte d'eau (*), le second membre de l'équation (8) est presque nul, lorsque ce rayon est très petit. Dans ce cas, qui est celui des nuages, tout phénomène doit disparaître.

(*) *Œuvres de Verdet*, t. V, pp. 180 et suiv.
(**) *Ibidem*, t. V, p. 421.

DARWIN

ET

LES PROGRÈS DE LA ZOOLOGIE

PAR

M. A. PROOST

Professeur à l'Université catholique de Louvain.

La biographie et la bibliographie de Darwin ne sont plus à faire. Les journaux et les revues ont permis à nos contemporains de suivre pas à pas les travaux personnels du grand naturaliste anglais. Aussi nous bornerons-nous à déterminer la part qui revient à Darwin dans le grand mouvement imprimé par l'*idée évolutionniste* aux sciences naturelles et particulièrement à la zoologie, pendant la seconde moitié du XIX[e] siècle.

Ce travail, esquissé par divers naturalistes du vivant de l'auteur, présente aujourd'hui un intérêt particulier à cause des récentes découvertes qui sont venues apporter de tous les points du globe des contributions précieuses à la zoologie, c'est-à-dire à l'*embryologie*, à la *paléontologie* et à l'*anatomie comparée*.

I

Les origines du transformisme, Ovide, Aristote, Albert le Grand, Linné, Buffon, Lamarck et Geoffroy St-Hilaire; la *philosophie zoologique* et la *philosophie anatomique*. Puissance transformatrice de l'exercice et des habitudes; travaux de M. Marey. Lois du balancement et de la corrélation organique. La doctrine de l'unité de composition devant l'embryologie, la paléontologie et l'anatomie générale et comparée.

On aurait tort de considérer le *transformisme* comme une idée nouvelle, comme une acquisition de la science moderne, car on le retrouve au fond de toutes les « philosophies naturelles » des anciens; le transformisme ainsi que *la génération spontanée*

étaient enseignés par Aristote, suivant la tradition des premiers philosophes, formés à l'école des prêtres d'Isis, en Égypte. « La matière, dit Ovide au chapitre XV des *Métamorphoses*, la matière est une cire molle qui change perpétuellement de forme sans modifier sa substance, » et il invoque précisément les métamorphoses de la grenouille et du papillon — les plus remarquables aux yeux des naturalistes contemporains, parce qu'elles font passer sous nos yeux un animal d'une classe dans une autre, des Vers aux Articulés et des Poissons aux Reptiles — pour conclure à la transformation des espèces : « Toutes les formes inférieures, dit Aristote, ne sont que des degrés par lesquels la nature s'est élevée à cette forme excellente de l'humanité. Ce n'est que par une progression ascendante des formes que la nature atteint la forme la plus haute. L'être a monté toujours dans l'échelle des existences. »

Impossible d'exprimer d'une manière plus saisissante cette idée philosophique que le corps humain serait le terme suprême de l'organisation progressive de la matière.

L'analogie de structure entre le corps de l'homme et celui des animaux ne pouvait échapper aux premiers naturalistes, quel que fût d'ailleurs l'état arriéré de l'anatomie. Aristote avait disséqué lui même beaucoup d'animaux et considérait la zoologie comme l'*ensemble* des connaissances relatives à l'histoire des animaux.

Un transformiste célèbre par l'ardeur de sa propagande, le professeur Haeckel, d'Iéna, reconnait que l'*Histoire des animaux* d'Aristote « nous montre une conception universelle et si grandiose du monde des animaux que l'on trouve tout naturel que ses écrits aient pu jouir pendant quinze siècles d'une autorité sans égale [1]. Après la mort d'Aristote, ses disciples, réfugiés à la cour des Ptolémées, obtinrent la permission de disséquer des morts, et c'est là que furent réalisées la plupart des découvertes mémorables attribuées à tort à Galien, telles que la découverte

---

[1] *Progrès et objet de la Zoologie*, discours inaugural à la Faculté de philosophie d'Iéna.

de la nature et de l'origine des nerfs et de la propriété motrice des muscles [1].

Dans le cinquième livre de son *Histoire des animaux,* Aristote enseigne très explicitement la transformation des espèces :

« Il est des animaux qui sont produits par d'autres animaux qu'une forme commune place dans le même genre, et il y en a qui naissent d'eux-mêmes sans être produits par des animaux semblables. Ceux-ci viennent ou de la terre putréfiée ou des plantes, comme *la plupart des insectes.* Ou bien ils sont engendrés dans les animaux mêmes par les superfluités des diverses parties du corps. » Ainsi tous les Entozoaires et *la plupart* des insectes sont des produits de transformation.

C'est en s'inspirant des idées d'Aristote qu'en plein XVIIe siècle le père Kircher enseignait la transformation des vers en scorpions, et le père Bonnani celle des papillons en oiseaux ou des anatifes en macreuses. Ces opinions qui nous font sourire aujourd'hui étaient généralement reçues à cette époque, sur la foi du grand naturaliste dont le prestige paralysa si longtemps le progrès des sciences d'observation et des sciences expérimentales.

Aristote partage le règne animal en deux catégories : Les animaux à sang rouge, correspondant à nos *vertébrés,* et les animaux à sang blanc ou *invertébrés.* Il subdivise les animaux à sang rouge en cinq classes : les quadrupèdes vivipares, les cétacés, les oiseaux, les quadrupèdes ovipares [2] (Reptiles) et les poissons. Ces divisions subsistent toujours dans la science, seu-

(1) Erasistrate, petit-fils d'Aristote, montra que tous les nerfs viennent de l'encéphale et de la moelle; il distingua les nerfs sensibles et les nerfs moteurs et découvrit les vaisseaux lymphatiques. On ignore généralement qu'Hippocrate enseignait déjà, contrairement à Galien, que le cerveau — et non le cœur — est l'organe de l'intelligence (*Étude historique du système nerveux,* par le D^r^ CH. RICHET). Galien avait deviné l'existence de la circulation pulmonaire et savait que le sang passe du cœur droit au cœur gauche. Sa théorie générale des fonctions du cœur était juste, dit le professeur Huxley. (Institution royale de la Grande-Bretagne, lectures du soir, 1878.)

(2) Les serpents, dit Aristote, peuvent être mis à côté des lézards : Ils leur ressemblent presque en tout en supposant au lézard plus de longueur et en lui retranchant les pieds.

lement on a substitué le nom de Mammifères à celui de quadrupèdes, ce qui a permis de fondre en une seule classe les Quadrupèdes et les Cétacés. Chose curieuse, Linné qui proposa cette substitution parce que le singe est un quadrumane et non un quadrupède, se trompa sur la nature des Cétacés qu'il assimila aux Poissons, tandis qu'Aristote avait parfaitement reconnu leur conformation. « Le dauphin, la baleine et les autres Cétacés, dit Aristote, ont des mamelles et sont vraiment vivipares, comme les quadrupèdes. » Linné confondit aussi les chauves-souris avec les oiseaux; le naturaliste grec n'a commis aucune de ces erreurs, et loin de confondre, faute d'examen, les animaux à sang blanc, il les a divisés en quatre classes : les Mollusques, les Testacés, les Crustacés et les Insectes. Trois de ces classes subsistent : on y a ajouté une quatrième, celle des Zoophytes, qui, du reste, n'avait pas échappé à Aristote. « Les orties de mer, dit-il, sont hors des genres que nous avons définis; ce sont des êtres dont la nature est équivoque entre la plante et l'animal. »

Les savants du moyen âge, qui partageaient l'erreur commune relativement à *la génération spontanée,* s'affranchirent de par la Bible de l'idée traditionnelle sur *l'origine des espèces.* Suivant Albert le Grand « l'espèce est la réunion des individus qui naissent les uns des autres. » Cette définition physiologique, à laquelle on revient aujourd'hui, était inspirée par les premiers versets de la Genèse.

Cependant Albert le Grand et saint Thomas, son disciple, étaient trop imbus des idées d'Aristote pour ne point admettre la possibilité de la transformation subite d'une espèce en une autre, comme ils admettaient la transmutation des métaux.

En vérité, il faut remonter jusqu'au XVIII[e] siècle pour découvrir un système fondé sur des observations personnelles. En 1735 parut le *Système de la nature* du célèbre réformateur des sciences naturelles, Linné. Partisan de l'immutabilité de l'espèce, il finit cependant par émettre l'hypothèse que les espèces d'un même genre pourraient bien être des variétés d'un seul type, modifiées par le croisement. Il fut conduit à ces conclusions par

l'observation des plantes et, chose curieuse, Buffon, qui avait commencé comme lui par affirmer le principe de l'immutabilité absolue, conclut dans son ouvrage sur *la dégénération des animaux* que les espèces peuvent se réduire à un petit nombre de familles dont il n'est pas impossible que les autres soient issues.

Lamarck et Geoffroy Saint-Hilaire en France, Gœthe, Oken et Von Baer en Allemagne, sont les véritables fondateurs de la théorie transformiste. Ils furent conduits à cette hypothèse par des voies différentes; Lamarck par l'étude des animaux inférieurs, Gœthe par la morphologie des plantes, les autres par l'étude de l'embryologie et de l'anatomie comparée.

Lamarck créa de toutes pièces la classification naturelle des animaux inférieurs confondus jusqu'alors. Il distingua les Radiaires des Polypes, les Vers des Annélides, les Mollusques des Cyrripèdes, les Arachnides et les Crustacés des Insectes. Il réunit tous ces ordres dans un seul embranchement, les *Invertébrés*, qu'il sépara des *Vertébrés* (Poissons, Reptiles, Oiseaux et Mammifères).

Ce fut incontestablement le premier naturaliste qui revêtit d'une forme scientifique la doctrine de l'évolution. Dans sa *Philosophie zoologique*, il donna un corps à cette idée séduisante, que les formes spécifiques dans le temps comme dans l'espace ne sont autre chose que les produits de la réaction lente et continue des conditions changeantes du globe terrestre sur la matière organisée. La morphologie des coquilles dont les formes génériques et typiques se fondent les unes dans les autres par des transitions insensibles contribua surtout à lui suggérer l'idée de son système (1).

Sa conviction est née de la comparaison des fossiles invertébrés du bassin de Paris avec les espèces actuelles. Il tira de l'observation de ces fossiles des conclusions diamétralement opposées à celles de Cuvier sur les fossiles *vertébrés* découverts dans les mêmes couches.

---

(1) *Histoire des animaux sans vertèbres*, 1815-1822.

Aujourd'hui que la paléontologie est venue nous apporter des documents innombrables sur « ces médailles de la création, » l'hypothèse de Lamarck s'impose presque irrésistiblement à tous les géologues qui s'adonnent à l'étude de la malacologie.

Sans être chrétien, Lamarck distinguait Dieu de la Nature; il développa la doctrine du progrès organique avec infiniment de talent en dépit des excentricités d'imagination qu'on lui reproche. Plus logique que ses successeurs, il n'attribua pas comme ces derniers les évolutions de la nature *à une fatalité capable d'une surveillance attentive* (*Sélection naturelle,* Ch. Darwin). Son grand tort fut de prétendre expliquer le pourquoi du phénomène par un agent presque exclusif, l'*exercice*, qui développerait et modifierait les organes à l'infini à mesure des besoins. Certes, cette théorie transformiste essentiellement *subjective* et physiologique, repose sur des données sérieuses, plus sérieuses peut-être que la théorie de Darwin. Rien de plus universellement applicable en physiologie que cette donnée : *Les organes se développent, se modifient ou s'atrophient en raison directe de l'exercice. L'activité qui s'exagère sur un point diminue sur un autre.*

M. Marey a montré dans l'introduction de son livre intitulé la *Machine animale* à quel point l'exagération ou le défaut d'exercice peut non seulement développer ou atrophier les tissus, mais *transformer* les organes dont ils constituent la trame.

Le système osseux lui-même se prête comme une cire molle et la pathologie révèle à quel degré la forme du squelette, qui constitue en apparence la partie la plus immuable de l'organisme, est subordonnée au travail des muscles et à l'intégrité des nerfs.

M. Marey est donc de l'avis de Lamarck quand il affirme que c'est *la fonction qui fait l'organe;* il s'attache à le prouver en étudiant spécialement les relations réciproques des organes locomoteurs et de leurs fonctions. « Il faut montrer, dit-il, comment les os, les articulations, les muscles se modifient de diverses façons par l'effet de divers modes de fonctionnement; comment l'appareil digestif, se pliant à des genres d'alimentation très divers, éprouve aussi des changements qui le mettent en rapport avec

les conditions nouvelles où il se trouve (1); comment un changement apporté à la fonction circulatoire amènera dans le système vasculaire certaines modifications anatomiques, prévues à l'avance; comment, enfin, les sens acquièrent par l'exercice des qualités nouvelles ou perdent par le repos leurs anciennes aptitudes. Ces changements de la fonction sous l'influence de la fonction elle-même s'accompagnent de modifications anatomiques dans l'appareil modifié physiologiquement.

« L'hérédité fera-t-elle une exception unique pour ces caractères acquis? Cela semble bien improbable, et cependant il faut l'admettre pour avoir le droit de repousser ce qu'on appelle l'*hypothèse* du transformisme. Il faut faire une *contre-hypothèse* par laquelle on renverse les lois ordinaires de l'hérédité pour refuser à certains caractères anatomiques le droit d'être transmissibles. »

On ne saurait assez insister, à notre avis, sur la fécondité de ce principe qui conduisit le grand Cuvier à la découverte des lois de la corrélation et de la subordination des organes et lui permit de reconstituer de toutes pièces, *par le raisonnement*, des animaux éteints dont on n'avait retrouvé que des traces. C'est encore ce principe qui permit à Geoffroy Saint-Hilaire d'expliquer naturellement l'origine des monstres et des organes rudimentaires que l'on retrouve chez tous les animaux et auxquels l'ancienne théorie ne trouve point de raison d'être satisfaisante.

La loi du *balancement organique* lui révéla dans l'étude de la tératologie le principe mystérieux qui préside au développement de ces anomalies, et là où des observations superficielles n'avaient signalé que des jeux du hasard, Geoffroy découvrit une loi immuable.

Il prouva que les monstres sont le résultat nécessaire d'*un arrêt de développement*, occasionné par le balancement des organes et l'attraction des organes similaires dans le cours de l'évolution embryonnaire.

---

(1) Exemple : aptitude des peuples du Nord à digérer la graisse et des peuples du Midi à digérer la fécule (carnivores, herbivores).

A la suite de cette dernière découverte, le savant auteur de la *Philosophie anatomique* se demanda si les animaux inférieurs du règne animal ne représentaient pas l'état embryonnaire des animaux supérieurs, état devenu persistant, comme dans les monstres par *arrêt de développement.*

Déjà en 1811, l'Allemand Meckel avait signalé la persistance des caractères embryonnaires chez les êtres inférieurs. Geoffroy confirma ces observations et constata que les phrases transitoires du développement embryonnaire d'un Vertébré supérieur reproduisent souvent des caractères permanents chez les animaux adultes occupant un rang moins élevé dans la série. Par exemple la conformation du squelette, du système nerveux, des organes respiratoires et circulatoires du fœtus humain offre avec celle des Poissons de frappantes analogies. Aux différentes phases d'évolution de la grenouille, au têtard à branchies et sans pattes, conformé comme un poisson, au têtard à deux ou à quatre pattes, correspondent des espèces chez lesquelles ces caractères passagers sont fixes et permanents ([1]).

Depuis lors la paléontologie a montré que l'évolution historique des Vertébrés correspond à leur évolution embryonnaire, et que les premiers Vertébrés terrestres sont précisément des Batraciens aux proportions gigantesques, tels que les *Labyrinthodons.*

Geoffroy avait aussi été frappé de l'apparition brusque, chez les animaux supérieurs, de certaines anomalies qui constituent dans les groupes inférieurs des dispositions normales.

Il crut y voir un phénomène de rétrogradation ou de retour

([1]) Têtard sans pattes : espèce correspondante, *Cécilies.*

Têtard à branchies et à deux pattes, *Sirènes.*

Têtard à quatre pattes, queue entourée d'une nageoire, *Protées.*

Têtard sans branchies ; poumon ; queue persistante, *Salamandres, Tritons.*

Geoffroy considérait le *Protée,* qui conserve toute sa vie les branchies des têtards comme une *larve permanente,* mais capable de se reproduire et qui n'a qu'un pas à faire pour devenir semblable à nos lézards d'eau. Il indiquait aussi les expériences de William Edwards sur les têtards plongés dans l'eau et dans l'obscurité qui grossirent démesurément sans parvenir à dépasser l'état de larves.

aux qualités des ancêtres, loi dont on attribue quelquefois la découverte à Darwin.

Dans le fameux débat sur l'*unité de composition* qu'il soutint à la fin de sa vie contre Cuvier, Geoffroy se laissa entraîner à certaines exagérations qui le perdirent comme Lamarck dans l'opinion des naturalistes, fascinés d'ailleurs par le prestige du grand nom de Cuvier. Cependant il avait complété l'idée de Lamarck sur l'évolution des êtres en opposant à l'influence de la fonction sur l'organe, qui constitue le côté subjectif du problème, le côté objectif, c'est-à-dire, l'influence des conditions de milieu.

Reprenant l'idée de Pascal, il admet comme lui que les formes animales se modifient à mesure que le refroidissement de la terre s'accentue.

Il croit que les modifications continues ou accidentelles, apportées dans les organes respiratoires sont la source principale d'où dérive la série des transformations subséquentes de l'organisme et par une vue de génie, il prédit les découvertes de la paléontologie qui nous montrent comment les Oiseaux procèdent des Reptiles. En effet, les découvertes récentes, réalisées dans les montagnes Rocheuses, de formes intermédiaires entre les Oiseaux et les Reptiles, confirment singulièrement l'hypothèse de la descendance. Il ne s'agit plus aujourd'hui d'un seul *reptile emplumé* comme l'*Archæopteryx* de Solenhofen; les animaux décrits par M. le professeur Marsh, sous le nom de *Ichthyornis* et de *Agapornis*, et qui se distinguent par des vertèbres bi-concaves et des mandibules armées de dents, constituent plusieurs formes de passage nouvelles entre ces deux grandes classes des Vertébrés.

Indépendamment de ces types de passage des Reptiles aux Oiseaux *qui volent*, la paléontologie nous présente une autre série non moins intéressante et non moins nombreuse : les *Dinosauriens* dont le Musée de Bruxelles possède des types superbes dans les *Iguanodons* découverts à Bernissart, et dont les relations anatomiques avec les oiseaux *coureurs* sont indéniables.

Geoffroy reconnut qu'en comparant la tête d'un fœtus de Mammifère à celle d'un Reptile ou d'un Ovipare, on remarquait des rapports de nombre et d'arrangement invisibles chez l'adulte,

et montra que l'*os carré*, particulier aux Oiseaux, est l'analogue de l'os de la caisse auriculaire du fœtus des Mammifères. L'illustre Von Baer devait pousser plus loin ces recherches et révolutionner la zoologie, en substituant aux embranchements de Cuvier, fondés sur les différences du *système nerveux* qui détermine la forme extérieure rayonnée, bilatérale ou dissymétrique, des embranchements reposant sur la diversité de l'*évolution embryonnaire*. Grâce à ce nouveau mode de classification, il n'est plus permis d'invoquer les analogies superficielles qui rapprochent par une adaptation aux mêmes fins des êtres d'origine absolument distincte.

D'après Geoffroy, c'est dans l'embryon en voie de formation qu'il faut aller chercher les passages d'une espèce à l'autre; dès lors la recherche trop souvent stérile des formes intermédiaires entre les espèces devient sans objet, et l'on conçoit à la rigueur comment dans cette hypothèse deux espèces peuvent parvenir à s'isoler : problème insoluble dans la théorie darwinienne. « Au fond, dit M. de Quatrefages, Geoffroy croyait qu'un être en voie de développement pouvait dépasser le point d'organisation où s'étaient arrêtés ses ancêtres et devenir ainsi la souche d'une espèce nouvelle. »

Grâce à l'engouement qu'excitèrent les prétendues nouveautés de Darwin, on attribue trop facilement à cet auteur des découvertes réalisées depuis longtemps, et nous ne craignons pas d'affirmer que les arguments fondamentaux du transformisme, c'est-à-dire les arguments basés sur l'*anatomie*, la *paléontologie*, et l'*embryologie*, se retrouvent dans la *Philosophie anatomique* de Geoffroy et dans la *Philosophie zoologique* de Lamarck.

Sans être matérialiste, Geoffroy devint cependant le vulgarisateur de la nouvelle philosophie scientifique.

En combattant la doctrine des causes finales, en soutenant que l'organe engendre la fonction et n'est pas créé pour elle, que la modification de structure de l'organe entraine nécessairement la modification de la fonction, en un mot, en prétendant que les harmonies des êtres s'acquièrent et ne sont pas fixées dès le début, il formulait nettement la théorie des transformistes

modernes. On le voit, il y a cinquante ans, le transformisme se présentait sous un jour peut-être plus séduisant qu'aujourd'hui, car la critique expérimentale n'avait pas encore ébranlé des objections fondamentales de la doctrine de l'évolution, et l'on comprend comment des savants aussi distingués que M. d'Omalius d'Halloy se soient rangés résolument sous la bannière du transformisme en présence des révélations inattendues de la paléontologie ; c'était l'époque où florissait en Allemagne la philosophie du panthéisme naturaliste, la doctrine du *régulier devenir* ressuscité par Schelling et Hégel.

Les *philosophes de la nature* admettaient *à priori*, comme un dogme, la variabilité infinie de l'espèce. Gœthe, Oken, Carus, Steffens embrassèrent la cause du transformisme et la plaidèrent avec beaucoup de hardiesse et d'enthousiasme. Le grand poète avait fait sous l'empire de ces idées une découverte mémorable : il démontra que les divers organes de la fleur, sépales, pétales, étamines et pistils, sont de simples modifications de la feuille ([1]).

De son côté, Étienne Geoffroy Saint-Hilaire soutenait contre Cuvier le fameux débat sur l'*unité de composition* et battait en brèche la doctrine des *quatre embranchements*, fondée sur les différences du système nerveux.

Geoffroy avait compris que le système nerveux ne constitue pas un criterium immuable de classification, parce qu'il se subordonne à l'ensemble des conditions d'existence de l'animal, fait que l'étude approfondie des animaux inférieurs, particulièrement de la classe des *Vers*, devait mettre plus tard en évidence.

Ce fut là son grand mérite, qui excuse, s'il ne les justifie, les exagérations de sa doctrine. La pénétration de son génie le mettait en garde contre le témoignage apparent des faits accumulés par son adversaire.

([1]) Dans sa *Philosophie botanique*, Linné disait déjà « que les fleurs et les feuilles » ont la même origine, et que le périanthe est formé par la réunion de feuilles rudimen- » taires.

» Une végétation luxuriante détruit les fleurs et les transforme en feuilles; une végé- » tation pauvre, en modifiant les feuilles, les transforme en fleurs. »

L'unité de la vie dans les deux règnes, si clairement établie par les révélations de l'histologie moderne et de la physiologie comparée, échappait encore à l'observation. La notion du *protoplasme* et de l'évolution cellulaire ne devait être définitivement acquise à la science que quarante ans plus tard, ce qui explique comment un illustre naturaliste belge a pu écrire en 1860, « que les éléments qui composent la matière vivante sont essentiellement variables, que l'unité n'existe nulle part dans la nature, et que ce n'est pas par le développement successif d'un plan unique que la nature est arrivée à la création du règne animal. »

Aristote avait mieux dit : « La nature passe d'un genre à l'autre et d'une espèce à l'autre par des gradations insensibles, et depuis l'homme jusqu'aux êtres les plus imperceptibles toutes ses productions semblent se tenir par une liaison continue. »

II

L'unité de la vie dans les deux règnes ; le protoplasme et l'œuf. L'évolution dans *le temps*. Contributions de l'astronomie à la géologie et à l'histoire de la vie. Les espèces disjointes. Évolution parallèle et déterminée de la vie dans les cinq parties du monde. La paléontologie en Amérique. La géographie géologique et la théorie des migrations Les quatre types d'évolution embryonnaire, von Baer, Oken, Owen. La généalogie du cheval et des carnassiers, du chameau, de l'éléphant, du rhinocéros, des édentés et du singe. Branchies, poumons et vessie natatoire. Le passage des invertébrés aux vertébrés. L'amphioxus et les vers. Haeckel et le règne des protistes ; l'ontogénie et la phyllogénie. Les organes rudimentaires. Les espèces de transition. Les colonies animales. Théorie de M. Perrier. Les intermédiaires vivants ; les formes parasitaires dégénérées.

Tous les phénomènes fondamentaux de la vie des plantes et des animaux ont été ramenés aux propriétés d'un même agent que le naturaliste Huxley a parfaitement appelé la *base de la vie*. Seul il construit les cellules, qui constituent la trame des organes des plantes et des animaux.

D'une composition fondamentalement identique, le *protoplasme* fabrique à lui seul tous les produits de la vie et détermine toutes ses fonctions.

Doué de sensibilité et de mouvement, il construit les édifices organisés que l'on appelle des *espèces*, en se multipliant et en se différenciant de plus en plus à mesure qu'il s'élève dans l'échelle de l'organisation, depuis les êtres monocellulaires ou amorphes, tels que les *Amibes* qui peuplent le fond des mers, jusqu'aux animaux supérieurs et à l'homme.

Rien de plus merveilleux, de plus simple et de plus grandiose que cette nouvelle conception de l'origine de la vie, qui repose sur l'observation la plus rigoureuse. La loi de la division du travail et de l'évolution progressive se réalise sous les yeux du naturaliste qui observe la prolifération cellulaire dans le développement d'un organisme. Il ne tarde pas à se convaincre que les êtres supérieurs ne sont que des agrégations, des *républiques* d'individualités cellulaires plus ou moins indépendantes, associées en vue d'une même fin. « La cellule végétale n'est qu'un amibe ou un rhizopode captif, » dit M. J.-B. Carnoy (¹); on peut en dire autant de la cellule animale qui forme les tissus.

Si l'on examine l'embryon d'un animal de minute en minute, on ne voit aucun changement, et cependant l'anatomie démontre qu'il suffit de quelques mois pour le faire sortir d'une cellule unique. Est-il donc si invraisemblable qu'en un nombre inconnu de siècles, une cellule ait pu donner naissance à la série des êtres? Telle est la question que se posent les partisans du transformisme. La paléontologie, qui nous montre tant de gradations entre des genres, des familles et des classes aujourd'hui entièrement séparées, ne prouverait-elle pas que les organismes actuels résultent de races antécédentes progressivement modifiées?

De ce que l'espèce ne se modifie sous nos yeux que dans certaines limites, nous ne sommes autorisés à rien conclure, pas plus que nous ne pouvons nier le mouvement d'une montre dont nous ne voyons pas marcher les aiguilles. En effet, la géologie prouve que notre période historique n'est qu'une quantité négligeable dans le calcul de la durée des périodes d'évolution de la terre.

(¹) *Manuel de microscopie*. Louvain, 1879.

Les innombrables assises qui constituent les feuillets de l'histoire de la création ont dû exiger pour se former un temps inimaginable, comparable dans son immensité à celle de l'espace. Les couches géologiques se constituent de nombreuses séries d'étages, dont plusieurs ont plus de 100 mètres d'épaisseur et se sont formées par le dépôt lent, dans le fond de la mer, de minuscules carapaces d'infusoires et de diatomées en suspension dans l'eau. Les vastes bancs de craie de l'époque secondaire sont dans ce cas ([1]), ainsi que les montagnes de tripoli.

La période houillère qui a précédé ces formations nous présente des étages où l'on compte plusieurs séries de forêts superposées, c'est-à-dire, formées les unes sur les autres, tandis que les vastes bancs de calcaires carbonifère et dévoniens sous-jacents résultent en grande partie du travail combiné des polypiers et des foraminifères. C'est en se pénétrant, pendant ses voyages en Amérique, de cette durée presque infinie que Darwin conçut l'idée de son système, dont un très grand nombre de personnes ne comprennent pas la véritable portée parce qu'elles n'apprécient pas la puissance du facteur principal sur lequel il s'appuie, le *temps*.

Indépendamment du refroidissement du globe et du déplacement lent des terres et des mers, il est des phénomènes astronomiques qui, comme la précession des équinoxes et les variations de l'excentricité de l'orbite terrestre, contribuent à modifier singulièrement les milieux et déterminent périodiquement des destructions et des migrations de faunes et de flores entières.

On retrouve des traces des périodes glaciaires que ces phénomènes ont engendrés tour à tour dans les deux hémisphères, depuis l'étage miocène jusqu'au terrain dévonien, c'est-à dire jusqu'aux âges les plus reculés. D'après le R. P. Carbonnelle, les faunes différentes retrouvées dans les couches superposées des cavernes quaternaires pourraient correspondre aux différentes

---

([1]) Les observations des naturalistes anglais ont montré quels temps immenses il faut à ces organismes pour former quelques mètres de craie. — Voir REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES (tome III, p. 508). *Les Organismes micrcscopiques de l'Océan*, par le R. P. Renard.

phases d'une évolution astronomique qui nous permettraient d'évaluer leur âge et leur durée avec une rigueur mathématique ([1]).

Cette manière de voir a été confirmée depuis par un savant français, M. A. Dassier ([2]), qui affirme que la périodicité des grands hivers circumpolaires a mis entre nos mains un instrument à l'aide duquel nous pouvons supputer avec précision l'ancienneté des diverses assises géologiques. Le dernier grand hiver boréal ayant eu lieu 9 250 années avant J.-C., il en résulte que le diluvien quaternaire, provenant de l'époque glaciaire précédente et rapporté par Cuvier et Buckland au déluge mosaïque, remonterait déjà à une très haute antiquité, puisque ces époques sont séparées par des périodes de 21 000 ans.

Ces phénomènes cosmiques nous apporteraient, en pareil cas, la solution du problème de la distribution géographique des êtres; les botanistes et les zoologues avaient été frappés depuis longtemps de l'analogie et même de la similitude de certains genres et de certaines espèces alpines et boréales, polaires et australiennes ou néo-zélandaises, européennes et américaines, etc. Ces aires de dispersion disjointes représentent un ensemble morcelé par les révolutions cosmiques ([3]).

Les régions polaires ont joui pendant certaines périodes d'un climat tellement tempéré que des plantes et des animaux dont on retrouve aujourd'hui les congénères vivant dans les pays chauds ont pu y prospérer. Les recherches des savants modernes démontrent que le pôle nord en particulier, étant relié aux continents de l'hémisphère boréal, a dû constituer un centre d'où la vie rayonna dans tous les sens aux premières époques de la terre. Ainsi se trouve expliqué le parallélisme si frappant entre les flores et les faunes fossiles des différents étages géologiques dans les cinq parties du monde, qui, tout en offrant chacune des types d'organisation particuliers se conservant et

(1) *Annales de la Société scientifique*, 1re année, pp. 126 et 323.
(2) *Revue scientifique*, 1879, 26 juillet.
(3) DARWIN, *Origine des espèces*, 6e édition, p. 403.

se perfectionnant à travers les âges, présentent une analogie de formes étonnante.

Il suffit de comparer pour s'en convaincre les fossiles décrits dans ces derniers temps par les naturalistes américains. La différenciation peu accentuée entre les coquilles et les poissons hétérocerques des deux hémisphères dans les premiers âges (silurien carbonifère) ([1]) s'accentue à l'époque mésozoïque, où l'on voit surgir en Europe comme en Amérique, précisément aux mêmes époques et dans les mêmes terrains, ces types ambigus et ces formes gigantesques de reptiles amphibies, comme les plésiosauriens et les ichtyosauriens, comme les iguanodons et autres reptiles coureurs, grimpeurs ou aériens, comme les ptérodactyles et les archæopterix. Les dinosauriens et les mosasaures (*sauriens de Meuse*) ont atteint en Amérique un énorme développement, tant sous le rapport de la variété des formes que de la taille. Les mosasaures, ces anciens *serpents de mer*, dit M. Marsh, atteignaient plus de 60 pieds de longueur. Ils abondaient dans la craie méditerranéenne dont les montagnes Rocheuses commençaient à émerger, ainsi que d'énormes tortues marines et des plésiosauriens monstrueux d'un type spécial.

Les ptérodactyles ou lézards volants étaient de véritables dragons différant essentiellement des petites espèces trouvées en Europe, surtout par l'*absence de dents*, ce qui les rapproche des oiseaux modernes. Les dinosauriens étaient aussi de très grande taille et se rapprochaient, comme ceux d'Europe, par des affinités évidentes, des oiseaux. Ces derniers, qui n'apparaissent pas en Amérique avant la période crétacée, sont représentés par des formes de transition concluantes dans la craie du Kansas; les types différaient déjà l'un de l'autre plus que les oiseaux de nos jours ne diffèrent entre eux, ce qui prouve, dit M. Marsh, que le début de l'histoire de cette classe doit être cherché dans un passé très éloigné.

([1]) JAMES HALL, *State geologist of New York* (PALEONTOLOGY OF THE STATE OF NEW YORK, part. II, vol. V. 1879.)

Congrès de Nashville : discours de M. Marsh, président de l'Association américaine pour l'avancement des sciences, 1878. — *Introduction et succession des vertébrés en Amérique*.

Plus tard, aux époques tertiaires, apparaissent en Amérique comme en Europe, les mastodontes, précurseurs des éléphants, aujourd'hui disparus de part et d'autre pour se réfugier en Afrique et en Asie, et les hipparions, précurseurs des chevaux, qui furent précédés eux-mêmes par ces *pachydermes à doigts pairs ou impairs*, souche probable de tous nos grands animaux domestiques. (*Périssodactyles* et *artiodactyles.*)

Partout des classes, des ordres, des familles, des genres et des espèces analogues, mais rarement identiques, ce qui semble établir, sinon une parenté directe, du moins une communauté d'origine très reculée et un parallélisme singulier dans la force évolutive.

Le même phénomène se constate dans les îles voisines des continents ou séparées par des mers profondes.

Partout où la géologie révèle une séparation déjà ancienne, les espèces sont d'autant plus différenciées de la région voisine que la séparation des terres paraît plus ancienne et que les relations par les courants marins ou les vents ont été moins faciles. C'est ce que M. Wallace, le précurseur chrétien du darwinisme, a parfaitement établi pour les îles de l'archipel Malais (1) où il a si longtemps séjourné, et ce que Darwin a confirmé pour les îles voisines du continent américain, notamment pour l'archipel des Galapagos; mais l'analogie disparaîtrait partout où la séparation des îles semble remonter à une époque très ancienne et, par suite, où l'immigration n'a pas été possible.

On ne trouve, par exemple, aucun mammifère terrestre dans les îles du Grand Océan, dont l'existence remonte cependant à l'époque tertiaire ; ce qui fait croire que ces îles ont été isolées avant l'apparition de la classe supérieure du règne animal (2). Dans les régions les plus chaudes de la terre, dont la flore n'offre souvent aucune ressemblance avec la nôtre, on retrouve sur les montagnes des plantes identiques ou analogues à celles d'Europe.

---

(1) WALLACE, *la Sélection naturelle; l'Archipel Malais.*
BATHES, *Archives des sciences physiques et natur.*, 1863.
(2) DARWIN, *l'Origine des espèces*, 6e édition, p. 419.

Ce phénomène curieux s'expliquerait par le refroidissement du globe aux époques glaciaires; les plantes du Nord auraient émigré vers le Sud, puis, au retour de la chaleur, elles se seraient retirées dans les montagnes, ne pouvant plus subsister dans les plaines.

L'Australie, centre de création des plus isolés quand on considère ses Mammifères, et la Nouvelle-Zélande, qui présente la même originalité dans le groupe de ses oiseaux, se rapprochent singulièrement par la ressemblance des insectes, ressemblance qui leur est commune avec la Nouvelle-Guinée.

L'analogie de certaines classes d'animaux et de plantes les rattache, d'autre part, à des archipels plus éloignés encore, tels que les îles Célèbes, Moluques et Salomon.

Une foule d'autres bizarreries zoologiques trouvent dans la théorie des *migrations*, fondée sur le déplacement de l'axe terrestre, les oscillations des terres et des mers, l'hérédité et l'adaptation aux milieux nouveaux, des interprétations ingénieuses et plus ou moins vraisemblables.

Si l'on rapproche de ces arguments la loi du balancement des organes, l'existence des organes rudimentaires et la reproduction dans l'image embryonnaire des caractères propres aux groupes inférieurs de l'embranchement, on ne peut nier qu'à première vue il n'y ait là des apparences très favorables à la théorie de l'évolution.

Cette reproduction, considérée comme imaginaire par beaucoup de personnes étrangères à l'embryologie, est un fait indéniable.

C'est l'illustre Von Baer qui découvrit l'histoire du développement des animaux en étudiant l'embryologie comparée. Il ramena toute la série animale à quatre types d'évolution qui correspondaient précisément aux quatre embranchements de Cuvier fondés sur l'anatomie comparée du système nerveux :

L'*évolution bigéminée* (vertébrés) ou type à double symétrie, l'*évolution géminée* (articulés), l'*évolution contournée* (mollusques) et l'*évolution radiée* (rayonnés) où le développement se fait autour d'un centre et produit des parties identiques dans un

ordre rayonnant sur un plan transversal (1). Von Baer et Cuvier proclamaient à l'unisson la distinction radicale de ces quatre types dont l'évolution diffère à partir de l'œuf. Mais Von Baer reconnut que la série des formes embryonnaires est la même pour toutes les espèces d'un même type et que les espèces les plus élevées rappellent dans les stades de leur évolution les formes inférieures de la série. Von Baer alla plus loin et convint que la théorie des transformations progressives est fondée pour chacun de ces types. Ce fut la seule concession accordée à l'école des philosophes de la nature qui soutenait depuis le commencement du siècle l'unité du plan et la gradation ininterrompue des formes; de telle sorte que l'embryon d'un vertébré devait correspondre successivement à l'*organisation* d'un infusoire, d'un polype, d'un mollusque, d'un poisson, d'un amphibie, d'un reptile, etc.

Cette doctrine tirait d'ailleurs une force nouvelle des documents fournis par Cuvier à l'anatomie comparée; bon gré mal gré, il fallait reconnaître que les animaux supérieurs rappelaient successivement les structures et les fonctions les plus caractéristiques de l'appareil digestif, circulatoire et respiratoire de la série animale : l'histoire de la vie dans l'espace rappelle l'histoire de la vie dans le temps, et l'évolution embryonnaire est une répétition sommaire de l'évolution de la classe, sinon du règne tout entier.

Laurenz Oken affirmait déjà en 1809 l'existence d'une matière colloïde primitive, sorte d'albumine plastique, mère de la vie et des organismes, qui correspond à l'idée qu'on se fait aujourd'hui du protoplasme.

Il affirmait que les animaux les plus inférieurs ne sont que des *vésicules* isolées de cette matière qui constitue par ses agrégations diverses toutes les plantes et les animaux. C'était l'idée de la

---

(1) Cette classification, si séduisante par sa simplicité et sa concordance, a donné lieu à des subdivisions déterminées par des découvertes subséquentes. Ainsi les *Articulés* sont divisés en deux groupes : les *Vers* et les *Arthropodes*. Les rayonnés en trois : les *Cœlentérés*, les *Échinodermes* et les *Protozoaires*. Beaucoup de naturalistes séparent aussi les *Tuniciers* des *Mollusques*.

théorie cellulaire moderne, démontrée trente ans après par Schleiden et Schwann.

Ces vues de génie furent traitées de visions et d'utopie par les plus grands naturalistes de ce temps-là, ce qui démontre que l'expérience d'aujourd'hui n'est point celle de demain, et que l'esprit philosophique, même les conceptions *à priori*, ne doivent pas être bannis du domaine scientifique où l'imagination ouvre à chaque instant des voies nouvelles, inaperçues et inaccessibles aux esprits terre à terre.

Un disciple de Cuvier dont les Anglais opposent volontiers les découvertes à celles du maître, Richard Owen, s'assimila les idées de Lamarck en menant de front l'étude de la paléontologie, de l'anatomie et de l'embryologie comparée. Ses recherches originales devaient fournir à Darwin les arguments les plus solides pour étayer sa doctrine. Ainsi Cuvier regardait les ruminants et les pachydermes comme deux ordres tout à fait distincts. Owen découvrit tant de formes fossiles intermédiaires qu'il fallut remanier toute la classification et placer même quelques pachydermes avec les ruminants dans un même sous-ordre. Il fit disparaître, dit Darwin, par de très fines gradations, les énormes différences qui existent en apparence entre le cheval et le chameau. Cuvier, avait demandé notamment pourquoi on ne trouvait pas d'intermédiaires entre les *paléothérium* et les espèces qu'on prétendait y rattacher; or, ces formes de transition ont été découvertes, en ce sens qu'entre le genre cheval et le groupe paléothérium sont venus se placer bientôt plus de trente genres nouveaux qui ont vécu incontestablement à des époques intermédiaires. De plus, Huxley constate que l'*hipparion*, dont on a retrouvé les débris en quantité prodigieuse, a été sujet à des variations considérables, comme il ressort des découvertes de M. Gaudry, à Athènes, et du Geological Survey, en Amérique. Huxley n'hésite pas à déduire l'instabilité de l'espèce de ces documents paléontologiques.

L'ordre des carnassiers est représenté de nos jours par six types principaux complètement isolés, par la forme et le nombre de dents, la conformation des pieds et des ongles, les *Chiens*, les *Chats*, les *Martres*, les *Civettes*, les *Hyènes* et les *Ours*. Or l'on

retrouve à côté d'eux, pendant les âges tertiaires, une foule de genres éteints qui remplissent tous les intervalles qui les séparent. La variabilité de ces carnassiers est telle, dit M. Filhol, que l'on compte *dix-sept* races distinctes pour une seule espèce qui établit le passage des Chiens aux Martres, le *Cynodyctes*. Ce qui prouve que les espèces varient à l'état de nature et ont passé de formes ambiguës à des formes de plus en plus différenciées et déterminées.

De même tous les *pieds fourchus*, du sanglier jusqu'au bœuf, se confondent à mesure que l'on remonte dans la série des étages de l'époque tertiaire, et le *Cænotherium* découvert à Saint-Gérand-le-Puy, dans l'Allier, nous montre comment les ruminants herbivores se sont séparés des omnivores par la perte des incisives supérieures et la formation de la barre entre les incisives inférieures et les molaires.

Ainsi l'on voit les *Hipparions* varier dans trois directions différentes, dont une seule, qui réunit les acquisitions isolées chez les deux autres (dents, sabots), subsiste chez le cheval.

En Amérique, les plus anciens représentants du genre cheval découverts dans l'éocène inférieur appartiennent au genre *Eohippus*, de la taille d'un renard. Comme les premiers mammifères, ces ongulés, dit Marsh, avaient quarante-quatre dents et les molaires distinctes des prémolaires. Le cubitus et le péroné entier sont distincts, quatre doigts et un pouce rudimentaire aux membres antérieurs, trois doigts aux pieds de derrière : d'où l'on peut conclure, dit le naturaliste américain, que l'arbre généalogique du cheval est déjà sorti à cette époque des ongulés pachydermes à doigts impairs.

Puis dans l'éocène supérieur apparait le genre l'*Orohippus*, un peu plus grand et très voisin. A la base du miocène, le *Mesohippus*, aussi grand qu'un mouton, a perdu un doigt devant et transformé deux prémolaires en molaires, tandis que le cubitus s'est soudé au radius et que le tibia est incomplet. Dans le miocène supérieur, le *Miohippus* continue la progression et se rapproche de l'*Anchiterium* d'Europe. Le *Protohippus*, qui apparait ensuite dans le pliocène inférieur, a déjà la taille d'un âne et beaucoup

de caractères chevalins. Il a trois doigts à chaque pied, mais le doigt du milieu seul arrive à terre; il se rapproche de nos *Hipparions*. La dernière étape est fournie par le *Pliohippus* qui a perdu ses sabots latéraux et précède immédiatement le cheval, genre *equus*, dans le pliocène supérieur. Les chevaux se répandirent alors dans les deux Amériques pendant l'époque quaternaire et s'éteignirent avec elle; sans doute ils émigrèrent vers l'ancien continent, comme une foule d'autres genres d'où sont sortis les rhinocéros et les tapirs, qui sont les plus anciens types des *Périssodactyles*. M. Marsh admet avec les naturalistes américains que l'Amérique du Nord est le centre d'où sont partis les anciens mammifères pour peupler l'ancien continent par la route d'Asie. Il considère cette hypothèse comme démontrée pour le cheval.

Les *Procaméliens* se caractérisent dès le miocène en Amérique, et forment avec les chevaux la tribu la plus nombreuse du pliocène; ils commencent par la diminution des incisives et la soudure des métatarsiens, pour donner naissance à deux branches vivant encore aujourd'hui dont l'une a peuplé l'ancien monde (Camelus) et l'autre l'Amérique du Sud (Lama).

Les *Mastodontes* apparaissent pour la première fois en Amérique dans le pliocène, de même que les ruminants à cornes creuses (Bison), et se continuent dans le quaternaire où ils sont remplacés par les *Mammouths* à l'ouest des montagnes Rocheuses, et par l'Éléphant à l'est pour s'éteindre, comme les chevaux, à l'époque actuelle.

M. Marsh a constaté la présence, dans l'éocène inférieur et moyen du Nouveau-Mexique et de Wyoming, d'une série très remarquable de mammifères qui rattachent entre eux les carnivores, les ongulés et les rongeurs : les *Tiliodontes*. Le genre type présente le crâne et les pieds d'un ours, les dents molaires des ongulés, les incisives des rongeurs et le squelette ressemble à celui des carnivores. D'autres rappellent beaucoup de caractères des *Édentés* dont il sont peut-être la souche.

Un castor giganteste préludait à l'époque quaternaire à la forme actuelle, comme ces édentés monstrueux qui préludèrent

dans le Nord aux tatous, aux fourmiliers, aux paresseux, et dont les descendants dégénérés peuplent aujourd'hui l'Amérique du Sud. Ces édentés constituent un type essentiellement américain, comme les singes de la famille des sapajous, dont les ancêtres se retrouvent également dans les cavernes à ossements du Brésil.

M. Marsh constate à ce propos qu'on n'a trouvé aucun singe *anthropomorphe* en Amérique, mais par contre l'éocène inférieur du Nouveau-Mexique a livré la forme la plus généralisée des primates que l'on connaisse : le genre *Lemuranus*, à cerveau presque lisse et présentant quarante-quatre dents formant des séries continues de haut en bas.

A ce propos, il importe de rappeler que MM. Gaudry et Filhol considèrent l'*Adapis* tertiaire comme un type de transition entre les pachydermes et les lémuriens, et le *Cœbocherus* ou singe cochon comme une transition plus directe entre les pachydermes et les singes proprement dits.

M. Marsh croit que les *rongeurs* sont originaires du nouveau monde, comme les cochons dont on retrouve, dans les mauvaises terres du Nebraska, des ancêtres *ruminants* qui avaient quarante-quatre dents et quatre doigts à chaque pied. L'Amérique du Nord serait également la patrie des ongulés à doigts impairs vivant encore aujourd'hui (cheval, rhinocéros, tapir). Il constate la ressemblance singulière des rongeurs avec les Proboscidiens. Ainsi les damans actuels de l'Afrique se rattachent au rhinocéros par des affinités indiscutables.

Les carnivores qui apparaissent dans l'éocène présentent, comme en Europe, des formes générales et équivoques établissant des transitions entre les principaux groupes.

Dans un discours présidentiel prononcé à l'*Association britannique pour l'avancement des sciences*, M. A. Thomson a développé et précisé les idées d'Owen et de Gœthe sur l'évolution embryonnaire. « Les découvertes les plus récentes sur le développement et l'anatomie de la tête, dit-il, confirment l'hypothèse qu'elle se compose de parties homologues aux *métamères* vertébraux. Il n'y a peut-être pas dans l'histoire des vertébrés de partie plus intéressante à étudier sous le rapport de la similitude du

plan que celle du développement des régions de la face et du cou, y compris l'appareil des mâchoires et des ouïes. La série de plaques symétriques qui se développent de très bonne heure au-dessous du crâne chez tous les vertébrés et qui engendrent les *ouïes* des poissons et des amphibies se transforme chez les reptiles, les oiseaux et les mammifères en des organes tout différents dont on ne pourrait soupçonner la parenté avec les ouïes, si l'on n'avait observé leur forme embryonnaire primitive.

« La première paire d'ouvertures branchiales forme plus tard le passage de la gorge à l'oreille chez les Vertébrés supérieurs. Ainsi la première paire d'*arches* qui fournissent l'os auquel, chez les poissons, la mâchoire est attachée deviennent, chez les mammifères, le *marteau* de l'oreille. Les autres arches subissent des transformations aussi merveilleuses qui imposent au naturaliste la conviction de la persistance des types et de l'inépuisable variété des changements possibles d'un élément anatomique.

L'homologie de la vessie natatoire et des poumons n'est plus discutable, surtout depuis la découverte des *lepidosiren*, qui relient les amphibies aux poissons et dont les organes respiratoires sont adaptés à la fois à la vie aquatique et terrestre.

« Le poumon et la vessie natatoire, dit très bien Karl Vogt, sont des évolvures de l'intestin, formées par les mêmes couches du blastoderme et revêtues du même épithélium endodermique. Les arcs branchiaux, au contraire, se constituent aux dépens de la paroi entière du corps : l'organe respirant l'eau n'a donc rien de commun avec l'organe respirant l'air. »

M. Thomson termine en insistant sur l'embryologie et l'anatomie comparée du cœur, qui offre un exemple des plus frappants du rapport entre l'*ontogénie* et la *phyllogénie* des Vertébrés. Cet organe, dont toutes les parties sont doubles chez les animaux à sang chaud, ce qui permet l'alternance de la circulation pulmonaire et aortique, passe par une série de dégradations quand on descend l'échelle animale et qu'on remonte exactement la même série pendant l'évolution embryonnaire des animaux supérieurs et de l'homme.

M. A. Thomson insiste sur l'embryogénie de l'*amphioxus*,

« grâce auquel on peut arriver à comprendre les rapports des systèmes nerveux, respiratoire, circulatoire des Vertébrés et des Invertébrés. L'analyse de l'*amphioxus*, confondu longtemps avec les limaces, a suscité de violentes discussions parmi les naturalistes, car il s'agissait d'un type de transition entre les deux grands embranchements du règne animal, les *Vertébrés* et les *Invertébrés*. Tandis qu'il existe des Mollusques, les *Céphalopodes*, possédant un cerveau, un rudiment de crâne, un squelette interne, un système nerveux compliqué et des sens très développés, l'*amphioxus* n'a ni crâne, ni cerveau, ni vertèbres. Il a le sang incolore, le système circulatoire d'un annélide, une respiration ciliaire comme les animaux inférieurs. Mais la persistance de la corde dorsale et la présence de la moelle épinière le rattache évidemment aux Poissons. »

Il en serait de même des *Tuniciers*, que l'on a séparés des *Mollusques* à cause de leur évolution embryonnaire distincte qui se rapproche singulièrement de celle de l'*amphioxus* par la présence de la corde dorsale et des rudiments de la moelle épinière, sauf à subir ensuite une évolution rétrograde, quand l'animal se fixe au fond de la mer.

M. Semper a démontré depuis que cette analogie dans l'évolution embryonnaire peut s'étendre à toute la classe des Vers ainsi qu'aux Articulés, qui possèdent tous une *notocorde* placée entre le système nerveux d'un côté et l'intestin de l'autre ([1]).

M. Semper n'hésite pas à reprendre l'hypothèse tant critiquée de Geoffroy Saint-Hilaire, à savoir que les *Articulés* sont des *Vertébrés* marchant sur le dos, et que ces derniers peuvent être ramenés à un type fondamental semblable à celui des Annélides. Les Vers représenteraient la forme embryonnaire de toute la série des animaux supérieurs.

Il prétend démontrer cette hypothèse que la chaine ventrale et le ganglion sous-œsophagien correspondent à la moelle épinière et au cerveau des Vertébrés, tandis que les nerfs issus de la chaine ganglionnaire représentent les nerfs spinaux.

([1]) Travaux de l'Institut zoologique de Würzbourg.

Les recherches de MM. Semper et de Barfour sur l'embryologie des requins, dit M. Perrier, professeur au Muséum de Paris, ont indiqué la vraie solution; car on peut aujourd'hui considérer comme acquis que les Vertébrés sont, eux aussi, des animaux annelés, dont les vertèbres sont comme les derniers restes de l'annulation primitive. La différence du type entre les Annelés et les Vertébrés résulterait simplement d'un transfert de la bouche à la région opposée à celle qu'occupe le système nerveux, transfert dont la cause première est peut-être dans la précocité des masses nerveuses centrales et dans leur volume relativement considérable.

La position des organes segmentaires, l'existence de la notocorde, le développement et la structure du système circulatoire, confirmeraient cette manière de voir qui s'appuie principalement sur l'évolution doublement symétrique des Annélides, des Articulés et des Vertébrés et sur l'opposition de la région anale et céphalique dans l'évolution embryonnaire des Vers.

M. Haeckel, professeur à l'Université d'Iéna, s'est emparé de toutes ces données pour en faire un corps de doctrine complet et rétablir la généalogie idéale de toute l'échelle, en se basant sur les données de la paléontologie, de l'embryologie, de l'anatomie générale comparée. Particulièrement versé dans l'étude des animaux inférieurs, il a montré comment l'œuf de tous les animaux, qui n'est au début qu'une masse de protoplasme, se différencie de façon à engendrer d'abord des formes dont les analogues ou les correspondantes existent à l'état libre ou spécifique. Il fait de ces organismes un *règne* à part, celui des *Protistes*, intermédiaire entre les deux autres, et dont ces derniers seraient sortis.

Ainsi : 1° le protoplasme sans noyau correspondrait aux *monères*; 2° le protoplasme nucléé de l'œuf aux *amibes* animales; 3° la *morula* de l'œuf aux amibes agrégées; 4° la *planula* aux protozoaires ciliés sans bouche, composés de deux genres de cellules comme les *Catalactes*; 5° enfin les protozoaires polycellulaires avec intestin et bouche correspondraient au cinquième stade évolutif de l'œuf qu'il nomme la *gastrula*. Alors la paroi intestinale est composée de deux feuillets, l'*exoderme* externe

cilié et l'*endoderme*. Ces cinq stades se reproduisent chez tous les animaux depuis le polype jusqu'à l'homme. Le double sac qui forme la *gastrula* se retrouve à l'état libre chez les éponges pendant la période larvaire : ce n'est qu'un estomac à double paroi pourvu d'une seule ouverture; Haeckel a retrouvé cette forme larvaire plus ou moins développée chez presque tous les animaux inférieurs jusqu'aux *Ascidies* et à l'*amphioxus*.

En effet, la première forme que revêtent les Mollusques n'est autre que la forme de *trochosphère*, d'où sortent tous les Vers annelés. Cette *trochosphère*, petite sphère ciliée, s'entoure d'un étui solide chez les Mollusques et s'allonge d'ordinaire en tube enroulé en spirale.

Chez les Vertébrés le blastoderme ne serait autre chose que la *gastrula* dont l'évolution est devenue interne.

C'est précisément sur cet embryon cilié libre que M. Van Beneden s'est fondé en partie pour réunir l'embranchement des *Vers* et des *Radiés* à celui des *Mollusques* sous le nom de MOLLUSCO-RADIÉS. (*Vermes* de Linné.)

Ainsi le savant naturaliste belge fut le premier à porter la main sur l'édifice, soi-disant inébranlable, élevé par Von Baer et Cuvier à la doctrine de la pluralité des plans. Quoique partisan de l'immutabilité de l'espèce, il fut, après Linné, le précurseur de ceux qui tentèrent plus tard de jeter un pont entre les autres embranchements.

Après le fractionnement complet du jaune de l'œuf d'un ver, d'un échinoderme, d'un polype, d'un mollusque gastéropode ou acéphale, le blastoderme se forme et s'organise toujours tout autour du vitellus. Ce blastoderme se recouvre de cils vibratiles et produit un être libre qui nage comme l'infusoire dont il présente l'aspect.

De la cellule ovulaire amibe, unicellulaire, à la *planula* ou larve munie de cils, de la planula à la gastrula à double feuillet, les embryons passent tous, suivant M. Haeckel, à l'état vermiforme et acéphale, et de ce dernier aux formes embryonnaires plus élevées rappelant l'organisation d'un poisson, d'un reptile, etc. La série des formes embryonnaires d'un œuf de poule nous donnerait ainsi la liste esquissée de ses ancêtres réels.

« C'est bien le même ordre dans lequel l'histoire paléontologique de la terre nous montre la production successive des différentes formes animales : les Poissons d'abord, puis les Amphibies, puis les Mammifères inférieurs, et enfin les Mammifères supérieurs.

» N'est-il pas étrange que tous les animaux vertébrés des classes les plus diverses ne puissent, dans les premiers temps de leur développement embryonnaire, être distingués les uns des autres, et que même, tandis que beaucoup de Reptiles et les Oiseaux se séparent nettement des Mammifères, l'homme et le chien soient encore à peu près identiques?

» Le développement de l'individu est plus difficile à expliquer que celui de l'espèce, car il n'a pour se réaliser qu'un temps infiniment plus court. Enfin, l'anatomie comparée nous prouve, dit-il, que les Poissons, les Amphibies et les Mammifères de l'ordre inférieur sont avec l'homme dans les mêmes rapports qu'au point de vue embryonnaire et paléontologique. Quand des organismes dont l'extérieur est très différent se ressemblent par la construction intérieure, on peut conclure que cette ressemblance a son principe dans l'*hérédité,* tandis que les différences proviennent de l'*adaptation au milieu.*

» Si dans des membres conformés pour voler, courir, sauter, grimper, creuser et nager, on retrouve les mêmes os, en même nombre, à la même place, agencés de la même manière, ne serat-on pas forcé d'admettre la parenté organique? Or *ce triple parallélisme du développement individuel, du développement paléontologique et du développement systématique,* s'explique complètement par la théorie du transformisme, tandis que les adversaires de la théorie de l'évolution ne peuvent en rendre raison d'une manière naturelle et philosophique.

» L'embryologie est un abrégé de la paléontologie avec les lois de l'hérédité pour condition. Cette *hérédité* explique les ressemblances, tandis que l'*adaptation* aux diverses conditions d'existence explique les *différences.*

» Nous comprenons par elle la raison d'être de ces organes rudimentaires si remarquables, de ces yeux qui ne voient pas,

de ces ailes qui ne volent pas, de ces muscles qui ne se contractent pas, de ces organes floraux qui avortent, enfin de toutes ces parties inutiles que l'on retrouve chez tous les organismes supérieurs. »

On a trouvé des exemples d'organismes merveilleusement développés ne servant à rien : « Les yeux de la taupe aveugle sont avant la naissance aussi parfaits que ceux de la souris, jusqu'à ce que l'ouverture du crâne se referme et les sépare du cerveau ; alors ils se dessèchent et deviennent inutiles. » (Clifford.)

Les dents qui occupent la mâchoire supérieure du veau avant la naissance ne percent jamais la gencive ; chez les Mammifères, les mâles possèdent toujours des rudiments de mamelles. L'homme ne fait pas exception et l'on peut citer chez lui plusieurs organes rudimentaires ou avortés, tels que les muscles qui servent à faire mouvoir la queue et le pavillon de l'oreille chez les animaux, la glande thyroïde qui semble un reste des branchies du fœtus, etc.

Les élytres de nombreux insectes coléoptères paralysent, en se soudant, l'usage des ailes qu'elles abritent : sur cinq cent cinquante espèces de Coléoptères habitant l'île Madère, il y en a deux cents dont les ailes sont trop imparfaites pour qu'elles puissent voler. Beaucoup de femelles de papillons ont des moignons d'ailes dont elles ne peuvent se servir.

« Depuis que le système naturel des organismes est regardé comme l'expression de leur arbre généalogique, conclut M. Haeckel avec raison, la systématique, si sèche dans ses descriptions, a fait place à l'histoire plus vivante. »

Dans sa *Monographie des éponges calcaires*, M. Haeckel insiste beaucoup sur le fait de l'indétermination de l'espèce chez les animaux inférieurs dont les formes s'écartent considérablement. Carpenter est du même avis au sujet des Foraminifères dont il a vu les formes, rangées par les naturalistes en genre et en espèces, dériver les unes des autres.

Il en conclut qu'il existe encore aujourd'hui des classes entières d'organismes qui n'ont pas encore trouvé cet état de

repos relatif dont nous avons tiré la notion d'espèce. La preuve de cette variation des formes dans le cours du temps se trouverait dans les coquilles, telles que le *planorbis multiformis* observé dans le calcaire d'eau douce en Wurtemberg. Ce dépôt tertiaire est caractérisé par quarante couches, et dans chacune d'elles prédomine une variété reliée à celle qui précède ou qui suit par toutes les formes intermédiaires : ainsi l'on peut rattacher aisément les formes les plus éloignées et saisir en quelque sorte sur le fait l'évolution graduelle ([1]). De même les études de Wagen, Zittel, Neumayer, Wurtemberger ont démontré l'impossibilité de partager les *ammonites* en espèces, parce qu'elles sont reliées entre elles par toutes sortes de formes intermédiaires depuis l'époque jurassique jusqu'à la craie.

M. Haeckel affirme que les ZOOPHYTES, dont les fonctions de digestion, de circulation, de respiration et d'excrétion s'exercent par un seul organe, sont sortis directement dans les temps primitifs d'une simple gastrée. Les *Vers* constitueraient la racine d'où seraient sortis les autres animaux ; il considère les *étoiles de mer* comme la racine des Échinodermes, et il voit dans chaque individu le produit de la soudure de plusieurs Vers. Aussi les *Tuniciers* du genre *Botryllides* vivent réunis par leur extrémité postérieure et présentent un cloaque commun. Cette disposition à la soudure des individus est indéniable chez les animaux inférieurs.

A mesure que les progrès de la zoologie et de l'embryologie révélèrent l'histoire de la structure et du développement de ces êtres, on découvrit d'abord que certains polypes et certains Vers ne sont pas des êtres simples, mais de véritables colonies d'individus, remplissant chacun le rôle d'un organe et affectant par là même les aspects les plus divers. Ces colonies se composent d'individus mangeurs, de nageurs, de reproducteurs, doués chacun de formes appropriées à leur fonction et présentant dans leur ensemble l'apparence d'un animal unique. Les *siphonophores*,

---

([1]) HILGENDORF, *Ueber planorbis multiformis, etc.* (MONATSBERICHT DER BERLINER ACADEMIE, 1866).

par exemple, qui présentent l'aspect d'une ***Méduse,*** sont formées de colonies d'individus dont les uns jouent le rôle de *flotteur*, les autres, munis de poils urticants, de *défenseurs*, d'autres de *mangeurs* ou de *reproducteurs*.

Ainsi s'accentue, par une admirable adaptation, dès les échelons inférieurs de l'échelle des êtres, la division du travail et le progrès de l'organisation.

La Méduse, appartenant à la famille des Acalèphes, subit des métamorphoses qui présentent d'abord le type de la *classe* des Infusoires et ensuite celui des Polypes groupés dans un autre *embranchement*.

Le faux polype produit par bourgeonnement un nombre indéterminé d'individus sans sexe. Quelques-uns de ces individus se fractionnent, et chacun de ces fragments se métamorphose en une Méduse véritable et sexuée, mais la plupart des bourgeons ne se transforment pas et restent polypes toute leur vie. Ainsi donc un seul œuf donne naissance, par voie de bourgeonnement, à une foule d'individus, dont les uns ne dépassent pas la forme embryonnaire, et dont les autres engendrent, en se fractionnant, des individus à l'état parfait.

Ces phénomènes de *génération alternante* et de *polymorphisme* que l'on retrouve chez les Insectes et dans le règne végétal ne seraient autre chose que les étapes parcourues par l'organisme et permettraient de rétablir la généalogie de l'espèce.

C'est ainsi que la chenille indiquerait la souche des Vers articulés, dont l'insecte dérive, comme le têtard de la grenouille indique la souche des Reptiles.

Les *Arthropodes*, caractérisés par des pattes articulées, comprennent les *Crustacés* et les *Insectes*. Les premiers dérivèrent tous, suivant M. Haeckel, de la forme *nauplius* qui caractérise leur état larvaire et qu'on retrouve isolée et vivante chez l'animal de ce nom ; il est formé d'un simple disque possédant trois paires de pattes et muni d'un seul œil au-dessus de la bouche. Les Insectes dériveraient d'une transformation des nauplius en une autre larve la *zoea* qui a donné naissance aux *Malacostracés*.

M. Perrier, du Muséum de Paris, a tiré un meilleur parti que M. Haeckel, au point de vue du transformisme et de la morphologie des organismes, de ces récentes conquêtes de la zoologie.

Qu'il nous soit permis de reproduire ici une page de son cours, qui synthétise admirablement ses idées (1).

---

(1) Ce n'est point là une simple vue de l'esprit. Chez les végétaux, Gœthe a depuis longtemps démontré que les feuilles, en se rapprochant, en se modifiant, en se groupant d'une façon particulière, constituaient cet admirable appareil de fructification que l'on nomme *fleur*. De même dans les colonies de Polypes hydraires, un certain nombre d'individus modifiés se groupent pour constituer un appareil de fructification non moins admirable. Mais, ici, cet appareil se détache assez souvent, après s'être constitué; il peut nager librement dans le liquide ambiant; c'est alors un animal parfait dont les naturalistes ont longtemps ignoré la parenté avec les Hydres, une de ces élégantes et gracieuses Méduses, à l'ombrelle transparente, qui abondent dans toutes les mers.

Ceci est un point important.

Les Méduses, et je pourrais ajouter les Polypes coralliaires, nous prouvent que ce que nous appelons un *animal* peut résulter de l'association intime de plusieurs animaux moins complexes. Les colonies des Polypes hydraires se chargent de nous en fournir une autre démonstration plus complète. En général, l'individu qui fonde leurs colonies, après avoir nagé quelque temps, se fixe sur le sol, de sorte que la colonie est condamnée à l'immobilité. Dans ce cas, la solidarité entre les individus n'est jamais bien étroite. Mais il arrive aussi que l'individu fondateur de la colonie demeure libre et la colonie forme alors les guirlandes flottantes des Siphonophores qui se comportent comme autant d'animaux et sont, en réalité, de véritables animaux, bien que chacun d'eux soit composé d'un nombre, souvent immense, de Méduses et de Polypes hydraires diversement modifiés.

Que le premier individu d'une colonie demeure flottant ou se fixe, ses bourgeons pourront se développer dans les directions les plus variées, de sorte que la colonie pourra s'étendre dans tous les sens ou tout au moins se développer en surface. S'il se produit en elle un groupement d'individus, soit sur un axe, soit autour d'un centre, et que ce groupe s'individualise, l'animal qui en résultera appartiendra nécessairement au type rayonné. Or il n'existe pas un animal rayonné que nous ne soyons autorisé à considérer, par les circonstances de son développement, comme formé dans ces conditions. Le type rayonné est donc dû exclusivement à ce fait que l'individu simple, d'où sont descendus les animaux appartenant à ce type, se fixait au sol ou demeurait flottant dans le liquide ambiant.

Supposons, au contraire, que l'individu fondateur de la colonie, trop lourd pour flotter, conserve cependant sa liberté. Il tombera au fond des eaux; ses tissus cédant à l'action de la pesanteur, son corps devra s'aplatir; sa bouche devra se tourner vers le sol pour y chercher sa nourriture; l'animal aura donc une face dorsale et une face ventrale; en raison des nécessités de la recherche de la nourriture, la progression ne pourra se faire que dans la direction de la bouche; il y aura donc un côté antérieur, un côté postérieur et par conséquent un côté droit et un côté gauche : un animal à symétrie bilatérale succédera par ce simple fait à un animal sphéroïdal. Ce changement ne pourra manquer d'affecter considérablement le mode de formation des bourgeons. Il est évident que la progression de l'animal serait singulièrement compromise par la formation de bourgeons antérieurs, de bourgeons latéraux ou de bourgeons ventraux; quant aux bourgeons dor-

Les explorations sous-marines ont apporté dans ces dernières années de riches tribus à la zoologie des Invertébrés. On a constaté partout la présence de la vie sous des formes rudimentaires (Protozoaires) ou paradoxales dans les mers profondes. L'absence de lumière et le défaut d'air respirable, combinés avec les hautes pressions, ont déterminé des séries de dégénérescences organiques des plus imprévues chez des formes déjà élevées telles que les Crustacés.

La faculté qu'acquiert le protoplasme d'engendrer souvent une vive lumière pour éclairer ces abîmes est des plus remarquables. Ainsi le sarcosome des gorgoniens produit une véritable pluie de feu quand on l'agite. Tous les zoologistes ont été frappés par les nombreux types de transition que ces faunes nouvelles

---

seaux, la pesanteur qui aplatit l'animal s'oppose à elle seule à leur formation; il ne pourra donc se produire que des bourgeons postérieurs : les nouveaux individus se disposeront bout à bout, de manière à former une *colonie linéaire.*

Le même raisonnement montre que dans ces colonies le bourgeonnement devra se localiser à l'extrémité postérieure du corps. Dans une colonie linéaire ainsi constituée, les rapports entre les différents organismes composants sont plus étroits que partout ailleurs; la solidarité est telle qu'aucun des membres de la colonie ne peut accomplir un mouvement sans que tous ses compagnons en soient avertis; une telle société doit donc avoir une tendance à se constituer en organisme, et cette tendance est d'autant plus grande que la colonie est libre et que nous avons déjà vu l'indépendance favoriser singulièrement le développement de la personnalité.

D'ailleurs tous les individus associés dans une colonie linéaire ne sont pas dans les mêmes conditions : le premier et le dernier ont un rôle spécial à jouer, en raison même de leur position. Le premier qui détermine le sens dans lequel marche la colonie, qui doit explorer pour elle le terrain sur lequel il l'engage, découvrir sa nourriture et s'en emparer, le premier individu, dis-je, a un rôle particulièrement actif. Sur lui doivent se concentrer et se développer, outre la bouche, les organes des sens à peu près inutiles à ses compagnons qu'il entraîne; mais cet individu qui porte la bouche, qui porte les organes des sens, qui occupe la partie antérieure de la colonie, qu'est-ce autre chose, sinon ce que nous appelons une *tête ?*

Entre un animal du type des Articulés et une colonie linéaire telle que celle que nous venons de définir, on ne saurait signaler aucune différence. Les animaux articulés sont donc, comme les animaux rayonnés, des associations, des colonies d'animaux plus simples, dont l'arrangement a été déterminé par le mode d'existence du premier individu de la colonie. Chacun des anneaux dans lequel se décompose le corps d'un Ver, le corps d'un Insecte, est un organisme à part et nous en avons déjà une preuve dans la facilité avec laquelle, chez certains Vers, ces animaux se détachent les uns des autres pour former de nouvelles colonies. Coupez un Ver de terre au milieu, vous en ferez deux. Mais le mode de développement de ces animaux nous fournit une démonstration plus convaincante encore de cette vérité. La plupart des Vers sortent de l'œuf sous la forme

ont apportés aux différentes classes des Invertébrés, et de l'analogie des formes de mer profonde avec les formes éteintes des premières périodes géologiques. Les fameuses expéditions du *Challenger* ont été particulièrement fécondes sous ce rapport.

Agassiz, dont le témoignage a d'autant plus de valeur qu'il n'est pas transformiste, a cru voir aussi un parallélisme constant entre le développement des embryons actuels et la succession chronologique des êtres. L'évolution embryonnaire de l'être, dit-il, révèle la place qu'il occupe dans la classification; car, avant d'atteindre sa forme définitive, l'animal présente les caractères des types inférieurs de la série; les transformations qui signalent aujourd'hui la vie d'un individu rappellent aussi les modifications successives de la classe à laquelle il appartient

---

d'une larve sphéroïdale, portant une couronne de cils vibratiles au-dessous de laquelle se trouve la bouche; c'est ce qu'on nomme la *Trochosphère ;* la plupart des Crustacés, au moment de l'éclosion, ont aussi une forme commune très simple, celle du *Nauplius.* Le développement de ces larves s'accomplit exactement de la même façon; suivons les transformations de l'une d'elles, le Nauplius, par exemple. A sa partie postérieure, le jeune animal produit successivement une série d'individus à très peu près semblables à lui; ce sont les anneaux du futur Articulé. A mesure que leur nombre augmente, le Nauplius subit d'importantes métamorphoses. A sa naissance, il possédait trois paires de pattes : les deux premières se relèvent vers la région dorsale formant les antennes, tandis que la troisième constitue les mandibules de l'animal adulte. Le Nauplius tout entier est employé à former la tête de celui-ci; au moment de la naissance, cette tête représentait donc tout l'animal; elle était elle-même un animal autonome; c'est elle qui a produit le reste du corps et elle n'a eu pour y parvenir qu'à se reproduire elle-même. Chacun des anneaux du corps est donc comme la tête, dont il n'est que la répétition, un animal autonome. Quelle meilleure preuve que l'ensemble de ces animaux est une colonie ?

Jetons maintenant un coup d'œil sur l'ensemble du règne animal; il devient facile d'en tracer, d'une façon rapide, claire et saisissante, l'évolution. Les premiers êtres vivants ont paru sur la terre sous forme de grumeaux presque microscopiques d'une catégorie particulière de substances, qui forment encore la base de tout ce qui vit et qu'on nomme les protoplasmas. Au centre de ces grumeaux, une portion de la substance protoplasmique s'est condensée, de manière à former une sorte de noyau; parfois, à la surface, une autre portion s'est modifiée, de manière à constituer une membrane enveloppante ; ainsi ont pris naissance ce que les anatomistes nomment des *cellules* ou des éléments anatomiques, éléments qui forment exclusivement tous les tissus de tous les organismes, animaux et végétaux. Une plante, un homme, ne sont que le résultat de l'accumulation de myriades de ces cellules formant une vaste société. Or toutes les cellules d'un même organisme proviennent d'une cellule unique, l'*œuf*, qui les a produites par une série d'innombrables bipartitions successives. Mais il s'en faut que les cellules primitives aient formé d'emblée, en s'associant, les organismes supérieurs.

pendant la longue série des temps géologiques. Les embryons de certains poissons commencent par avoir une queue semblable à celle des poissons ganoïdes des premiers âges, les vertèbres sont cartilagineuses et la bouche placée transversalement au-dessous d'une tête fortement aplatie, comme chez les poissons dévoniens. Ensuite la tête s'effile, et la seconde phase de l'embryon rappelle les poissons homocerques de l'ère jurassique. Enfin le poisson osseux ressemble à ceux de l'époque crétacée, qui apparurent en dernier lieu.

Nous avons dit comment MM. Huxley et Gegenbaüer se sont attachés à faire ressortir l'évolution parallèle des *Sauropsides*, c'est-à-dire des Reptiles ou Oiseaux réunis désormais dans la même classe. La plume dérive à toute évidence de la transformation de l'écaille pendant les premières phases du développement qui sont identiques; MM. Huxley et Haeckel se contredisent cependant au sujet de la généalogie des Oiseaux. Celui-ci fait dériver les oiseaux coureurs (autruches) des oiseaux qui volent; celui-là, au contraire, considère les oiseaux coureurs comme les plus anciens, et les fait descendre, non de l'archæopterix, mais des reptiles dinosauriens. Les preuves invoquées par ces deux auteurs se valent, en ce sens que les formes de passage existent évidemment de part et d'autre.

Depuis que l'on a retrouvé un échantillon entier de l'archæopterix à Solenhofen, il n'est plus permis d'écrire, comme le faisait l'abbé Lecomte en 1873, que cet animal n'est pas une *forme* intermédiaire ou indécise (1). Dans une monographie récente consacrée à l'étude de ce problème (2), M. Vogt établit à la dernière évidence que la tête, le cou, le thorax avec les côtes, la ceinture thoracique et la queue sont franchement construits comme chez les Reptiles et que les vertèbres caudales, les ailes et les pattes seules portaient des plumes. Cependant ces plumes sont bien celles d'un oiseau à rachis central, à barbules bien formées, et les pattes postérieures ainsi que le bassin montrent parfaitement,

---

(1) 2e édition. *Le Darwinisme et l'origine de l'homme* (p. 68).
(2) *L'Archæopterix*, intermédiaire entre les Reptiles et les Oiseaux, par Karl Vogt. 1879.

d'après Owen, le cachet de la structure de l'oiseau par la fusion des tarsiens et des métatarsiens en un seul os, la réduction du péroné, le pied à quatre doigts dont un tourné en arrière. L'*archæopterix* ne peut donc être classé ni parmi les Oiseaux ni parmi les Reptiles ; il n'est plus tout à fait l'un et il n'est pas encore l'autre. Les oiseaux découverts dans la craie du Kansas en Amérique, constituent une étape supérieure dans cette voie ; plusieurs ont conservé leurs dents, mais l'organisme presque entier est devenu conforme à celui des Oiseaux ([1]).

Il existe d'ailleurs des témoins vivants de ces relations étranges et intimes entre les classes supérieures des Vertébrés.

Telles sont les tortues, ces reptiles munis d'un bec dont l'évolution embryonnaire correspond exactement aux principaux states de celle des Oiseaux.

Les compagnons du capitaine Cook avaient rapporté d'Australie un quadrupède étrange, pourvu d'un bec aplati comme le canard et dont les caractères zoologiques déroutèrent d'abord tous les classificateurs. L'anatomie reconnut bientôt, dans l'organisation de cet animal, des dispositions caractéristiques de la classe des ovipares (cloaque, gros vitellus, absence de placenta, os coracoïdien, clavicules soudées en fourchette, etc.), et l'existence d'un groupe de Mammifères, offrant des caractères propres aux Oiseaux fut désormais reconnue.

Les relations entre les familles et les genres se resserrent de jour en jour : c'est ainsi que M. l'abbé David a rapporté tout récemment de la Chine et du Thibet des formes vivantes, telles que l'*élaphorus* (Cervidé) et le *tiluporus* (Plantigrade) constituant des types frappants de transition. Le même observateur a trouvé sur le plateau central de l'Asie tous les intermédiaires entre le genre *talpa* et le genre *sorex* (*musaraigne*).

L'étude du parasitisme s'éclaire aussi d'un jour inattendu par l'hypothèse du transformisme. On s'explique comment des ani-

---

([1]) Contrairement aux Mammifères, les Reptiles et les Oiseaux ont des globules rouges à *noyau* et le fractionnement *partiel* du jaune de l'œuf. Leur crâne est *monocondylien* et l'os *carré* de leur mâchoire complexe correspond à la phase embryonnaire des Mammifères.

maux dont les formes larvaires sont mobiles et douées d'organes de la vie de relation perdent ces organes par le défaut d'usage et se dégradent par l'adaptation.

En général, cette évolution rétrograde se caractérise par l'exagération du système de la vie végétative, c'est-à-dire de l'appareil nutritif et reproducteur, au détriment du système de la vie de relation. Les organes des sens, de la locomotion, de l'attaque et de la défense s'atrophient plus ou moins complètement. Souvent l'animal se réduit absolument à un appareil digestif et reproducteur, comme c'est le cas pour les Vers intestinaux et pour les Crustacés cités plus haut.

III

L'hypothèse de Darwin et les faits; la formation des races. Le métissage et l'hybridation. Travaux de M. de Quatrefages. Les organes inutiles et les instincts des animaux au point de vue de la doctrine des causes finales. Les abeilles et les fourmis. Le cerceris et l'hydrophile. Formation embryonnaire des organes. Transformation et adaptation des organes de la larve chez l'adulte. L'intégration organique. Confusion de l'instinct et de l'intelligence, des actions *réflexes* et de la réflexion. Erreurs anatomiques de Darwin. Loi de l'évolution progressive du cerveau dans la série des êtres. Évolution des dents et du pied. L'origine des Mammifères; M. Haeckel réfuté par M. Vogt et par M. Virchow, L'entrecroisement des caractères selon Broca. Hypothèse de M. de Selys Longchamps et de M. H. Dall. Incertitude des arguments tirés de la morphologie. Réfutation physiologique du darwinisme, par le P. Carbonnelle. Conclusion.

Nous avons tenté d'exposer dans toute leur force les arguments favorables à la doctrine de l'évolution organique; il nous reste à déterminer leur valeur, après avoir exposé brièvement le parti que Darwin a su tirer de ces données scientifiques, où il a puisé à pleines mains et dont on lui attribue souvent à tort la découverte. Sa part d'invention et d'observation est assez grande d'ailleurs pour que ses prosélytes puissent se dispenser de lui prêter le mérite des autres.

Arrivant après Lamarck, Geoffroy, Gœthe, Oken, Owen, Baer, Schwann et Lyell, Darwin eut l'art de synthétiser leurs observations et leurs idées, de façon à constituer un nouveau corps de doctrine qu'il appela *la Sélection naturelle par la concurrence vitale* (*struggle for life*).

La vulgarisation s'étant emparée de l'idée du progrès et de la transformation de l'espèce par la lutte pour l'existence, nous n'entreprendrons point d'exposer à nouveau une doctrine devenue populaire. Bornons-nous à insister sur le point de départ de ce système dont peu de personnes se font une idée très nette. Frappé de ce fait que jamais deux êtres d'une même espèce ne se ressemblent complètement et que les particularités les plus insignifiantes, acquises accidentellement par les individus, peuvent se transmettre et se multiplier dans leur descendance, Darwin en conclut qu'au bout d'un temps très long, tel que la série des périodes géologiques, le type de l'espèce doit subir nécessairement des modifications. L'accumulation lente des petites différences pendant des siècles aboutirait fatalement à des intégrations successives, dont les faunes et les flores caractéristiques de chaque étage nous ont apporté des témoignages irrécusables au XIX[e] siècle. Ainsi l'addition des fractions les plus insignifiantes, considérées isolément comme des quantités négligeables, aboutit à des quantités appréciables.

A première vue, cette idée frappe vivement l'imagination par sa simplicité et son apparente nécessité. Les organismes seraient les produits successifs de l'intégration lente et continue de la vie, comparable « à un arbre qui jonche la terre de ses branches mortes et qui en couvre la surface de ses ramifications toujours nouvelles. » La sélection naturelle, née de la lutte pour la vie, veille sans le savoir à la conservation de toutes les variétés avantageuses enfantées par le hasard, et préside à la destruction, des faibles et des arriérés.

Dès qu'une espèce cesse d'être adaptée à son milieu, il faut qu'elle change, qu'elle émigre ou qu'elle meure, ce qui explique l'extinction rapide des intermédiaires et les déplacements perpétuels de faunes entières dont les géologues modernes ont retrouvé les traces dans les *colonies* (1).

---

(1) M. Barrande a prouvé, par l'étude des Invertébrés du silurien, qu'une faune peut reparaître dans un pays longtemps après l'avoir quitté; il en conclut que les Mollusques et les Annelés peuvent persister pendant d'immenses périodes sans se modifier. Des

Quand un équilibre organique est rompu, il ne cesse de se produire des changements jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre soit atteint. Dans cet état d'équilibre *instable* d'une espèce, les plus forts seuls, les plus flexibles, les plus plastiques assurent la perpétuité de l'espèce par une double voie d'hérédité et d'adaptation.

La réaction continue des organismes les uns sur les autres serait donc la clef de la *formation de l'espèce*, ce grand problème déjà posé par Aristote qui admettait le principe du transformisme, en proclamant la loi de l'évolution progressive des êtres.

Les recherches personnelles de Darwin sur la physiologie des plantes et des animaux ont certainement contribué à élargir la notion que les naturalistes se faisaient de l'espèce et de la variation. Il existe des races, c'est-à-dire des *variétés fixées* d'une même espèce, qui diffèrent les unes des autres, non seulement par les caractères extérieurs, mais par le squelette lui-même et qu'il serait facile de prendre pour des espèces et même des genres distincts, si la reproduction n'offrait un criterium de certitude. Plus de cent formes animales différentes, toujours fécondes entre elles et rattachées les unes aux autres par des intermédiaires, peuvent dériver d'une seule espèce, ainsi qu'il résulte des observations mémorables de Darwin sur les pigeons.

Beaucoup de naturalistes avaient nié la formation spontanée de la race dans la nature (1) : les travaux des savants modernes ont ramené à de simples variétés d'une même espèce une foule

---

faunes qui se succèdent en Bohême peuvent être contemporaines ailleurs : ce que l'on nomme étage en géologie ne serait le plus souvent dans cette hypothèse *qu'une étape de voyage*.

(1) Le R. P. Bellynck, entre autres, niait la formation naturelle de la race, et attribuait exclusivement son origine à la sélection artificielle. Or, il est certain que les changements de milieu ont produit spontanément des races nouvelles, même sans hybridation. L'hélice lactée, transportée en Amérique par les Espagnols, a donné naissance à des races bien caractérisées (Quatrefages). Il en est de même des animaux domestiques et d'un grand nombre de plantes. (HOOKER, *Introduction to the Australian Flora*). Parmi les animaux fossiles, indépendamment des Invertébrés (*planorbis* et éponges calcaires), les *cynodyctis* et les *hipparions* tertiaires, cités plus haut, nous offrent de bons exemples de variations naturelles.

de plantes et même d'animaux considérés comme des espèces distinctes. Citons, pour exemples, les recherches de De Candolle sur les chênes, de Decaisne sur les plantains, de M. Gubler sur les plantes naines, de Valenciennes sur les Mollusques, etc. Dans son travail *Des bonnes et des mauvaises espèces,* Kerner a montré comment l'hybridation naturelle crée, chez les végétaux, des espèces bâtardes que l'on retrouve toujours aux limites de l'aire de dispersion des espèces mêmes. Exemple : les genres cytise, les ronces et les chardons. Voilà pourquoi Linné croyait à la dérivation des espèces d'un même genre par voie d'hybridation.

Les éleveurs anglais ont mis à profit depuis longtemps cette plasticité des organismes pour créer des races nouvelles, en isolant des individus doués de certaines particularités natives et en croisant indéfiniment leurs descendants. Persuadé *à priori* que les êtres sont des produits naturels dont les ressemblances s'expliquent par l'hérédité et les différences par l'adaptation fatale aux milieux, Darwin chercha dans la nature un facteur comparable à la *sélection artificielle,* et crut le découvrir dans la *sélection naturelle* qui résulte de la concurrence vitale signalée par Malthus.

« La sélection naturelle, dit-il, scrute à chaque instant et dans l'univers entier les moindres variétés, rebutant celles qui sont mauvaises et additionnant toutes celles qui sont bonnes, travaillant à l'amélioration de chaque être dans ses rapports avec le monde organique et inorganique. »

Darwin a-t-il réellement trouvé *ce pourquoi* tant cherché que Lamarck attribuait à la réaction de l'organisme sur lui-même, et Geoffroy à la réaction de l'organisme sur les milieux? Nous ne le croyons pas. La sélection naturelle n'explique pas plus que l'influence des habitudes ou des changements de milieu la différenciation si complète des espèces chez les animaux supérieurs qui fait que les hybrides sont toujours stériles au bout d'une ou de plusieurs générations.

Cet argument développé par M. de Quatrefages avec beaucoup de science dans son cours du Muséum et dans son livre sur *Darwin et ses précurseurs français,* n'a jamais été réfuté.

Par une contradiction singulière, Cuvier et plusieurs de ses disciples croyaient *à priori* à la fécondité indéfinie des hybrides. Cependant Buffon avait fait sur la reproduction de quelques espèces une série d'expériences, et jamais il n'avait pu dépasser la troisième génération.

Les expériences de Frédéric Cuvier et de Flourens, confirmèrent ces résultats et constatèrent le retour invariable au type primitif des hybrides du loup, du renard et du chien, au bout de trois ou quatre générations.

On niait aussi la stérilité du mulet, et beaucoup de gens affirment encore que le mulet est habituellement fécond dans les pays chauds. La fécondité de cet animal est tellement limitée et sa reproduction est un fait tellement exceptionnel, que dans l'antiquité il était considéré comme un événement prodigieux. Dernièrement la conception d'une mule chez les Arabes fit croire à la fin du monde, et les tribus se livrèrent à de longs jeûnes pour conjurer la colère céleste.

« L'épouvante de tout un peuple à la vue d'un tel prodige, dit M. de Quatrefages, affirme suffisamment le caractère exceptionnel qu'on a voulu lui refuser. » On a observé du reste dans la liqueur fécondante du mulet des altérations analogues à celles qui existent dans le pollen des fleurs hybrides.

Depuis, on invoqua successivement la fécondité d'une foule d'espèces de plantes et d'animaux; mais les observations des naturalistes français, et tout spécialement d'Isidore Geoffroy Saint-Hilaire et de M. de Quatrefages, réduisirent à leur juste valeur ces prétentions systématiques, et les beaux travaux de MM. Naudin et Decaisne prouvèrent en somme la persistance dans le règne végétal des lois présidant à la conservation de l'espèce (1).

L'hybridation du lièvre et du lapin engendre des léporides féconds, et l'hybridation de la chèvre et du bélier donne naissance à des hybrides nommés *chabins*. Notre compatriote, le géologue Lehon, invoquait récemment encore avec M. Broca la

(1) *De l'hybridation dans les végétaux*, par M. Naudin (MÉMOIRE COURONNÉ PAR L'ACADÉMIE).

fécondité indéfinie du chabin. Or, les dernières expériences ont prouvé le retour fatal au type au bout de quelques générations.

Enfin, les expériences de M. Roux d'Angoulême sur les *léporides*, commencées en 1850, ont été invoquées par M. Broca comme une preuve concluante de l'hybridation illimitée sans phénomène de retour. Mais bientôt Isidore Geoffroy déclarait en pleine Société d'acclimatation que ces léporides retournaient au type primitif. La question fut mise à l'ordre du jour; on écrivit à M. Roux, qui ne répondit pas; sa bonne foi fut mise en doute. On écrivit encore, ce fut en vain : M. Roux était muet comme les partisans de la génération spontanée devant l'Académie.

Ce qui n'empêche M. le professeur Haeckel, d'Iéna, d'affirmer que chez les animaux l'hybridité peut donner naissance à de nouvelles espèces, telles que le léporide (*lepus Darwini*) et la chèvre-brebis (*capra ovina*) (1).

La concurrence vitale, cette loi fatale qui remplace l'éleveur, conserve les plus forts ou les mieux adaptés, mais ne favorise guère le développement des variations nouvelles, parce que ces variations sont trop minces au début pour offrir des avantages réels. Or, comme dans la théorie de Darwin ce sont précisément les avantages immédiats de l'organe nouveau qui provoquent son développement fatal, cet organe, inutile à l'origine, loin d'être conservé, sera détruit par la sélection.

Mivart cite de frappants exemples à l'appui de cet argument auquel Darwin s'efforce vainement d'échapper dans la dernière édition de son livre.

Il est curieux de voir l'auteur anglais en présence des exigences de sa théorie se débattre contre l'évidence et s'efforcer vainement de se soustraire à l'impitoyable logique des faits par des artifices de langage, des nuances et des interprétations inconciliables.

Si l'on considère la rapidité avec laquelle les éleveurs créent des races nouvelles, la sélection naturelle, *cette puissance incommensurablement supérieure aux faibles efforts de l'homme,* devra

(1) *Histoire de la création naturelle*, p. 244.

nécessairement opérer sous nos yeux de grandes transformations ([1]).

Il n'en est rien : la sélection artificielle de l'homme l'emporte sur celle de la nature. Les espèces se transforment si peu que, non seulement depuis les temps historiques, mais depuis l'origine de l'époque quaternaire remontant au delà de 100000 ans, suivant les darwinistes, les animaux contemporains des grandes espèces anéanties présentent exactement les caractères des animaux correspondants de l'époque actuelle. Une étude de M. P.-J. Van Beneden sur les chauves-souris de l'époque quaternaire démontre, entre autres, l'immutabilité complète d'une espèce soumise à une concurrence vitale des plus vives.

Il y a même des animaux qui n'ont pas varié depuis les époques géologiques les plus reculées. Comment Darwin se tire t-il de cette difficulté? Par une contradiction.

Après avoir affirmé que la sélection naturelle s'empare, *à toute heure* et partout, de toutes les variations favorables et travaille incessamment au perfectionnement de *chaque être*, il proclame ailleurs que la sélection n'agit que d'une manière intermittente, par accident, tantôt sur une espèce, tantôt sur une autre, toujours très rarement ([2]).

Quand on demande à Darwin où sont les innombrables intermédiaires fossiles qu'exige la théorie de l'accumulation insensible des petites différences, il dit : *que les espèces arrivent assez vite à se définir et à se distinguer pour ne présenter à aucune époque l'inextricable chaos des liens intermédiaires et variables* ([3]). Puis, lorsqu'on s'informe pourquoi l'espèce ne change plus depuis des milliers d'années, il invoque « la lenteur inouïe de la sélection. » Cela n'est pas très clair. Est-ce que l'espèce varie très lentement, oui ou non? Si oui, il faut trouver des intermédiaires, constater, en d'autres termes, la confusion de l'espèce. Si non, l'espèce doit varier sous nos yeux et n'a pu rester immuable depuis des milliers d'années.

([1]) QUATREFAGES, *Charles Darwin*, p. 325.

([2]) *Origine des espèces*, ch. 12, section 15.

([3]) 1re édition (2 et 3).

Darwin suppose d'énormes espaces de temps (1), des époques intermédiaires entre celles dont les couches géologiques démontrent l'existence; les formes transitoires introuvables auraient précisément vécu pendant ces époques imaginaires.

Reconnaissant l'insuffisance de la sélection naturelle, Darwin a inventé la sélection *sexuelle*, « qui dépend d'une lutte entre les mâles pour la possession des femelles. » Cette lutte peut être meurtrière ou courtoise, et les vainqueurs y acquièrent souvent de nouvelles transformations.

La crinière du lion, le crochet de la mâchoire du saumon, le chant du rossignol, la queue du paon, naîtraient de la rivalité des mâles. Et les darwinistes osent rire de Lamarck, qui expliquait l'allongement du cou de la girafe par l'habitude de brouter aux arbres. Un savant peu suspect, partisan de Darwin, n'a pu s'empêcher de se récrier contre cette hypothèse fantaisiste qu'il qualifie de *théorie très élastique au service de l'imagination* (2).

Darwin se fonde aussi sur les faits d'imitation ou de mimique signalés par MM. Bathes et Wallace. Par leur conformation, leur couleur et leurs habitudes, les animaux se confondent souvent avec leur milieu ou se copient les uns les autres au point de devenir méconnaissables et de tromper l'œil le plus exercé.

On remarque, dans la nature, une harmonie générale entre la coloration des animaux et celle du milieu qu'ils habitent. Le lièvre, la perdrix, le hibou, le loup, le renard, etc., dont les différentes livrées, fauves, grises ou brunes, se confondent aisément avec la terre, les feuilles sèches, les ombres des forêts ou de la nuit, perdent leurs nuances respectives dans les régions boréales et deviennent blancs comme la neige. Certains insectes imitent à s'y méprendre la couleur et les nervures d'une feuille verte ou d'une feuille morte, l'aspect d'un morceau de bois, d'une fleur, d'un rameau, etc. Aux îles Viti, un crabe (Maïa) se blottit dans l'épaisseur d'un polypier à côté d'un Mollusque gastéropode, et tous les deux prennent exactement la couleur du polypier (3).

---

(1) 6e édition, trad. MOULINIÉ, p. 370.
(2) CLAPARÈDE, *la Sélection naturelle*.
(3) *Commensaux et parasites*, par P. J. VAN BENEDEN.

Les darwinistes attribuent cette adaptation curieuse à la sélection naturelle et, comme exemple de l'acquisition lente et actuelle de ces facultés, ils citent des papillons des bords de l'Amazone et de l'archipel Malais, qui copient parfois la couleur et imitent le vol d'autres genres du même groupe pour échapper à leurs ennemis.

Mais cette admirable prévision de la nature, qui trahit une combinaison intelligente, peut s'expliquer par une adaptation directe à l'origine aussi bien que par une modification graduelle. On invoque, il est vrai, quelques exemples de mimique résultant de variations actuelles; mais rien ne prouve que cette faculté ait été acquise par l'insecte et ne lui ait pas été communiquée à l'origine pour assurer la conservation de son espèce. En admettant même la variation actuelle, ce phénomène n'offrirait pas d'ailleurs un argument sérieux en faveur du darwinisme.

L'espèce ne change pas, elle imite; sa couleur ou ses formes extérieures seules se modifient. C'est en s'appuyant sur ces analogies de la forme que Darwin et ses partisans ont donc essayé d'introduire la confusion dans la notion de l'espèce. Cependant si cette notion est purement arbitraire, comme ils l'affirment, il ne peut exister entre les espèces de limites déterminées. Or, ces limites existent. Darwin le sait mieux que personne, car il les a indirectement constatées lui-même à la suite de ses longues et savantes expériences sur les pigeons. Il existe presque toujours entre les variétés dérivées d'une même souche des intermédiaires et des gradations insensibles. C'est uniquement par l'observation de ces formes transitoires qu'il est parvenu à prouver la parenté et l'identité d'origine de tous nos pigeons domestiques.

Les variétés et les races d'une même espèce se croisent toujours entre elles et leurs produits sont indéfiniment féconds. Les races restent donc physiologiquement unies entre elles et au type originel, Darwin est forcé d'en convenir, bien qu'il s'évertue à confondre systématiquement la notion de race et celle de l'espèce.

« La fécondité parfaite de tant de variétés domestiques, dit-il, qui diffèrent extrêmement l'une de l'autre, comme on le voit

dans les choux et les pigeons, est un fait remarquable, surtout lorsqu'on réfléchit combien il existe d'espèces qui, bien qu'extrêmement semblables entre elles, restent entièrement stériles quand on les croise. »

Au contraire, le croisement entre les espèces est extrêmement difficile et les produits sont pour la plupart stériles. Le lien physiologique manque ou est rompu chez les animaux, et quand par exception les hybrides se reproduisent, ils retournent à l'un des types originels (1).

On observe chez les hybrides un développement anormal des organes de végétation ou de nutrition aux dépens des organes reproducteurs, d'où résulte la stérilité. Ainsi, dans les plantes, les feuilles et la tige se développent outre mesure au détriment des fleurs et des fruits; dans les animaux, par exemple chez le mulet, les forces musculaires sont exaltées au détriment des facultés reproductrices. Les races d'une même espèce, au contraire, conservent l'équilibre physiologique et la fécondité semble plutôt exaltée par leur croisement.

A l'état sauvage, l'*hybridation* est en définitive un phénomène exceptionnel, qui n'a jamais été observé chez les animaux supérieurs.

Broca, un ardent transformiste, a reconnu franchement l'impuissance de la sélection naturelle et constaté que *les faits zoologiques tendent à établir la permanence de l'espèce.*

M. Huxley lui-même demande, pour *adopter la théorie de Darwin, la preuve que les espèces physiologiques peuvent être produites par le croisement sélectif* (2).

Darwin oppose à la doctrine des causes finales l'imperfection ou l'inutilité de certains organes.

Des plantes douées de crampons pour s'attacher ne grimpent pas.

---

(1) Dans son ouvrage intitulé : *Recherches sur les variations des animaux et des plantes*, Darwin constate la disparition de la stérilité que présente le croisement d'espèces prises à l'état sauvage. Les hybrides du froment et de l'*ægilops* sont indéfiniment féconds.

(2) *De la place de l'homme dans la nature*, ch. II.

Certains oiseaux, à pieds palmés, conformés pour la natation, ont des habitudes terrestres; d'autres, conformés pour grimper aux arbres, comme les pics, ou pour marcher dans les marais, comme les échassiers, ne répondent pas davantage à leur destination apparente. Ces organes, dit-il, jadis utiles à un ancêtre, ont persisté, parce que la sélection naturelle n'agit pas sur les caractères inutiles.

L'auteur affirme ailleurs que, si l'on pouvait prouver qu'un organe inutile a pu se développer chez une espèce, cela détruirait sa théorie, car cet organe n'aurait pu se former par sélection naturelle.

Or, il existe dans l'organisation des animaux, et spécialement des animaux trop prolifiques ou trop destructeurs, une foule de particularités désavantageuses qui ont pour but de restreindre le développement excessif de l'espèce.

Le travail de la dentition fait mourir un grand nombre de lionnes : en Algérie les mâles sont d'un tiers plus nombreux que les femelles, dont la portée, comme celle de tous les grands carnassiers, est bornée à un ou deux petits; la queue du serpent à sonnettes trahit souvent sa présence et l'empêche de s'emparer de sa proie.

L'insuffisance des organes offensifs ou défensifs, des organes locomoteurs, visuels ou auditifs, les ornements, les couleurs vives, le chant, le cri de nombreux animaux, les livrent à leurs ennemis, etc. Toutes ces imperfections individuelles qui condamnent la théorie de la sélection, démontrent l'existence d'un plan d'ensemble, d'une combinaison intelligente, sacrifiant souvent les avantages de l'individu ou de l'espèce à l'équilibre général.

Sous des apparences de désordre, la nature cache des combinaisons merveilleuses. Le rapport entre la reproduction et la destruction est calculé de telle manière que la quantité des êtres reste à peu près invariable, et la fécondité de chaque espèce est toujours sagement mesurée. L'harmonie peut être parfois troublée, mais jamais détruite.

Des considérations de même nature permettent aussi d'expliquer la présence de neutres dans les colonies d'abeilles et de

fourmis, phénomènes dont le transformisme est impuissant à rendre compte. Ces êtres atrophiés en vue de l'intérêt général de la communauté pour servir de *nourrices*, de *soldats* et d'*ouvrières*, présentent une ingénieuse application du principe de la division du travail.

Selon Darwin, la sélection agit essentiellement par voie d'hérédité et développe fatalement, sans vue d'ensemble, les avantages individuels. Elle ne peut donc expliquer l'origine des neutres, qui ne dérivent pas les uns des autres.

Elle n'explique pas davantage comment l'abeille a découvert l'architecture de la ruche, où se trouve résolu un problème de géométrie qui eût arrêté des géomètres : comment elle sait produire à volonté des reines fécondes ou des servantes stériles en pratiquant l'alimentation sur les mêmes bases que nos éleveurs, c'est-à-dire en variant les *relations nutritives* et en transformant les rations d'*entretien* en rations de *production*. Comment elle sait mettre le miel à l'abri de l'évaporation et de la décomposition, etc. (1).

Les mœurs des fourmis sont peut-être plus remarquables encore que celles des abeilles au point de vue qui nous occupe.

« Lorsqu'on considère, dit sir J. Lubbock, un célèbre entomologiste anglais, l'organisation sociale des fourmis, l'art qui préside à la construction de leurs habitations, leurs voies de communication, le fait qu'elles possèdent des animaux domestiques (tels que les pucerons dont elles mangent le sucre) et des esclaves qu'elles ramènent de leurs expéditions guerrières, on ne peut nier qu'elles doivent être classées immédiatement après l'homme sous le rapport de l'intelligence, comme les singes anthropoïdes sous le rapport de la structure de leur corps. »

Aussi M. Lubbock arrive-t-il, d'induction en induction, à conclure que les fourmis ont passé par les trois phases du développement humain : la chasse, la vie pastorale et l'agriculture. Nous avons apprécié ailleurs ces fantaisies soi-disant scientifiques (2).

---

(1) Voir notre article *Parasitisme et transformisme* (REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, t. X, p. 140).

(2) *Ibid.*, p. 142.

Des exemples plus frappants encore, parce qu'ils démontrent que l'intelligence de l'animal relève de causes extrinsèques, se trouvent chez les insectes phyllophages qui anesthésient d'autres insectes au moyen de leur dard et les déposent endormis à côté de leurs œufs. *L'abeille xylocope*, ou perce-bois, creuse une galerie et dépose chaque œuf à côté de sa proie future, dans une cellule qu'elle mure immédiatement, de *telle sorte que l'œuf pondu en dernier lieu doit éclore le premier pour livrer passage aux autres.*

Non, la théorie de Darwin ne peut expliquer par la sélection la genèse de ces phénomènes qui accusent une prévoyance et un calcul admirables. Le *Cerceris* qui enfonce, sans hésiter, son dard empoisonné dans les ganglions thoraciques des *Buprestes*, ne peut savoir qu'il atteint la seule *place où la sensibilité se centralise* et qu'il ménage ainsi une proie toute fraîche aux larves qui doivent éclore longtemps après sa mort et dont les instincts diffèrent radicalement des siens?

Ce serait attribuer plus d'intelligence qu'à l'homme à un être qui n'en manifeste aucune, dès qu'on le soustrait à ses conditions d'existence ordinaires, et l'on ne peut admettre que la sélection développe des organes et des instincts aussi compliqués en vue de satisfaire des besoins et de vaincre des difficultés que l'insecte ne connait point (1).

Ainsi nous voyons le grand hydrophile (*hydrophilus piceus*) construire, la tête en bas, avec une précision géométrique, au moyen d'une véritable machine à coudre située à l'extrémité de son abdomen, le nid, en forme de nacelle imperméable, où il pondra ses œufs. La ponte terminée, il ferme la coque en façonnant une pointe recourbée qui émerge afin de lui permettre de s'accrocher aux feuilles destinées à nourrir la jeune famille.

---

(1) Nous n'insisterons pas sur les déductions antiscientifiques et les conclusions prématurées tirées par les darwinistes de l'observation des instincts : par exemple, on n'hésite pas à déduire la croyance aux esprits chez le chien qui aboie devant un parasol agité par le vent : M. Th. Laycock a été jusqu'à soutenir cette thèse paradoxale et risible que l'idée de la métempsychose soutenue par des utopistes français, comme Jean Reynaud, est un phénomène de *réversion* de la métaphysique des druides !!! (*Revue scientifique*, tome XVIII, 1876, p. 184).

Toutes ces CAUSES FINALES n'ont point de sens dans la doctrine darwinienne, n'en déplaise aux savants doués de l'imagination la plus complaisante, car il est facile de se convaincre par l'observation que les plus grandes merveilles de l'instinct ne sont que des séries d'actions *réflexes* coordonnées par une cause extérieure à l'animal inconscient.

Le problème de l'évolution des facultés intellectuelles est donc aussi insoluble par la doctrine darwiniste que l'enchainement si compliqué des actions réflexes dans l'organisme humain, qui établit une correspondance automatique et inconsciente entre les organes les plus éloignés, et développe des séries de fonctions coïncidentes ou successives, visiblement coordonnées en vue d'une seule fin.

La sélection naturelle est aussi impuissante à expliquer l'acquisition des instincts de l'insecte qu'à rendre compte des phénomènes de l'évolution embryonnaire des animaux supérieurs, car l'on voit, dans l'évolution fœtale, les diverses parties d'un appareil organique naître de tissus éloignés et divers, pour marcher à la rencontre les uns des autres et constituer, en se juxtaposant, un appareil unique dont toutes les parties se fondent harmonieusement et concourent à l'accomplissement régulier de la fonction.

Ce phénomène capital est soigneusement laissé dans l'ombre par les partisans de Darwin. En vérité, il ne s'agit plus ici d'une cellule qui se condense et se différencie comme dans l'œuf, mais d'une combinaison opposée, absolument inconciliable avec la doctrine du progrès organique par différenciation progressive et spontanée d'une cellule.

Les positivistes ne répondront pas plus à cet argument qu'à celui que nous venons de tirer de l'*intelligence* des insectes.

L'embryologie fournirait d'ailleurs aux partisans des *causes finales* bien d'autres arguments pour combattre les darwinistes s'ils se plaisaient à l'interroger.

Ainsi, d'après M. Haeckel, l'embryologie permet de retrouver toutes les phases de l'évolution de l'espèce. Elle seule jette sur l'origine et le développement des formes primitives une lumière précieuse.

Mais voici que A. Muller, un autre darwiniste, retrouve dans l'histoire du développement embryonnaire les mêmes difficultés qu'il a rencontrées dans les données de la paléontologie : « La disparition d'une partie des formes embryonnaires est un obstacle, lorsqu'on cherche à retrouver les formes typiques; *aussi ont-elles eu une influence néfaste sur les idées qu'on a cherché à se faire sur les formes types* (¹).

» Des chapitres entiers du développement de l'espèce, de nombreuses formes généalogiques peuvent avoir disparu de l'image embryonnaire; souvent même on tombe sur des formes embryonnaires qui ne sont pas du tout appropriées à la vie indépendante dans la nature, et *qui n'ont pu être des formes généalogiques*, puisque ces formes ont vécu dans la nature. Ainsi, par exemple, la larve du papillon ne peut être la forme d'aucun animal complet, et ne peut jamais avoir été une forme généalogique, parce que l'animal est emmailloté et incapable de pourvoir à sa nourriture. Les embryons des Mammifères et des Oiseaux ne vivent pas librement dans la nature, et sont pourvus d'organes qui n'ont de raison d'être que pendant le développement dans l'œuf ou dans la matrice. »

(¹) M. Perrier donne cependant une explication satisfaisante de l'*accélération* de l'évolution embryonnaire, qui supprime certaines étapes dans les colonies hautement individualisées :

« L'œuf tend à reproduire le plus rapidement possible, non seulement l'individu qui l'a produit, mais la colonie elle-même, dont cet individu faisait partie; la larve qui sort de l'œuf d'un siphonophore commence déjà à bourgeonner avant de s'être transformée en Polype; chez de remarquables Tuniciers, les Pyrosomes, qui forment des colonies flottantes, l'individu né dans l'œuf produit, avant d'être complètement formé, quatre nouveaux individus, puis meurt et se résorbe, de sorte qu'il n'éclôt même pas et que de l'œuf d'un Pyrosome sortent, non pas les fils, mais les petits-fils de l'individu qui l'a pondu. A leur naissance, les jeunes animaux sont déjà groupés en colonie. Cette remarquable accélération des phénomènes de développement est encore plus marquée dans les colonies linéaires, où l'on peut suivre toutes les phases de l'accélération embryogénique depuis le cas où les nouveaux anneaux se forment lentement et un à un, à la manière du Nauplius ou de la Trochosphère, jusqu'à celui où tous les anneaux semblent se former simultanément dans l'œuf comme chez les Crustacés supérieurs, les Insectes, les Arachnides ou même certains Vers. »

Ce fait qu'un animal quitte l'œuf avec sa forme définitive ne prouve donc pas que cet animal ne résulte pas lui-même d'une association plus ou moins complexe d'animaux plus simples. Nous avons donc le droit de nous poser cette question.

D'après les belles recherches de M. Barrande sur les fossiles siluriens de la Bohême, les premiers trilobites et les premiers céphalopodes ne rappellent nullement les formes embryonnaires de la classe à laquelle ils appartiennent. Il en est de même pour une foule d'autres animaux apparus dans la suite. Il est donc faux de dire que la succession géologique des formes éteintes est toujours parallèle au développement embryonnaire des formes récentes. Darwin est forcé d'en convenir : « Je crois, dit-il, avec Huxley et Pictet, que cela est très loin d'être prouvé. »

Les premiers tribolites, vivant à l'époque silurienne, dit M. Barrande, furent peut-être les plus parfaits de tous et les plus élevés des Mollusques; les céphalopodes apparurent à la même époque. Les millions d'exemplaires de trilobites conservés dans les terrains primaires appartiennent à des espèces bien déterminées et n'offrent absolument pas d'intermédiaires. « L'on découvre, à chaque instant, dit M. Pictet, de nouveaux et riches gisements, et toujours l'immense majorité des objets récoltés appartient aux espèces figurant déjà dans nos collections. » (*Sur l'origine des espèces.* Biblioth. de Genève.)

Les observations de M. P.-J. Van Beneden infirment celles d'Agassiz, père, sur le développement embryonnaire des poissons.

En étudiant les embryons hétérocerques, il a trouvé que les poissons plagiostomes à l'état d'adulte ont d'abord une queue homocerque et que les poissons osseux, les homocerques par excellence, commencent généralement par être hétérocerques. Or, comme les paléontologistes sont d'accord pour reconnaître que les poissons homocerques n'ont apparu qu'à l'époque tertiaire, il en résulterait que les poissons des divers âges géologiques ne correspondent pas aux divers stades de l'évolution de l'embryon.

Les rapports entre l'ontogénie et la phyllogénie des êtres ne sont donc pas aussi clairs que M. Haeckel se plaît à le dire.

L'histoire du développement embryonnaire explique parfaitement l'origine des *organes rudimentaires.*

Les animaux d'un même embranchement sont construits sur un plan unique et formés des mêmes pièces. Ils semblent sortir

d'un seul moule et sont d'abord identiques. A mesure que l'embryon se développe, les organes se différencient, s'allongent, se raccourcissent ou avortent, s'adaptant d'avance avec un harmonieux ensemble aux conditions spéciales de l'existence de chaque espèce.

Les ganglions nerveux, primitivement disséminés dans les anneaux de la larve, se condensent dans le thorax de l'insecte parfait, pour intégrer les mouvements réflexes qui vont se compliquer avec l'organisation et présider au vol, à la marche et aux organes des sens. Ainsi les nerfs des sens se concentrent dans la tête, les nerfs de la locomotion dans le thorax et les nerfs de la vie végétative dans l'abdomen.

Les trachées-branchies de forme foliacée des larves aquatiques, disposées en double série sur le dos de l'éphémère, se métamorphosent en deux paires d'ailes, absolument comme les six pièces de la bouche des chenilles, disposées pour broyer, se transforment en une trompe allongée et flexible, disposée pour sucer chez le papillon.

Ce mode d'évolution entraine nécessairement l'existence des organes rudimentaires, qui ne troublent guère l'harmonie des fonctions physiologiques. Dans l'ignorance où nous sommes des lois qui président au développement, il est du reste fort difficile de se rendre compte des rôles multiples d'un organe dans l'économie.

Rien de plus contraire à la vraie méthode scientifique que de conclure à l'inutilité absolue d'un appareil qui ne remplit pas ses fonctions apparentes. Combien de fois l'expérience n'a-t-elle pas condamné déjà les jugements prématurés en cette matière! Il est de mode aujourd'hui, par horreur des causes finales, de conclure fort légèrement à l'inutilité d'un organe. Cela dispense de recherches ultérieures : ainsi en partant d'un point de vue opposé, les matérialistes tombent précisément dans la faute qu'ils reprochent, à tort, aux partisans des causes finales; car ils n'hésitent pas à sacrifier l'observation au profit d'un système préconçu. Darwin est forcé d'avouer qu'en dépit des organes rudimentaires, la conformation des animaux est cependant bonne pour chacun

d'eux dans les conditions où ils se trouvent (1); il reconnait que les organes sont admirablement adaptés à leurs fonctions, que ces adaptations sont aussi merveilleuses que compliquées, etc. (2).

Il constate, il est vrai, que ces adaptations ne sont pas les meilleures possibles, et des anomalies exceptionnelles de la nature on n'a pas le droit de conclure à l'absurdité de la doctrine des causes finales. Jamais les partisans éclairés de cette doctrine n'ont songé à nier l'imperfection inhérente à la création. Soutenir le contraire serait attribuer au monde créé les attributs du Créateur.

L'embryologie a montré depuis peu l'inanité de l'argument tiré par Darwin des incisives *rudimentaires* des jeunes ruminants :

« Le veau, dit Darwin, a des incisives qui ne traversent jamais les gencives de la mâchoire supérieure, et qu'il a héritées d'un ancêtre primitif ayant des dents bien développées. » Cette observation ayant été étendue depuis à tous les Ruminants privés d'incisives, et rapprochée des données fournies par la paléontologie, permettait de rattacher de nombreux groupes séparés jusqu'alors. Le bœuf, le mouton auraient eu ainsi, à une certaine période de leur développement, la même formule dentaire que les Pachydermes, leurs ancêtres. Or, M. Robin a présenté à l'Académie une note de M. Piekewez d'où il résulte que les follicules dentaires n'ont jamais existé que dans l'imagination des anatomistes anglais.

Le sac épithélial, qui se détache de la muqueuse buccale pour s'enfoncer dans la mâchoire, n'est pas le début d'un follicule, mais l'origine d'un canal circulaire qui se rapproche de la muqueuse des fosses nasales (*Académie des sciences de Paris*, séance du 12 mars 1877) et aboutit à l'organe de Jacobson décrit par Gratiolet.

Enfin, plus récemment encore, une étude de M. A. Robin sur l'anatomie des Mammifères de l'ordre des Chéiroptères (3) a

---

(1) P. 195, 6e édition.
(2) P. 570, ibid.
(3) Thèse pour le doctorat à la Faculté des sciences de Paris, 1882.

montré que le développement de l'utérus dans l'échelle des Vertébrés par la soudure progressive des oviductes était fort sujet à caution.

Il est vrai que l'on assiste en quelque sorte à la formation de cet organe chez les Mammifères inférieurs, où la soudure des oviductes renflés à leur extrémité constitue l'utérus, tandis que le développement de l'*allantoïde* qui sort de l'œuf et se fixe aux parois de l'utérus constitue le *placenta,* il est non moins certain que cette évolution progressive ne s'accentue pas régulièrement à mesure que l'on remonte l'échelle des Vertébrés. Sans doute les oviductes qui existent chez les Reptiles et les Oiseaux se rencontrent seulement sans se souder chez les premiers Mammifères qui ont apparu dans la série géologique (Marsupiaux), tandis qu'*ils se soudent* inférieurement chez les Rongeurs et sont encore fendus vers le sommet chez les Mammifères les plus élevés comme les singes.

Mais M. Robin a montré que les chauves-souris présentent à elles seules toutes les formes d'utérus connues chez les Mammifères. Tantôt deux utérus entièrement séparés, même extérieurement, débouchent séparément; tantôt, quoique distincts, ils sont accolés sur une partie de leur longueur. D'autres fois l'utérus est unique et le développement du corps par rapport aux cornes présente toutes les variations possibles. Parfois enfin les cornes disparaissent et l'utérus est aussi parfait que chez les primates les plus élevés.

Quant au développement embryonnaire du cerveau, dont le professeur Haeckel figure en ses tableaux la marche homologue et parallèle chez toutes les classes des Vertébrés, M. Marsh a constaté qu'en Amérique comme en Europe, le progrès de la vie des Mammifères et des Oiseaux est bien caractérisé depuis le commencement de l'époque tertiaire jusqu'à l'époque actuelle par la croissance successive du cerveau. Tous les premiers Mammifères du tertiaire avaient des cerveaux très peu développés; il en est de même des Oiseaux.

Dans beaucoup de groupes de Mammifères, le cerveau acquiert graduellement des circonvolutions plus nombreuses et augmente

ainsi en qualité et en quantité. Le cervelet et les lobes olfactifs, c'est-à-dire les parties inférieures du cerveau, ont même diminué de volume dans certains types. Les gros cerveaux restaient victorieux dans cette longue lutte pour l'existence, durant le tertiaire, comme c'est le cas encore aujourd'hui; et le pouvoir d'accroissement, conquis de cette manière, rendit inutiles beaucoup de conformations héritées des ancêtres, mais qui n'étaient plus adaptées aux nouvelles conditions d'existence.

Ici donc il est permis de conclure *à posteriori* que la *phyllogénie* explique l'*ontogénie;* il en est de même d'après Marsh, pour l'évolution *des dents et des pieds.* La forme primitive de la dent était un cône, ce que démontre l'observation de toutes les classes de Vertébrés inférieures aux Mammifères. Chaque pas en avant dans la différenciation des animaux est marqué par un changement dans les dents. Le plus connu est le passage d'une prémolaire dans la série des molaires accompagné d'un allongement de la couronne, ce qui permet souvent de décider à quel horizon du tertiaire appartient un animal. Les chevaux fossilés de cette période, par exemple, gagnèrent une dent molaire pour chaque doigt qu'ils perdirent. Le pied primitif du Mammifère était un pied plantigrade à cinq doigts : ce pied se modifie par la perte graduelle des doigts extérieurs et le développement des doigts médians. La réduction, conclut le naturaliste américain, procède suivant des méthodes systématiques particulières à chaque groupe. Des changements correspondants eurent lieu dans les os des membres, de façon à obtenir une plus grande rapidité dans la course, la force étant appliquée de façon à n'agir que dans le plan du mouvement.

M. Vogt, quoique fervent partisan de Darwin, puisqu'il est le premier qui ait émis ouvertement l'hypothèse de la descendance de l'homme, discute vivement les arguments invoqués par M. Haeckel et dont Darwin faisait le plus grand cas.

Telle est l'origine des Mammifères que Darwin et Haeckel faisaient sortir des Reptiles comme les Oiseaux. M. Vogt affirme l'impossibilité de cette descendance commune parce que les embryons des Mammifères prouvent, par l'apparition précoce

des arcs et des fentes branchiales, qu'il doit y avoir eu des prédécesseurs aquatiques qui se sont différenciés suivant deux directions différentes. « Nous ne pouvons, dit-il, chercher les ancêtres des Mammifères parmi les Amphibiens déjà différenciés. Nous devons nous reporter d'autant plus en arrière que la disparition si précoce des arcs branchiaux chez l'embryon a lieu dans un temps où les autres organes sont à peine ébauchés. Or la paléontologie nous abandonne ici complètement. »

M. Vogt s'efforce de démontrer qu'un changement d'organe ne peut avoir lieu que chez des formes larvaires ou chez des animaux adultes correspondant aux larves par leurs caractères embryonnaires, tels que la structure du squelette.

M. Vogt, plus positif que les autres darwinistes, convient: 1° que la création actuelle seule ne peut nous fournir aucun renseignement sur une descendance éventuelle; 2° que l'embryologie même resterait muette sur ce point s'il ne se développait des arcs branchiaux rudimentaires; 3° que les faits paléontologiques ne peuvent nous fournir aucune notion directe et positive quant aux *changements de fonctions* de l'appareil respiratoire, parce que la pétrification a détruit les parties molles.

Il reconnaît, en outre, contrairement aux affirmations des darwinistes, que le fil conduisant vers l'origine des Myriapodes et les Arachnides fait absolument défaut, parce que nous ne leur connaissons pas de forme larvaire aquatique comme on en trouve chez les Insectes et les Crustacés.

La création actuelle nous offre un seul criterium incontestable, c'est la conformation des pieds. *Tout ce qui dans la création actuelle possède des pieds pentadactyles respire de l'air par des poumons* : la paléontologie confirme absolument cette donnée comme elle démontre en somme que toute vie a pris son origine dans l'eau et spécialement dans la mer. Tout ce qui se trouve dans les terrains les plus anciens appartient exclusivement à la mer [1].

---

[1] *De l'origine des animaux terrestres*, Genève, 1881. M. Vogt s'attache à rechercher, dans ce travail, les preuves positives de l'origine aquatique de la vie animale. Il montre

Dans ses dernières études sur l'origine de l'homme, M. Vogt a démontré tout ce qu'il y a de hasardé et d'imaginaire dans la généalogie de M. Haeckel.

« Quand il s'agit d'établir la généalogie des êtres, dit-il, rien n'est obscur pour Haeckel; il sait tout! Depuis la monère amorphe jusqu'à l'homme parlant, toutes les étapes sont déterminées par induction, comptées au nombre de vingt ou de vingt-deux et placées dans les âges correspondants. Malheureusement cet arbre généalogique si complet, si bien agencé, n'a qu'un seul petit défaut, semblable à celui du cheval de Roland : *la réalité lui fait complètement défaut* comme la vie au cheval du paladin. Tous les échelons fossiles sont constitués par des êtres imaginaires dont on n'a jamais trouvé de traces. Si on ne les a pas trouvés, on les trouvera plus tard, ou bien ils étaient constitués de manière à ne pouvoir se conserver dans le sol ! »

C'est ainsi que M. Haeckel fabrique un prototype idéal des Vertèbres à l'instar de l'Amphioxus, qui n'a ni tête, ni cœur, ni cerveau, en développant un organe par ci, en supprimant un détail par là, et parfois même, comme le fait observer M. Vogt, en oubliant des organes essentiels. Quand on ne peut trouver de représentants actuels ou éteints des types nécessaires, on s'adresse à l'embryogénie en se fondant sur ce principe que l'ontogénie, ou l'évolution de l'individu, est la répétition sommaire de la phyllogénie ou de l'évolution de l'espèce. Malheureusement ici encore la nature se refuse, à chaque pas, à servir l'imagination du naturaliste créateur. Alors on a recours à l'*ontogénie abrégée ou falsifiée* pour établir quand même ses inductions morphologiques. « C'est ainsi, dit M. Vogt, que le développement ontogénique de l'homme et de tous les animaux qui ne veulent pas se plier à la théorie de la gastrula ou qui s'obstinent à user de l'orifice unique de l'invagination comme d'anus au lieu d'en faire une bouche, etc.,

---

que tous les *Vers* sans exception sont des respirateurs d'eau, ainsi que les Zoophytes et les Mollusques à l'exception de certaines espèces appartenant à la classe la plus élevée « les Gastéropodes. » Chez les *Arthropodes*, les Crustacés passent insensiblement à l'adaptation aérienne, qui devient complète chez les Myriapodes et les Insectes.

ne peut être que falsifié, c'est-à-dire, dévié de sa direction normale par une cause inconnue. C'est très commode, mais ce n'en est pas plus clair pour cela. »

M. Vogt démontre, par de récentes découvertes paléontologiques des naturalistes américains, que les Lémuriens, baptisés par M. Haeckel du nom de *Prosimiens* et qu'il considère comme la souche des singes d'où l'homme est sorti dans le continent hypothétique qualifié du nom de Lémurie, n'ont rien de commun avec les primates.

M. Vogt appliqua le premier le principe de Darwin à l'étude comparée de l'homme et du singe, avant que M. Haeckel eût essayé de prouver que ce principe s'étend à tous les êtres organisés. Or voilà qu'un différend des plus graves s'élève entre M. Haeckel et lui sur la question de savoir si l'homme descend d'un ancêtre des sapajous ou des anthropomorphes.

M. Vogt fait remarquer, en s'appuyant sur l'anatomie et l'embryologie comparée, que le développement du crâne du chimpanzé et de l'enfant accuse des lignes de plus en plus différentes depuis la naissance. L'étude des hommes *microcéphales* qui conservent les caractères transitoires du fœtus humain (cervelet non recouvert par les lobes postérieurs, scissure de Sylvius ouverte, cerveau lisse) nous ramène, suivant M. Vogt, vers la souche d'où le genre humain est sorti. Le cerveau, resté dans un état correspondant à une phase normalement passagère, doit représenter nécessairement aussi une phase permanente dans la série parente et ancestrale. Or cet état correspond à un degré très inférieur à celui que les primates occupent dans l'échelle des Vertébrés.

M. Virchow a visé récemment l'Église des darwinistes allemands, en déclarant carrément « *que l'on ne peut pas considérer comme un fait acquis à la science que l'homme descend du singe ou de tout autre animal, et que les progrès positifs de l'anthropologie préhistorique nous ont de plus en plus éloignés de la preuve de cette parenté.* » — « On ne connait pas un seul fait positif qui établisse qu'une génération spontanée ait jamais eu lieu, qu'une masse inorganique, même de la Société Carbone et Cie, se soit jamais transformée spontanément en masse organique. Ceux qui

disent le contraire sont contredits par les savants et non pas par les théologiens.

» Il est facile de dire : une cellule est formée de petites parties qu'on nomme *plastidules;* les plastidules sont à leur tour formées de charbon, d'hydrogène, d'oxygène et d'azote, et sont animées d'une âme particulière; cette âme est le produit ou la somme des forces que possèdent les atomes chimiques. Nous devons dire à l'instituteur : *N'enseignez pas cela;* car je ne puis reconnaître que nous soyons autorisés à introduire l'âme du plastidule dans l'enseignement. »

La vérité est que l'*entre-croisement des caractères,* d'où il résulte, par exemple, que le gorille, qui se rapproche le plus de l'homme par ses membres, s'en éloigne par la conformation du crâne et du cerveau, que le chimpanzé qui s'en rapproche par le crâne et les dents, l'orang par la forme de son cerveau, s'en éloignent par les membres, etc., empêchera toujours les zoologistes et les anatomistes de s'entendre sur un point quelconque de la généalogie animale du genre humain. Chaque fois que l'on croit avoir découvert un chainon intermédiaire entre deux espèces, deux familles ou deux classes, par le fait de certaines analogies, on s'aperçoit, après coup, que des caractères essentiels qui font défaut se retrouvent chez des êtres inférieurs auxquels manquent les autres analogies de structure. Ainsi MM. Huxley et Gegenbauer attribuent aux Oiseaux une souche absolument différente. M. Vogt est en désaccord avec M. Haeckel sur la nature de presque toutes les formes transitoires entre les classes des Vertébrés. L'anatomiste Semper a montré que les Annélides présentent des caractères embryologiques qui les rapprochent plus des Vertébrés que les Tuniciers et le célèbre amphioxus, parce qu'ils possèdent des organes segmentaires, une tête et un cerveau qui font absolument défaut dans les larves de ceux-ci. M. Vogt en conclut que, dans l'état actuel de nos connaissances, nous ne pouvons relier entre eux, quoi qu'en pense M. Haeckel, les Vertébrés, l'amphioxus et les Ascidies. S'il en est ainsi, nous sommes en droit de tirer les mêmes conclusions pour la plupart des transitions vivantes ou éteintes invo-

quées par les darwinistes; car les mêmes *desiderata*, c'est-à-dire les mêmes divergences et les mêmes entre-croisements de caractères, se reproduisent à tous les degrés de l'échelle des êtres. Broca, l'anthropologiste, a développé cette objection d'une façon fort judicieuse dans une étude sur le darwinisme publiée en 1870 dans la *Revue des cours scientifiques*.

La sélection naturelle, dit Broca, ne peut produire la divergence des caractères que par une série de ramifications dichotomiques et ne se prête pas à cette répartition irrégulière, à cet entre-croisement de caractères que l'on observe presque toujours dans les groupes les plus naturels. La sélection est en contradiction avec les faits: *elle n'est plus qu'un brillant mirage.*

Dans un discours prononcé à l'Académie royale de Belgique en décembre 1879, M. de Sélys-Longchamps a essayé de tourner la difficulté en revenant aux idées de Geoffroy Saint-Hilaire qui enseignait les transformations plus ou moins *rapides, sous l'influence du milieu et pendant la période embryonnaire*, où les plus petites forces intercurrentes peuvent amener des déviations considérables, comme on peut le constater tous les jours.

Voici comment raisonne M. de Sélys-Longchamps :

« Feu d'Omalius d'Halloy, pénétré du principe que la nature procède toujours par les moyens les plus simples, a constamment professé depuis 1830 l'idée du transformisme successif des formes déjà existantes sous l'influence des milieux et en harmonie avec eux. Si cette opinion qui gagne beaucoup de terrain est fondée, qu'il nous soit permis de dire sous quelles réserves nous pourrions l'adopter :

1° En ne perdant jamais de vue que bien des groupes ont dû s'éteindre complètement sans laisser de descendance modifiée.

2° En remarquant que l'étude des animaux fossiles nous paraît manifester, dans les genres et les espèces de chaque horizon géologique où chacun vivait, une régularité et une fixité relatives étendues à leurs nombreux individus, équivalentes à celles que nous constatons dans la nature actuelle, et qui ont porté Linné et son école à admettre la permanence des espèces.

3° Ne trouvant pas dans les formes fossiles la trace des irré-

gularités et de ces oscillations qui devraient se montrer, si les transformations avaient été individuelles, partielles et opérées insensiblement, nous arrivons à formuler une conjecture qui paraîtra probablement singulière, peut-être même excentrique, mais qui, à nos yeux, semble concilier les difficultés qui paraissent s'opposer, à des points de vue différents, à l'adoption de l'un ou de l'autre des deux systèmes radicaux en présence. Cette idée la voici :

» Lorsque les formes organiques sont modifiées au point de se différencier en ce que nous appelons groupes ou genres nouveaux..., et notamment lorsque l'organisation a été transformée en vue d'une adaptation spéciale (quelle qu'en ait été la cause efficiente), elle a dû, selon nous, s'opérer à un moment donné d'une façon en quelque sorte immédiate, par un processus régulier, appliqué à tout un ensemble d'individus, et non par tâtonnement et pour ainsi dire à l'aventure.

» Il y aurait eu dans la vie de beaucoup d'animaux et de plantes des époques marquées par une transformation importante et comparable, jusqu'à un certain point, aux métamorphoses inhérentes, dans la nature actuelle, à chaque individu de beaucoup d'insectes et d'animaux inférieurs, métamorphoses régulières s'il en fut, et qui s'accomplissent de la même manière dans chaque individu de l'espèce, quel qu'en soit le nombre et quelle que soit l'étendue géographique de leur habitation. »

Nous avons d'abord partagé cette manière de voir (1) qui a été développée récemment avec beaucoup de talent par un naturaliste américain, M. W.-H. Dall (2).

Comme Lyell l'avait fait en géologie, M. Dall montre comment l'accumulation lente de petites modifications peut amener des révolutions brusques en apparence, mais qui ne sont que des résultantes des phénomènes antérieurs inaperçus.

Malheureusement si l'observation physiologique actuelle basée sur le fait de la métamorphose semble confirmer cette hypo-

---

(1) REVUE CATHOLIQUE, *Un dogme matérialiste ou la doctrine de l'évolution*, 1874.
(2) *The American Naturalist*, 1877.

thèse, l'observation paléontologique ne la confirme guère dans tous les cas; car l'histoire des coquilles, des éponges et des ancêtres du cheval et des Ruminants semble plaider éloquemment à l'heure qu'il est en faveur de modifications lentes appréciables.

« Je regarde, dit M. Marsh, la sélection naturelle dans son sens le plus large, telle que la comprennent les évolutionnistes américains, comme la cause la plus puissante parmi celles qui ont déterminé des changements de structure chez les Mammifères, durant les périodes tertiaire et post-tertiaire. Je comprends sous ce chef, non seulement une lutte Malthusienne pour l'existence parmi les animaux eux-mêmes, mais encore le conflit tout aussi important avec les éléments et les milieux ambiants en général.

» Des émigrations, lentes dans quelques cas, rapides dans d'autres, sont forcément imposées par des changements dans les milieux ambiants, et le changement de localité doit nécessairement entraîner soit une adaptation aux nouvelles conditions, soit l'extinction. L'histoire de la vie des Mammifères tertiaires confirme ce principe pour chaque période, et aucune explication ne répond aux faits dans leur ensemble. » Nous ajouterons que le témoignage de l'histoire des Articulés et des Mollusques confirme celui de l'histoire des Mammifères en dépit de quelques hiatus explicables par les colonies.

Dans les immenses et savantes recherches qu'il poursuit depuis cinquante ans sur la paléontologie de l'État de New-York, M. James Hall [1] constate que le mouvement des *genres* et des *familles* a été en grande partie le même dans la série dévonienne de l'Amérique et de l'Europe : ce sont des formes analogues, jamais identiques peut-être, des variétés géographiques.

M. James Hall admet aussi sans restriction les divisions génériques établies en Bohême par M. Barrande, malgré les particularités propres à certains groupes américains comme les *Orthocères* et les *Gomphocères*.

---

[1] James Hall, *State geologist of New York*, Paleontology of the State of New York, tome V.

Un autre naturaliste américain, M. Packart, en étudiant à fond les caractères et la distribution géographique des *Phalénides*, a constaté une relation constante entre la faune arctique de l'Oural et de l'Altaï, des Alpes et de la Scandinavie, du Labrador, des Alleghany et des montagnes Rocheuses.

Il en conclut qu'on est forcé d'admettre que ces espèces ont pris naissance dans les régions circumpolaires, et qu'elles ont émigré vers le Sud à mesure que le refroidissement du globe limitait les climats chauds entre les tropiques. D'ailleurs les études du professeur Heer établissent que la flore de l'Europe miocène présente un caractère essentiellement américain [1].

« La présence si souvent réclamée à titre d'argument décisif, dit M. de Saporta, des plantes fossiles à peu près semblables aux nôtres et se rattachant en même temps à des formes éteintes incontestablement tertiaires, est aujourd'hui solidement établie par les travaux de Schimper, Doswald, Heer, en Suisse et dans le Groënland. »

« Les formes congénères, dit M. Packart, qui habitent d'une part en Europe et en Asie et de l'autre sur le versant pacifique de l'Amérique du Nord, sont les témoins d'une grande émigration qui s'est effectuée vers le sud à partir des régions polaires durant la période tertiaire.

» Depuis l'époque de cette migration de nombreux changements se sont opérés, de nombreuses extinctions se sont produites et expliquent suffisamment les nombreuses anomalies que l'on constate actuellement dans la distribution des êtres vivants.

» Les espèces cosmopolites sont évidemment les formes les plus anciennes, et celles qui occupent une position isolée et se trouvent aujourd'hui sur des points très éloignés les uns des autres doivent être considérées comme datant de périodes géologiques différentes. »

Les Américains oublient cependant de tenir compte de l'argument de Broca développé précédemment, et qui ne permet pas non plus d'accepter leur hypothèse sans arrière-pensée.

---

(1) *A Monography of the Geometric Moths or Phalenidae of the United States.*

Ils ne tiennent pas compte de l'argument physiologique tiré des observations de Quatrefages, de Flourens et de Naudin sur le croisement des races et des espèces, d'où il ressort que les espèces présentent entre elles des hiatus que l'on ne peut vaincre et qui ne pourraient pas exister si elles étaient sorties de souches communes par voie de différenciation lente.

Dans ses *Confins de la science et de la philosophie*, le R. P. Carbonnelle a fait ressortir toute la force de cet argument tiré des expériences physiologiques sur l'hybridation et le métissage.

Pour lui, le seul criterium de l'espèce gît dans la reproduction.

Il convient que l'argument tiré de la morphologie n'a qu'une valeur très relative, parce que les espèces nettement distinctes d'un même genre se ressemblent parfois beaucoup plus que des races d'une même espèce.

Mais si les espèces dérivaient les unes des autres par voie de différenciation, il faudrait trouver, à son avis, entre deux types ne reproduisant pas ensemble et constituant par conséquent deux espèces, des intermédiaires nombreux marchant constamment l'un vers l'autre par le fait de la loi de retour ou d'atavisme et tendant toujours à rétablir par la génération la chaine brisée par la sélection. A ce compte, les formes intermédiaires devraient être beaucoup plus nombreuses que les formes extrêmes constituant les espèces.

« Entre deux races quelconques A et F, par exemple, incapables de descendance commune, on devrait trouver, dit le P. Carbonnelle, une série d'autres races B, C, D, E dont les accouplements AB, BC, CD, DE, EF produiraient le métissage.

» Or, on ne connaît pas un seul cas où *un même type ait produit des métis avec deux autres types incapables de reproduire entre eux.*

» La série organique est, sous ce rapport, invariable et parfaitement discontinue. »

En effet, il faut bien convenir que les causes *accidentelles* de variation ne sont rien en comparaison de la cause *constante* et *intrinsèque* qui travaille sans cesse sous nos yeux à rétablir les types disparus.

Au point de vue exclusif des faits zoologiques actuels, il n'y a rien à répondre à cette argumentation, sinon que certaines races d'animaux s'isolent sous nos yeux en refusant de se reproduire avec la souche; tels sont les chats du Paraguay et les cochons d'Inde domestiques, qui refusent de se croiser avec la race sauvage; il est permis de se demander néanmoins s'il n'existe pas dans les organismes, à côté de cette cause constante de retour au type spécifique signalée par le P. Carbonnelle, une cause *constante* et *intrinsèque* de VARIATION qui l'emporte sur la première, dans certains cas encore indéterminés par les naturalistes.

Évidemment, nous rentrons dans le domaine de l'hypothèse, mais cette hypothèse est amplement justifiée par les faits invoqués dans la première partie de ce travail.

Qui nous prouve que cette immutabilité et cette absence d'intermédiaires, que nous constatons aujourd'hui pendant le moment sur lequel portent nos expériences, a toujours existé. La paléontologie semble nous crier le contraire, quand elle nous montre ces transitions innombrables entre des formes telles que les coquilles, les éponges et même les organismes les plus différenciés comme les Carnassiers, les Pachydermes et les Hipparions décrits par MM. Marsh et Gaudry ?

La paléontologie, l'anatomie et l'embryologie comparée nous offrent incontestablement le spectacle d'une évolution progressive de l'organisation dans le temps; il devient bien difficile, sinon impossible, au naturaliste qui observe par lui-même de croire encore aux créations et aux destructions brusques en présence des preuves écrasantes de la formation lente de la plupart des terrains où s'accuse la progression ou la différenciation des organismes.

Nous en concluons donc que si la *sélection naturelle* n'explique pas plus *l'origine des espèces* que les autres hypothèses, les données de la science nous fournissent aujourd'hui de très fortes présomptions en faveur du *transformisme*, de *la doctrine de l'évolution.*

Mais le *pourquoi* de ce grand phénomène nous échappe et nous échappera peut-être toujours, comme toutes les *causes finales.*

Il n'est donc pas permis d'affirmer, au nom de la science, que le problème de l'origine des êtres se résout dans l'accomplissement pur et simple d'une loi naturelle, comme il serait téméraire d'affirmer, au nom de la religion, l'intervention continue du Créateur dans la série des temps géologiques, où nous voyons se dérouler insensiblement d'étage en étage les différentes phases de l'histoire de la vie.

Indépendamment de toute idée préconçue ou arrêtée, l'on ne peut méconnaître l'immense service que Darwin a rendu aux sciences biologiques en y introduisant l'idée de l'*évolution* qui jusqu'alors, il faut bien en convenir, n'avait pu conquérir encore son droit de cité, en dépit des efforts du génie allemand et français. Il suffit de lire aujourd'hui un traité d'anatomie comparée, comme celui de Gegenbaüer, par exemple, ou de paléontologie, comme celui de Gaudry, pour se convaincre de la fécondité de ce principe qui, en rattachant d'innombrables séries de phénomènes incohérents jusqu'alors, a imprimé à l'étude de la nature un intérêt palpitant. On a beau dire, le but le plus élevé des sciences d'observation consiste en des connaissances générales d'une nature philosophique. L'esprit humain se résigne plus aisément à descendre dans les dédales de l'organisation de la matière, quand il espère y trouver la clef du mystère de la vie et des origines de l'univers : c'est ce que les plus puissants penseurs qui se sont illustrés dans les sciences, comme Kant et Leibnitz, avaient parfaitement compris.

En terminant cette étude, nous sommes heureux de pouvoir maintenir intégralement les conclusions que nous avons formulées dans la *Revue catholique* de Louvain en 1874.

Les rationalistes avouent qu'il est impossible d'échapper au miracle de la création si l'on n'admet pas la transmutation des espèces ([1]). Voilà pourquoi ils adoptent sans hésiter les théories

---

([1]) S'il se présente un moyen de bannir de la nature la finalité, le savant doit le saisir avec empressement. La découverte de la *sélection naturelle* nous fournit ce moyen; par conséquent nous l'acceptons jusqu'à nouvel ordre. En nous tenant à cette doctrine, nous pouvons éprouver un sentiment analogue à celui du naufragé qui tout à l'heure se voyait

les plus conjecturales, sans voir que ces théories confirment en réalité la nécessité et l'existence de ce miracle. En effet, l'origine de la matière et du premier être, le développement merveilleux des espèces, s'adaptant d'elles-mêmes à leurs milieux divers, impliquent toujours l'existence d'un principe intelligent, créateur et législateur de l'univers. C'était d'ailleurs l'opinion de Darwin.

En attribuant au genre humain une origine bestiale, les matérialistes espèrent ravaler l'homme au niveau de la brute : ils se trompent. Quand bien même on leur concéderait que le corps humain n'est pas le produit d'une création à part, leur but ne serait point du tout atteint. La noblesse de l'homme ne réside pas dans cette matière qui passe et se décompose sans cesse. S'il ne descend pas d'un organisme préexistant, l'homme n'en est pas moins, quant au corps, un véritable animal, qui ne diffère des autres animaux que par des caractères anatomiques très secondaires. Il a tous les organes des Vertébrés, dont il est le type ; il se nourrit, se développe et se reproduit absolument de la même façon, il diffère beaucoup moins du singe, au point de vue anatomique et physiologique, que le singe ne diffère de l'oiseau et du reptile. Peu importe donc au point de vue physique la question d'*origine,* puisque la question de *nature* est tranchée par la science. Ce sont là des vérités élémentaires, mais qu'il est bon de rappeler, tant pour empêcher la diffusion de certaines idées erronées que pour montrer à nos adversaires que nous redoutons peu une discussion loyale.

Le vrai terrain de la discussion n'appartient pas au domaine de l'histoire naturelle ; il est essentiellement philosophique. Et quand on démontre l'existence d'une âme responsable et libre, on creuse entre l'homme et le singe un abîme que les découvertes de la science ne parviendront jamais à combler (1).

En résumé, les découvertes de la biologie nous amènent à

---

perdu sans ressources et qui maintenant s'est cramponné à une planche et se laisse porter par elle sur les eaux; quand il n'y a qu'à choisir entre la planche et le fond de l'eau, l'avantage est bien positivement du côté de la planche. — (Congrès des naturalistes et des médecins allemands tenue à Leipzig. Discours de M. du Bois-Reymond.)

(1) *Revue catholique*, t. XI, 1874.

reconnaître aujourd'hui l'exactitude des idées de Descartes sur l'organisme et la distinction si spirituellement établie par Xavier de Maistre, entre l'animal et le moi, c'est-à-dire entre le corps et l'âme. Que notre animal soit transfiguré en quelque sorte par le rayonnement de l'âme, nous l'admettons volontiers. Mais la bête n'en existe pas moins, et il nous suffit de descendre en nous-mêmes et de jeter un regard autour de nous pour en être convaincus. La vie de l'homme n'est qu'une lutte incessante entre ces deux puissances ennemies : l'âme qui l'attire vers Dieu par le sens du beau et du vrai, et le corps qui tend à le replonger sans cesse dans la bestialité ; au fond la lutte entre le bien et le mal qui forme la trame de notre histoire est tout entière dans cet antagonisme des forces volontaires de l'esprit et des énergies nécessaires de la matière. Si le *combat pour la vie* constitue le seul élément de progrès dans les sociétés animales, il n'en est point de même dans l'humanité, où l'avènement de la *conscience* a fait surgir une lutte nouvelle pour le progrès et la liberté dont les matérialistes seuls osent nier ouvertement l'existence.

SUR LE PROBLÈME DE FORMER UN CARRÉ EN AJOUTANT UN CUBE A UN NOMBRE DONNÉ

PAR

le P. PEPIN, S. J.

---

1. M. l'amiral de Jonquières a donné sur ce sujet, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (t. XVII, 2e série, p. 374), des théorèmes remarquables que l'on peut réunir dans l'énoncé suivant :

L'équation $x^3 + a = y^2$ est impossible dans les cas suivants :

I. Lorsque $a = c^3 - 4$, c étant un nombre (positif ou négatif) de l'une des formes $8l + 1$, $8l + 5$, $8l + 7$;

II. Lorsque $a = c^3 - 4^\alpha$, l'exposant α étant > 1 et c désignant un nombre entier de l'une des formes $8l + 3$, $8l + 5$, $8l + 7$;

III. Lorsque $a = 8(2d + 1)^2 - 1$, d étant un nombre entier quelconque.

En suivant la méthode ingénieuse de l'auteur, on peut donner à ces théorèmes une plus grande extension ; on peut aussi démontrer d'autres théorèmes analogues. C'est ce que je me propose de faire après avoir rappelé quelques théorèmes dont nous aurons lieu de faire un fréquent usage.

2. Le produit d'un nombre $8l + \alpha$ par un nombre de même forme est de la forme $8m + \alpha^2$; si donc α est un nombre impair,

ce produit est de la forme $8l + 1$. D'ailleurs le produit d'un nombre $8l + 1$ par un nombre $8l + \alpha$ est de la forme $8l + \alpha$. Il résulte de là que :

I. *Un nombre positif dont tous les facteurs sont de l'une des deux formes* $8l + 1$, $8l + \alpha$, *α désignant l'un des trois nombres* 3, 5 *ou* 7, *est lui-même de l'une de ces deux formes, savoir de la forme* $8l + 1$, *lorsqu'il renferme un nombre pair de facteurs premiers* $8l + \alpha$, *et de la forme* $8l + \alpha$, *lorsqu'il en renferme un nombre impair.*

On déduit de là les théorèmes suivants :

II. *Tout nombre impair* $8l + 3$ *renferme nécessairement, ou bien un facteur premier* $8l + 3$, *ou bien deux facteurs premiers, l'un de la forme* $8l + 5$ *et l'autre de la forme* $8l + 7$.

III. *Tout nombre impair* $8l + 5$ *renferme nécessairement, ou bien un facteur premier* $8l + 5$, *ou bien deux facteurs premiers, l'un de la forme* $8l + 3$ *et l'autre de la forme* $8l + 7$.

IV. *Tout nombre* $8l + 7$ *renferme nécessairement, ou bien un facteur premier de même forme, ou bien deux facteurs premiers, l'un de la forme* $8l + 3$ *et l'autre de la forme* $8l + 5$.

Comme ces trois théorèmes se démontrent de la même manière, nous nous bornerons au premier. Soit donc N un nombre positif $8l + 3$ et supposons qu'il ne renferme aucun facteur premier de même forme; je dis qu'il renferme nécessairement un facteur premier $8l + 5$ et un facteur premier $8l + 7$. En effet, s'il ne renfermait pas de facteur premier $8l + 5$, tous ses facteurs premiers appartiendraient aux deux formes $8l + 1$, $8l + 7$, de sorte qu'il serait lui-même de l'une de ces deux formes (I). De même s'il ne renfermait pas de facteur premier $8l + 7$, tous ses facteurs premiers seraient compris dans les deux formes $8l + 1$, $8l + 5$, et il serait lui même de l'une de ces deux formes.

A ces théorèmes, nous joindrons les suivants :

V. *Un nombre premier* $4l + 3$ *ne peut diviser une somme de deux carrés premiers entre eux.*

VI. *Aucun nombre premier de l'une des deux formes* $8l + 3$, $8l + 5$ *ne peut diviser la formule* $y^2 - 2b^2$ *sans diviser en même temps* y *et* b.

VII. *Aucun nombre premier de l'une des deux formes* $8l + 5$, $8l + 7$ *ne peut diviser la formule* $y^2 - 2b^2$ *sans diviser en même temps* y *et* b.

2. Lorsqu'on prend $a = c^3 - 4^{\alpha} b^2$ on peut mettre l'équation

(1) . . . . $x^3 + a = y^2$

sous la forme suivante :

(2) . . $y^2 + (2^{\alpha} b)^2 = x^3 + c^3 = (x + c)(x^2 - cx + c^2)$.

Supposons que b soit un nombre impair, n'ayant que des facteurs premiers $4l + 1$, et que c soit un nombre positif ou négatif, de l'une des trois formes $8l + 1$, $8l + 3$, $8l + 7$, si $\alpha = 1$, et de l'une des trois formes $8l + 3$, $8l + 5$, $8l + 7$, lorsque α est > 1. Il résulte de cette forme du nombre c que x est nécessairement impair ; car si x était pair, on déduirait de la formule (2) que c est de la forme $8l + 5$, lorsque $\alpha = 1$, et de la forme $8l + 1$, lorsque α est > 1, ce qui est contraire à l'hypothèse. Les deux nombres c et x étant impairs, on a

$$x^2 - cx + c^2 = \left(\frac{x + c}{2}\right) + 3\left(\frac{x - c}{2}\right)^2,$$

et de plus y doit être pair, de sorte que $x + c$ est divisible par 4, le nombre $\frac{x+c}{2}$ est pair, tandis que le nombre $\frac{x-c}{2}$ est impair. On déduit par conséquent de la dernière formule que le facteur $x^2 - cx + c^2$ est de la forme $4l + 3$. Comme ce facteur est positif, il admet nécessairement un nombre impair de diviseurs premiers de la même forme $4l + 3$, et ces nombres premiers divisant $y^2 + (2^{\alpha} b)^2$ devraient diviser chacun des deux nombres y et b (V), ce qui est impossible, puisque nous supposons que tous les facteurs premiers du nombre b sont de la forme $4l + 1$. Donc

THÉORÈME I. *L'équation* $x^3 + a = y^2$ *est impossible en nombres entiers, lorsque* a *est un nombre impair,* $c^3 - 4^{\alpha} b^2$, b *et* c *désignant deux nombres impairs, positifs ou négatifs, dont le premier*

n'admet aucun diviseur $4l + 3$ *et dont le second est de l'une des formes* $8l + 1, 3, 7$, *si* $\alpha = 1$, *et de l'une des formes* $8l + 3, 5, 7$, *si* α *est* > 1.

En réduisant b à l'unité, nous obtenons les théorèmes I et II (n° 1) de M. de Jonquières.

4. Si l'on prend $a = 8c^3 - b^2$, l'équation (1) devient

$$(3) \quad . \quad . \quad y^2 + b^2 = x^3 + 8c^3 = (x + 2c)(x^2 - 2cx + 4c^2).$$

Supposons b et c impairs. Comme le second membre ne peut être pair sans être multiple de 8, tandis que le premier est de l'une des formes $4l + 2, 8l + 5, 8l + 1$, suivant que y est impair ou renfermé dans l'une des formes $4l + 2, 4l$, le nombre x doit être impair et, par conséquent, y pair. Le facteur

$$x^2 - 2cx + 4c^2 = (x - c)^2 + 3c^2$$

est donc de la forme $4l + 3$, et comme il est positif il admet nécessairement un diviseur premier de même forme. Il en est de même pour l'autre facteur $x + 2c$, puisque le produit des deux facteurs est un nombre positif et de la forme $4l + 1$, savoir $y^2 + b^2$. Les deux facteurs premiers $4l + 3$ de $x + 2c$ et de $(x - c)^2 + 3c^2$ diviseraient la somme $y^2 + b^2$, et l'on conclut du théorème V (n° 2), qu'ils diviseraient chacun de deux nombres y et b, ce qui est impossible, si b n'admet aucun facteur premier de la forme $4l + 3$.

L'impossibilité de l'équation (3) subsiste, dans l'hypothèse énoncée, lorsque b est premier avec 3 et qu'il ne renferme pas au moins deux facteurs premiers, égaux ou inégaux, de la forme $4l + 3$. En effet, si la forme $4l + 3$ commune aux deux nombres $x + 2c$, $(x - c)^2 + 3c^2$ n'est pas due à un diviseur commun $4l + 3$, elle est due à deux facteurs premiers, inégaux, de cette même forme $4l + 3$, et ces deux facteurs doivent diviser le nombre b. Si, au contraire, cette forme provient d'un facteur commun $p = 4l + 3$, on a en même temps.

$$x + 2c \equiv 0, \quad (x - c)^2 + 3c^2 \equiv 0 \pmod{p},$$

et, en éliminant x, on en déduit

$$12c^2 \equiv 0 \quad (\text{mod. } p).$$

Si donc p est premier avec 3, il doit diviser c et, conséquemment, x, de sorte que y^2 et b^2 sont divisibles par p^3, ce qui exige que b soit divisible par p^2. L'équation (3) est donc impossible, si b n'est divisible ni par 3, ni par deux facteurs premiers, égaux ou inégaux, de la forme $4l + 3$. Donc :

Théorème II. *Soit* b *un nombre premier avec* 3 *et ne renfermant pas deux facteurs, égaux ou inégaux, de la forme* $4l + 3$; *si l'on prend* $a = 8(2d + 1)^3 - b^2$, *en désignant par* d *un nombre entier quelconque, il est impossible de former un carré en ajoutant un cube quelconque au nombre* a.

Lorsqu'on fait $b = 1$ dans ce théorème, on obtient le théorème III du n° 1, dû à M. de Jonquières. En donnant à b et à d des valeurs particulières, on trouve des théorèmes analogues à ceux que Fermat a énoncés dans sa correspondance avec Frenicle et avec le chevalier Digby. Soit $d = 0$, $b = 5$, ce qui donne $a = -17$, on a ce théorème :

Si l'on ajoute 17 *successivement aux carrés* 1, 4, 9, 16, 25, *etc., aucune des sommes obtenues n'est égale à un cube.*

Les valeurs $d = 1$, $b = 13$ donnent $a = 47$. Donc :

Aucun cube ne devient égal à un carré, lorsqu'on lui ajoute 47.

En prenant $d = 0$, $b = 7$, on a $a = -41$. Donc :

Il est impossible de former un cube en ajoutant 41 *à un carré.*

5. Posons $a = 8c^3 - 2b^2$, en désignant par c un nombre positif ou négatif $4k + 1$, et par b un nombre impair, n'admettant aucun facteur premier $8l + 5$ ou $8l + 7$. L'équation (1) devient

$$(4) \quad . \quad . \quad y^2 + 2b^2 = x^3 + 8c^3 = (x + 2c)\left[(x - c)^2 + 3c^2\right].$$

Les deux nombres x et y doivent être impairs, car autrement le premier membre serait de la forme $4l + 2$, tandis que le second serait multiple de 8. Le premier membre de l'équation (4) est donc de la forme $8l + 3$, ce qui exige que x soit de même

forme. Comme par hypothèse $c = 4k + 1$, on a

$$x + 2c = 8m + 5.$$

D'ailleurs $x + 2c$ est positif, puisque, multiplié par un nombre positif $(x - c)^2 + 3c^2$, il donne un produit positif $y^2 + 2b^2$. Le facteur $x + 2c$ est donc divisible par quelque nombre premier de l'une des deux formes $8l + 5$, $8l + 7$ (nº 2, III); comme ce facteur ne peut diviser $y^2 + 2b^2$ sans diviser y et b (nº 2, VII), l'équation (4) est impossible lorsqu'on suppose que b ne renferme aucun facteur premier $8l + 5$ ou $8l + 7$.

L'équation (4) est encore impossible lorsque b renferme un facteur de l'une de ces deux formes, pourvu qu'il n'en admette pas plus d'un. Car dans le cas actuel $(x - c)$ est de la forme $4l + 2$ et, par conséquent, le nombre $(x - c)^2 + 3c^2$ est de la forme $8l + 7$. Ce nombre admet donc nécessairement quelque facteur premier de l'une des deux formes $8l + 7$ ou $8l + 5$ (nº 2, IV). Or ce facteur, que nous désignerons par p, ne peut être le même que celui qui figure dans $x + 2c$ qu'autant qu'il serait diviseur commun de c et de x; car nous avons vu plus haut (nº 4) que les deux nombres $x + 2c$ et $(x - c)^2 + 3c^2$ ne peuvent avoir aucun facteur premier commun, autre que 3 et les diviseurs communs de x et de $2c$. Si le facteur p est diviseur commun des deux nombres x et c, $y^2 + 2b^2$ est divisible par p^3 et par conséquent y et b sont divisibles par p^2. Si, au contraire, p n'est pas diviseur commun de x et de c, ce facteur n'est pas égal à celui qui donne au nombre $x + 2c$ sa forme $8l + 5$, de sorte que b est divisible par deux facteurs premiers inégaux compris dans les deux formules $8l + 5$, $8l + 7$. Donc :

Théorème III. *Désignons par* c *un nombre positif ou négatif, de la forme* 4k + 1, *et par* b *un nombre impair, ne renfermant pas deux diviseurs premiers, égaux ou inégaux, compris dans les formes linéaires* 8l + 5, 8l + 7. *Si nous prenons* $a = 8c^3 - 2b^2$, *l'équation*

$$x^3 + a = y^2$$

est impossible en nombres entiers.

Soit $c=b=1$ et conséquemment $a=6$; on obtient un théorème démontré par M. de Jonquières dans le mémoire cité:

On ne peut obtenir aucun carré en ajoutant 6 unités à un cube.

Si l'on prend $c=1, b=3$, ce qui donne $a=-10$, on obtient le théorème suivant :

Si l'on ajoute 10 unités aux carrés 1, 4, 9, 16, 25,.... aucune des sommes obtenues n'est égale à un cube.

Lorsque la valeur $c=5$ est combinée avec les valeurs 21 et 23 de b, le nombre a prend les deux valeurs respectives $a=118$ et $a=-58$. On a donc ces deux théorèmes:

Aucun carré n'est égal à un cube augmenté de 118.

Aucun cube n'est égal à un carré augmenté de 58.

8. En mettant la valeur de a sous la forme $8c^3+2b^2$ on est conduit à un théorème semblable au précédent, avec cette différence que c doit être de la forme $4k+3$, positif ou négatif, et que b doit être premier avec 3 et ne doit pas contenir deux facteurs premiers, égaux ou inégaux, compris dans les formules $8l+3$, $8l+5$. Pour le démontrer nous devons considérer l'équation

$$(5) \quad . \quad . \quad y^2-2b^2=x^3+8c^3=(x+2c)\left[(x-c)^2+3c^2\right].$$

On reconnait, comme dans le cas précédent, que x et y sont nécessairement impairs, et que x est de la forme $8l+7$, de sorte que $x+2c$ est de la forme $8l+5$. Il résulte de là que le nombre $(x-c)^2+3c^2$ est de la forme $8l+3$, parce que, multiplié par $x+2c$, qui est de la forme $8l+5$, il donne un produit y^2-2b^2, de la forme $8l+7$. C'est du reste ce que l'on constate directement, en remarquant que

$$x-c=8l+7-4k-3=4(2l-k+1).$$

Le nombre $(x-c)^2+3c^2$, étant positif et compris dans la formule $8l+3$, admet nécessairement un facteur premier de l'une des deux formes $8l+3$, $8l+5$. Quant au nombre $x+2c$, il peut être négatif; mais sa valeur numérique étant de l'une des deux formes $8l\pm3$, on conclut des théorèmes II et III du n° 2, qu'il admet au moins un facteur premier de l'une des deux formes $8l+3$, $8l+5$.

Les deux diviseurs premiers $8l \pm 3$ dont nous venons de constater l'existence peuvent être égaux à un même nombre premier p; mais dans ce cas, le nombre p doit diviser $12c^2$ (n° 4), de sorte que, s'il diffère de 3, il doit diviser c et conséquemment x. Le nombre $y^2 - 2b^2$ est alors divisible par p^3. Mais comme aucun nombre premier de l'une des deux formes $8l + 3$, $8l + 5$ ne peut diviser $y^2 - 2b^2$ sans diviser y et b (n° 2, VI), le nombre b est alors divisible par p^2, tandis que dans l'autre hypothèse il admet deux facteurs premiers inégaux, compris dans les formules $8l + 3$, $8l + 5$. Donc :

Théorème IV. *Soit* b *un nombre impair, premier avec* 3 *et ne renfermant pas deux facteurs premiers, égaux ou inégaux, compris dans les formules* $8l + 3$, $8l + 5$, *et* c *un nombre* $4k + 3$. *Si* $a = 8c^3 + 2b^2$, *l'équation*

$$x^3 + a = y^2$$

est impossible en nombres entiers.

En prenant $c = -1$, $b = 1$, on trouve $a = -6$. Donc :

Il est impossible d'obtenir un cube en ajoutant 6 *à un carré.*

Les valeurs $c = -5$, $b = 23$ donnent $a = 58$. Donc :

Il est impossible de former un carré en ajoutant 58 *à un cube.*

Soit $c = -1$, $b = 5$; on trouve $a = 42$. Donc :

On ne peut obtenir aucun carré en ajoutant 42 *à un cube.*

7. Soit $a = 64c^3 - 2b^2$, b et c désignant deux nombres impairs. L'équation (1) prend la forme suivante :

$$(6) \qquad y^2 + 2b^2 = x^3 + 64c^3 = (x + 4c)\left[(x - 2c)^2 + 12c^2\right].$$

Pour la même raison que dans les deux cas précédents, x et y doivent être impairs, de sorte que le premier membre de l'équation étant de la forme $8l + 3$, x doit être de cette même forme. Le nombre c étant impair, $x + 4c$ est de la forme $8l + 7$ et $(x - 2c)^2 + 12c^2$ de la forme $8l + 5$. Chacun des deux facteurs du dernier membre de l'équation (6) admet donc un diviseur premier de l'une des deux formes $8l + 5$, $8l + 7$ (n° 2, III

et IV); et comme aucun nombre premier de l'une de ces deux formes ne peut diviser $y^2 + 2b^2$ sans diviser en même temps y et b (n° 2, VII), le nombre b doit être divisible par ces deux diviseurs. Ceux-ci sont en général inégaux; ils ne peuvent être égaux à un même nombre premier p que dans le cas où p est diviseur commun de c et de x (n° 4). Mais alors $y^2 + 2b^2$ est divisible par p^3, ce qui exige que b et y soient divisibles par p^2. Le nombre b doit donc renfermer deux facteurs premiers, égaux ou inégaux, compris dans les formules $8l + 5$, $8l + 7$. Donc:

THÉORÈME V. *Soient* b *et* c *deux nombres impairs, positifs ou négatifs, dont le premier ne renferme pas plus d'un facteur premier, compris dans les deux formules* $8l + 5$, $8l + 7$. *Si*

$$a = 64c^3 - 2b^2,$$

l'équation

$$x^3 + a = y^2$$

n'admet aucune solution en nombres entiers.

En combinant la valeur 1 de c avec les valeurs 3, 5 et 7 de b, on obtient pour a les valeurs 46, 14 et — 34. Donc:

Il est impossible d'obtenir aucun carré en ajoutant 14 *ou* 46 *à un cube.*

On ne peut former aucun cube en ajoutant 34 *à un carré.*

8. Lorsqu'on prend $a = 64c^3 + 2b^2$, on obtient un théorème analogue au précédent au moyen de l'équation

$$(7) \quad . \ . \quad y^2 - 2b^2 = x^3 + 64c^3 = (x + 4c)[(x - 2c)^2 + 12c^2].$$

Le nombre b étant supposé impair, les deux nombres x et y sont aussi impairs, de sorte que le premier membre de cette équation étant de la forme $8l + 7$, le nombre x doit être de la même forme. Si l'on suppose en outre que c soit impair, $x + 4c$ est de la forme $8l + 3$, et $(x - 2c)^2 + 12c^2$ de la forme $8l + 5$. Le nombre $x + 4c$ peut être négatif; mais, dans tous les cas, sa valeur numérique est de l'une des deux formes $8l + 3$, $8l + 5$, et l'on déduit des théorèmes II et III du n° 2 qu'il admet nécessairement quelque diviseur premier de l'une

des deux formes $8l + 3$ ou $8l + 5$. Il en est de même du nombre $(x - 2c)^2 + 12c^2$ (n° 2, III). Comme aucun nombre premier de l'une de ces deux formes ne peut diviser $y^2 - 2b^2$ sans diviser y et b (n° 2, VI), le nombre b doit admettre chacun de ces deux diviseurs. Ceux-ci sont en général inégaux, et lorsqu'ils sont égaux, leur valeur commune est égale à 3 ou à quelque diviseur premier p, commun aux deux nombres x et c. Mais, dans ce dernier cas, $y^2 - 2b^2$ est divisible par p^3, de sorte que les deux nombres y et b sont divisibles par p^2. L'équation (7) est donc impossible dans les deux cas suivants : 1° lorsque b et c sont deux nombres impairs, n'ayant aucun facteur commun de l'une des deux formes $8l + 3$, $8l + 5$, et que b ne renferme pas au moins deux facteurs premiers inégaux, compris dans les formules $8l + 3$, $8l + 5$; 2° lorsque b et c, ayant un facteur commun de l'une de ces deux formes, b n'est divisible ni par le carré de ce facteur, ni par deux nombres premiers inégaux, compris dans les mêmes formes. Donc :

Théorème VI. *Soient* b *et* c *deux nombres impairs, positifs ou négatifs, et* $a = 64c^3 + 2b^2$. *Si* b *n'admet pas au moins deux facteurs premiers, égaux ou inégaux, compris dans les formules* $8l + 3$, $8l + 5$, *et si, lorsque parmi les facteurs de* b *il n'y en a que deux compris dans ces formules, ces deux facteurs sont égaux entre eux et premiers avec* c, *l'équation*

$$x^3 + a = y^2$$

n'admet pas de solution en nombres entiers.

En combinant $c = -1$ avec les valeurs 3, 5 et 7 de b, on obtient pour a les valeurs respectives -46, -14, 34. Donc :

On ne peut obtenir aucun cube en ajoutant à un carré l'un des nombres 14 *ou* 16.

Il est impossible de former un carré en ajoutant 34 *à un cube.*

9. Les formes $x^2 + y^2$, $x^2 \pm 2y^2$ ne sont pas les seules qui conduisent à des cas généraux d'impossibilité pour l'équation $x^3 + a = y^2$; on obtient des théorèmes analogues aux précé-

dents, au moyen des formes $x^2 - 3y^2$, $x^2 \pm 6y^2$, en ayant égard aux propriétés suivantes de leurs diviseurs :

I. *Aucun nombre premier* $12l + 7$ *ne peut diviser* $x^2 - 3y^2$ *sans diviser en même temps* x *et* y.

En effet, tout nombre premier $p = 12l + 7$ est résidu quadratique de 3, et l'on conclut par la loi de réciprocité de Legendre que 3 est non-résidu quadratique de p. Or, si p divisait $x^2 - 3y^2$ sans diviser x et y, 3 serait résidu quadratique de p.

II. *Aucun nombre premier* $24l + 13$ *ne peut diviser l'un des nombres* $x^2 + 6y^2$, $x^2 - 6y^2$ *sans diviser en même temps* x *et* y.

Car 3 étant résidu quadratique de tout nombre premier $24l + 13$, tandis que 2 et -2 en sont non-résidus, les deux nombres 6 et -6 sont non-résidus quadratiques de $24l + 13$.

III. *Aucun nombre premier* $24l + 7$ *ne peut diviser* $x^2 - 6y^2$ *sans diviser en même temps* x *et* y.

On le déduit de ce que 6 est non-résidu quadratique de tout nombre premier $24l + 7$. De même, de ce que -6 est non-résidu quadratique de tout nombre premier $24l + 19$, on conclut :

IV. *Aucun nombre premier* $24l + 19$ *ne peut diviser* $x^2 + 6y^2$ *sans diviser en même temps* x *et* y.

Nous joindrons à ces théorèmes la propriété suivante de la fonction $x^3 + y^3$.

V. *Si l'on désigne par* x *et* y *deux nombres entiers, premiers entre eux, les facteurs premiers de la fonction*

$$\frac{x^3 + y^3}{x + y} = x^2 - xy + y^2$$

sont exclusivement des nombres premiers $6l + 1$, *et le nombre* 3 *quand* $x + y$ *est divisible par* 3.

10. Soit d'abord $a = 8c^3 + 3b^2$. L'équation (1) devient

(8) . $y^2 - 3b^2 = x^3 + 8c^3 = (x + 2c)\left[(x - c)^2 + 3c^2\right].$

Supposons b impair et premier avec 3. Le premier membre

de l'équation est de l'une des formes $4l + 2$, $8l + 1$ ou $8l + 5$, suivant que y est impair ou de l'une des deux formes $4l + 2$, $4l$; le second membre, au contraire, ne peut être pair sans être multiple de 8. Il est donc nécessaire que x soit impair et y pair. De ce que b est premier avec 3, il résulte que le second membre de l'équation (8) est aussi premier avec 3, car il ne peut être multiple de 3 sans l'être de 9, tandis que le premier membre ne peut pas être divisible par 9.

Désignant par m le plus grand diviseur commun des deux nombres x et c, posons $x = mt$, $c = me$, et, par conséquent,

$$x^3 + 8c^3 = m^3(t^3 + 8e^3) = m^3(t + 2e)\left[(t - e)^2 + 3e^2\right].$$

Supposons de plus c et conséquemment e impairs. Les deux nombres t et e étant impairs, le nombre $(t - e)^2 + 3e^2$ est de la forme $4l + 3$; et comme il est premier avec 3, tous ses diviseurs sont de la forme $6l + 1$ (n° 9, V). Il admet donc nécessairement quelque facteur premier compris en même temps dans les deux formules $6l + 1$, $4l + 3$ et, conséquemment, dans la formule $12l + 7$. Or, ce facteur ne peut diviser $y^2 - 3b^2$ sans diviser en même temps y et b (n° 9, I). L'équation (8) est donc impossible si b n'admet aucun diviseur premier $12l + 7$. Donc :

Théorème VII. *Soient* b *et* c *deux nombres impairs, positifs ou négatifs, dont le premier,* b, *n'est divisible ni par 3 ni par aucun nombre premier* $12l + 7$. *Si l'on prend* $a = 8c^3 + 3b^2$, *l'équation*

$$x^3 + a = y^2$$

n'est pas résoluble en nombres entiers.

En combinant $b = 1$ avec les valeurs $c = -1$, $c = 1$, on obtient pour a les deux valeurs respectives -5 et 11. Donc :

Dans la suite indéfinie des carrés 1, 4, 9, 16, 25, ... *il ne s'en trouve aucun qui devienne égal à un cube, quand on lui ajoute* 5 *unités.*

Dans la suite indéfinie des cubes 1, 8, 27, 64, ... *il n'en est aucun qui devienne un carré, lorsqu'on l'augmente de* 11 *unités.*

11. En prenant $a = 64c^3 \pm 6b^2$, on peut donner à l'équation (1) la forme suivante :

$$(9) \quad . \quad . \quad y^2 \mp 6b^2 = x^3 + 64c^3 = (x+4c)\left[(x-2c)^2 + 12c^2\right].$$

Nous supposons b impair et premier avec 3. De ce que b est premier avec 3, on déduit, comme dans le cas précédent, que $x^3 + 64c^3$ est aussi premier avec 3. On reconnaît aussi, par la considération du module 8, que x et y sont nécessairement impairs. Désignons par m le plus grand diviseur commun des deux nombres c et x, et posons $x = mt$, $c = me$, ce qui donne

$$(x-2c)^2 + 12c^2 = m^2\left[(t-2e)^2 + 12e^2\right].$$

Si c est impair, les deux nombres t et e sont impairs et premiers entre eux, de sorte que le nombre $(t-2e)^2 + 12e^2$ est de la forme $8l + 5$, et conséquemment il renferme nécessairement ou bien un facteur premier $8l + 5$ ou bien deux facteurs premiers, l'un de la forme $8l + 3$, l'autre de la forme $8l + 7$. D'ailleurs, t et $4e$ étant premiers entre eux, ces facteurs sont en même temps de la forme $6l + 1$; ils sont donc respectivement compris dans les formules $24l + 13$, $24l + 19$, $24l + 7$. Si donc nous supposons b et c impairs et de plus b premier avec 3, le second membre de l'équation (9) est nécessairement divisible ou bien par un nombre premier $24l + 13$, ou bien par deux nombres premiers compris respectivement dans les deux formules $24l + 19$, $24l + 7$. Dans le premier cas, l'équation (9) est impossible, quel que soit le signe adopté, si b ne renferme aucun facteur premier $24l + 13$ (n° 9, II). Dans le second cas, l'équation (9) est impossible avec le signe supérieur, si b ne renferme aucun facteur premier $24l + 7$ (n° 9, III), et avec le signe inférieur, si b ne renferme aucun facteur premier $24l + 19$ (n° 9, IV). Nous déduisons de là les deux théorèmes suivants :

Théorème VIII. *Désignons par* b *et* c *deux nombres impairs, positifs ou négatifs, dont le premier ne soit divisible ni par* 3 *ni par aucun nombre premier de l'une des deux formes* 24l + 7, 24l + 13. *Si* $a = 64c^3 + 6b^2$, *l'équation*

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad x^3 + a = y^2$$

n'admet aucune solution en nombres entiers.

THÉORÈME IX. *Soient* b *et* c *deux nombres impairs, positifs ou négatifs, dont le premier n'est divisible ni par* 3 *ni par aucun nombre premier* 24l + 13 *ou* 24l + 19. *Si* $a = 64c^3 - 6b^2$, *l'équation*

$$x^3 + a = y^2,$$

est impossible en nombres entiers.

12. On peut étendre la méthode précédente aux équations de la forme

$$x^n + a = y^2,$$

où n désigne un nombre premier quelconque. Pour cela, on doit s'appuyer sur cette propriété de la fonction $\frac{A^n + B^n}{A + B}$ que ses diviseurs premiers, lorsque A et B sont premiers entre eux, sont de la forme $2nx + 1$, à l'exception du nombre n, dont la première puissance divise la fonction considérée toutes les fois que A + B est divisible par n. Prenons, par exemple, $n = 5$ et $a = c^5 - 5b^2$. L'équation proposée prend la forme

$$(10) \quad \ldots\ldots \quad x^5 + c^5 = y^2 + 5b^2.$$

Désignons par m le plus grand diviseur commun des deux nombres c et x, et prenons $x = mt$, $c = me$. Notre équation devient

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad y^2 + 5b^2 = m^5 (t + e) \frac{t^5 + e^5}{t + e}.$$

Comme le premier membre de l'équation (10) ne peut être divisible par 5 sans l'être par 25, il est nécessairement premier avec 5 lorsque b est premier avec 5. Si l'on suppose b impair et c pair, le nombre x est nécessairement impair, car s'il était pair, le premier membre de l'équation (10) serait multiple de 32, tandis que le second membre est nécessairement ou impair ou de la forme $4l + 2$, suivant que y est pair ou impair.

Le nombre x étant impair, le plus grand commun diviseur m des deux nombres c et x est aussi impair, de sorte que le quotient $e = c : m$ est pair aussi bien que c. On a donc

$$\frac{t^5 + e^5}{t + e} = t^4 - t^3 e + t^2 e^2 - t e^3 + e^4 \equiv 1 - te \pmod{4}.$$

Ce quotient est donc de la forme $4l + 3$ ou $4l + 1$, suivant que e est de la forme $4l + 2$ ou $4l$. Si donc nous supposons c, et conséquemment e, impairement pair, le quotient $(t^5 + e^5):(t + e)$ est de la forme $4l + 3$, de sorte qu'il admet nécessairement un diviseur premier de cette forme. D'ailleurs, t et e étant premiers entre eux, et $(t + e)$ étant premier avec 5, tous les diviseurs de ce quotient sont de la forme $10l + 1$, le diviseur $4l + 3$ de ce quotient est donc en même temps de la forme $10l + 1$, ce qui exige qu'il soit de la forme $20l + 11$. Le nombre $y^2 + 5b^2$ est donc divisible par un nombre premier $20l + 11 = p$. Or, cela est impossible si y et b ne sont pas divisibles par p, car autrement on conclurait que -5 est résidu quadratique, et conséquemment $+5$ non-résidu quadratique de p; tandis qu'au contraire, p étant résidu quadratique de 5, on conclut du théorème de Legendre que 5 est résidu quadratique de p. L'équation (10) est donc impossible, si b n'est divisible par aucun nombre premier de la forme $20l + 11$. Donc :

Théorème X. *Désignons par* b *un nombre premier avec* 10 *et ne renfermant aucun facteur premier* $20l + 11$. *Si*

$$a = 32\,(2d + 1)^5 - 5b^2,$$

l'équation

$$x^5 + a = y^2$$

n'admet pas de solution en nombres entiers.

En combinant la valeur $d = 0$ successivement avec $b = 1$, $b = 3$, on trouve respectivement $a = 27$, $a = -13$. Donc

Il est impossible d'obtenir une cinquième puissance en ajoutant 13 à un carré.

Aucune cinquième puissance ne devient égale à un carré lorsqu'on lui ajoute 27 unités.

EMPLOI AGRICOLE

DE

L'ACIDE PHOSPHORIQUE

PAR

M. A. THEUNIS

Professeur à l'Université catholique de Louvain.

Nous savons que l'acide orthophosphorique H_3PhO_4, généralement appelé acide phosphorique tout court, est tribasique; ses trois atomes d'hydrogène sont en effet salifiables, il forme avec les métaux trois séries de sels dont les formules respectives sont:

A. — Pour les phosphates alcalins.

1) . . . . RH_2PhO_4.
2) . . . . R_2HPhO_4.
3) . . . . R_3PhO_4.

B. — Pour les phosphates alcalino-terreux.

1) . . . . $RH_4\,(PhO_4)_2$.
2) . . . . $R_2H\,(PhO_4)_2$.
3) . . . . $R_3\,(PhO_4)_2$.

Parmi ces différents phosphates, quelques-uns intéressent particulièrement l'agriculture, entre autres les phosphates de chaux. Ces derniers se rencontrent dans le règne minéral sous forme de phosphate-tribasique $Ca_3\,(PhO_4)_2$ (phosphorite, apatite, coprolithe, etc.), et aussi dans le règne animal où ils forment avec le carbonate de chaux la presque totalité de la partie minérale des os constituant le squelette des animaux vertébrés. A côté de ce phosphate calcique, mentionnons aussi comme source d'acide phosphorique en agriculture les phosphates de fer et d'alumine.

L'importance du rôle de l'acide phosphorique dans l'alimentation végétale a tout naturellement excité le zèle et l'activité des chimistes et des agronomes, lesquels ont cherché à tirer le meilleur parti possible de cette nouvelle source de richesse. Des essais nombreux ont été faits afin de déterminer l'état sous lequel l'acide phosphorique présentait le maximum d'utilité. En Belgique notamment l'assimilabilité de l'acide phosphorique a été étudiée avec beaucoup de soin par M. le Dr Petermann, le savant directeur de la Station agricole de Gembloux. M. Petermann s'adressa pour ses essais au gisement de phosphate le plus important de notre pays : celui de Ciply, près de Mons (1). Cet immense dépôt renferme une craie grise formée d'un mélange, d'ailleurs peu cohérent, de petits grains de phosphate de chaux et de carbonate de chaux. Sa teneur moyenne en acide phosphorique anhydre (Ph_2O_5) est 11,25 °/₀ et en carbonate de chaux ($CaCO_3$) approximativement 53 °/₀ (2).

En présence de cette forte dose de carbonate de chaux, M. Petermann essaya d'en séparer la matière utile, le phosphate, par voie de solubilité. A cette fin, il employa comme dissolvant l'eau chargée d'anhydride carbonique et aussi l'eau renfermant 1 gramme par litre de l'un des sels suivants : KCl, K_2SO_4, K_2CO_3,

---

(1) Le gisement de Ciply s'étend sur une surface d'environ 180 hectares ; l'épaisseur moyenne de la craie phosphatée située au-dessus de la nappe aquifère est de 8 mètres. Le volume de cette assise serait donc évalué à 1,800.000 × 8 = 14,400.000 mètres cubes, soit approximativement 14 ½ millions de mètres cubes.

(2) Ces chiffres résultent de huit analyses faites par M. Petermann et cela sur des échantillons prélevés en des points fort différents et à des profondeurs variables. Les teneurs en acide phosphorique anhydre dans ces huit analyses ont été respectivement

11,66, 10,60, 9,27, 13,99, 10,87, 11,62, 10,87, 11,13.

Soit moyenne = 11,25 °/₀.

Je ferai cependant observer que l'analyse de quatre échantillons de craie phosphatée de Ciply que j'ai faite au laboratoire de l'École supérieure d'agriculture à l'Université de Louvain, avec mon collègue M. le professeur Massalski, nous a donné les résultats suivants :

	Échantillons 1	2	3	4
Ph_2O_5.	8,45	8,96	7,74	7,76.

C'est-à dire une teneur inférieure à la moyenne 11,25 °/₀.

KNO_3, $NaCl$, $NaNO_3$, Am_2SO_4, sels qui se rencontrent dans le sol et dans le fumier et auxquels, comme le dit l'auteur, on attribue généralement la propriété de faciliter la dissolution des phosphates. Comparativement à ces derniers, un autre dissolvant fut essayé, c'est le purin. Les résultats obtenus furent négatifs; tous ces différents dissolvants, après un contact suffisamment prolongé avec la craie de Ciply (plus de 2 ans), furent sans action dissolvante appréciable. Bien plus, le purin, qui renferme toujours une certaine quantité de phosphate dissous, a son phosphate soluble précipité et cela sous l'action du carbonate de chaux de la craie.

D'autre part des expériences comparatives de culture faites avec la craie brute, dans le sable de la Campine et dans le terrain sablo-argileux de Gembloux, ne réussirent pas davantage. Dans ces deux terrains de composition si différente le phosphate de Ciply brut ne produisit aucune augmentation de récolte.

A la suite de ces résultats, ajoute M. Petermann, nous croyons pouvoir conclure que l'agriculture ne peut tirer aucun profit de l'emploi de la craie grise de Ciply à l'état brut.

Pour l'utiliser, il fallut donc songer à le transformer (le phosphate tricalcique), soit en acide phosphorique libre, soit en phosphate monocalcique, soit en phosphate bicalcique (phosphate précipité).

La transformation, soit en acide phosphorique, soit en phosphate monocalcique, échoua par suite de la formation dans cette opération d'une grande quantité de sulfate de chaux qui, durcissant en globe le phosphate, en empêche ainsi le contact avec l'acide sulfurique nécessité dans cette fabrication. Cette opération ne devient industrielle qu'après avoir enrichi la craie brute en la débarrassant d'une partie de son carbonate de chaux; ajoutons que cet enrichissement est fait aujourd'hui dans différentes usines situées sur les lieux d'extraction (à Ciply et dans les environs), et le nouveau produit obtenu est alors vendu à l'étranger, principalement en Angleterre.

D'un autre côté le phosphate bicalcique $Ca_2H(PhO_4)_2$ résultant de la précipitation par la chaux d'une solution chlorhydrique de phosphate tricalcique, fut bientôt reconnu aussi comme étant

parfaitement assimilable. L'identité, au point de vue cultural, de ces deux formes de l'acide phosphorique (phosphate mono et bicalcique) avait d'ailleurs été établie déjà en France à la suite d'expériences décisives faites par un savant éminent, M. le professeur Grandeau, doyen de la Faculté des sciences de Nancy, directeur de la Station agronomique de l'Est. « Mes essais, écrit M. Grandeau dont nous reproduisons textuellement les paroles, ont commencé en 1871 et se sont poursuivis jusqu'en 1877, c'est-à-dire qu'ils sont appliqués à une série de six récoltes successives, sur 18 parcelles de 5 ares chacune; ces récoltes ont été obtenues avec des quantités égales d'acide phosphorique sous les formes suivantes :

« A l'état de fumier;

» A l'état de phosphate précipité;

» A l'état de superphosphate;

» A l'état de phosphate tribasique (phosphorite);

» Et à l'état de poudre d'os.

» La quantité de chaque engrais employé correspondait à 60 kilogrammes d'acide phosphorique à l'hectare (Ph_2O_5 anhydre sous diverses formes).

» Ces expériences, continue M. Grandeau, qui ont duré six ans, n'ont reçu jusqu'à présent qu'une publicité très incomplète. J'ai seulement fait connaître, en 1878, un relevé des résultats obtenus. Voici les principaux : Le superphosphate m'a donné, dans ces six années, une récolte totale de *21 157* kilogrammes. Sans entrer dans des détails sur le poids de chacune des récoltes, ce qui nous prendrait trop de temps, j'indiquerai que la succession des produits annuels a été : pommes de terre, seigle, colza, blé, orge, maïs géant.

» Récoltes obtenues par :

» Phosphate précipité.	= 21 127	kilogrammes.
» Fumier de ferme (toujours 60 kilogr. d'acide phosphorique à l'hectare	= 20 534	»
» Phosphate tribasique	= 19 431	»
» Poudre d'os	= 17 276	»

» Par des causes dans l'examen desquelles je ne puis entrer ici, poursuit M. Grandeau, la poudre d'os a donné des résultats inférieurs à ceux que produisaient toutes les autres formes de l'acide phosphorique. Le fait saillant, incontestable, qui résulte de ces six années d'expérience sur six espèces végétales différentes, c'est que le phosphate bibasique et le superphosphate ont donné des résultats sensiblement identiques et les phosphates tricalciques des rendements peu inférieurs aux autres. »

Des essais analogues ont été faits depuis et ont confirmé les résultats précédents. Parmi les nouveaux expérimentateurs, citons MM. Dünkelberg, directeur de l'Académie agricole de Poppelsdorf près de Bonn, Wagner de Darmstadt, Jamieson en Angleterre et le Dr Maereker, directeur de la Station de Halle, lesquels ont fait une série d'expériences pour étudier l'influence des différents phosphates dans divers sols et sur diverses récoltes, et ont obtenu des résultats identiques aux précédents.

M. Maercker notamment, dans un rapport sur les essais de culture entrepris par l'Association centrale de la province de Saxe, s'exprime comme suit : « En général, le phosphate de chaux précipité, employé à la même dose que l'acide phosphorique dans les sols moyens et de bonne qualité, s'est montré équivalent au superphosphate soluble (phosphate monocalcique). »

Cette conclusion est d'autant plus importante qu'elle est énoncée par un chimiste agricole de grande valeur et par l'adversaire jadis le plus acharné de cette manière de voir. En effet, jusqu'en ces derniers temps (1881), le Dr Maercker attribuait au phosphate bicalcique une valeur physiologique moindre qu'à l'acide phosphorique soluble ou au phosphate monocalcique. Ce n'est que l'année dernière qu'il se rangea du côté des chimistes français à la tête desquels se trouvait M. Grandeau. Ce dernier, *déjà en 1871*, professait à la Faculté des sciences de Nancy que l'acide phosphorique soluble dans l'eau et le phosphate bicalcique qui y est insoluble ont la même valeur au point de vue cultural. Bien plus, M. Grandeau, à la suite de ses expériences rapportées ci-dessus, émit les conclusions suivantes :

1° Le phosphate bicalcique donne des rendements aussi

élevés que le phosphate monocalcique, et par suite la valeur vénale des deux acides phosphoriques doit être considérée comme égale; en d'autres termes, le phosphate soluble dans l'eau ne doit pas être payé plus cher par l'agriculteur que le phosphate bicalcique.

2° Les phosphates minéraux finement pulvérisés ont donné des rendements inférieurs de 4 °/₀ au plus aux rendements fournis dans le même sol par les mêmes végétaux sous l'action de l'acide phosphorique mono et bicalcique.

3° A moins de conditions absolument spéciales dont l'intéressé peut être juge, les cultivateurs doivent employer les phosphates naturels en poudre fine (phosphorite, coprolithe, etc.) de préférence aux superphosphates, la transformation des phosphates en superphosphates par l'acide sulfurique élevant dans une énorme proportion et sans avantages proportionnels pour l'agriculteur le prix de l'acide phosphorique qu'ils achètent.

Quoi qu'il en soit, tous les chimistes s'accordent aujourd'hui pour attribuer au phosphate monocalcique et au phosphate bicalcique la même valeur physiologique. De plus, il est parfaitement constaté que par suite de la teneur souvent élevée des sols en carbonate de chaux, oxyde de fer et alumine (soit les trois simultanément, soit chacun d'entre eux isolément), l'acide phosphorique libre et le phosphate monocalcique résultant du traitement industriel des phosphates tricalciques par l'acide sulfurique se transforment toujours, sinon complètement, au moins partiellement, en phosphate bicalcique, phosphate de fer et d'alumine. Cette transformation du phosphate soluble dans l'eau en phosphate insoluble, ou, autrement dit, cette rétrogradation commence d'ailleurs déjà à l'usine immédiatement après la fabrication du superphosphate, et l'acide phosphorique qui se modifie ainsi porte le nom de RÉTROGRADÉ. La rétrogradation est constatée aisément par l'analyse; en effet, cette dernière donne une teneur de moins en moins forte en acide phosphorique soluble dans l'eau, à mesure qu'on s'éloigne du jour de la fabrication. Cette rétrogradation a été étudiée encore dans ces dernières années. En 1875, M. Millot a établi expérimentalement que certaines

rétrogradations donnaient toujours à côté du phosphate bicalcique des phosphates acides de fer et d'alumine et même des phosphates basiques de fer et d'alumine ainsi que du phosphate tricalcique. L'expérience suivante qu'il fit à ce sujet me paraît concluante : ayant plongé des bâtons de craie dans l'acide phosphorique pur, au bout d'un certain temps, il en retira un morceau de craie qui contenait du phosphate bicalcique à la surface et du phosphate tricalcique un peu plus au centre et enfin du carbonate de chaux tout à fait au milieu.

M. Joulie, chimiste et fabricant d'engrais, à Paris, a aussi élucidé la question de la rétrogradation. Il a, en effet, montré que le fer et l'alumine en présence du phosphate monocalcique et bicalcique peuvent éliminer une partie de la chaux laquelle se reporte sur les phosphates mono et bicalcique pour nous donner du phosphate tricalcique.

Remarquons cependant que cette rétrogradation, donnant du phosphate tricalcique, est rare; elle ne se produit, comme le fait d'ailleurs observer M. Joulie, que dans un milieu pâteux où les molécules n'ont pas la même liberté d'action; quand on opère en présence de l'eau, en d'autres termes, quand on met du carbonate de chaux en poudre dans une dissolution d'acide phosphorique, il ne se fait jamais que des phosphates mono et bicalciques.

En présence de ces faits, on comprend toute l'importance qu'il y a de répartir en deux catégories bien distinctes les différentes formes qu'affecte l'acide phosphorique employé en agriculture.

La première catégorie renfermera l'acide phosphorique d'utilité maxima, lequel comprend l'acide phosphorique soluble dans l'eau (l'acide phosphorique libre et le phosphate monocalcique) et l'acide phosphorique rétrogradé comprenant les espèces suivantes : phosphate bicalcique et phosphate de fer et d'alumine.

La seconde catégorie renfermera l'acide phosphorique d'une utilité moindre, lequel comprend surtout l'acide phosphorique sous forme de phosphate tricalcique dont la valeur ne se trouve point encore nettement établie.

Cette classification étant admise, il importe dans le laboratoire de déterminer exactement dans les engrais phosphatés la teneur en acide phosphorique soluble dans l'eau et en acide phosphorique rétrogradé lesquels sont compris dans la première catégorie. Le dosage *exclusif* de l'acide phosphorique soluble dans l'eau a perdu, en effet, sa raison d'être. Sans parler des différents dissolvants essayés pour arriver à ce but, citons celui qui a donné les résultats les plus satisfaisants et qui est consacré par la pratique : le citrate d'ammoniaque. Une solution de ce sel faite dans des conditions convenables jouit de la propriété de dissoudre, outre le phosphate soluble dans l'eau (phosphate monocalcique et acide phosphorique libre), le phosphate bicalcique et les phosphates de fer et d'alumine; n'oublions pas cependant que la solubilité de ces deux derniers est restreinte au phosphate de fer et d'alumine acide.

Cette méthode au citrate est d'origine allemande ; l'attaque de la matière se fait à la température de 40° à l'aide d'une solution *neutre* de citrate d'ammoniaque. Ce procédé a été modifié en 1873 par M. Joulie lequel avait reconnu, à la suite d'expériences répétées, que le citrate à 40° perdait de l'alcali, devenait par le fait même plus acide et conséquemment plus dissolvant. Cette modification était de nature à donner des résultats non concordants alors qu'on ne chauffait pas toujours pendant le même temps et à la même température.

Un second inconvénient de la méthode allemande consistait dans l'emploi du citrate d'ammoniaque neutre; en effet, les superphosphates sont des produits acides (généralement à acide phosphorique libre) et cet acide libre transforme partiellement au moins le citrate d'ammoniaque en phosphate d'ammoniaque et acide citrique libre; or, M. Joulie a reconnu que l'acide citrique jouit de la propriété de dissoudre à certaine dose le phosphate tricalcique. Par suite de ce dernier pouvoir dissolvant, la séparation des deux catégories mentionnées n'était plus nette et, selon l'acidité plus ou moins grande des superphosphates, on pouvait avoir des résultats variant dans des limites assez étendues.

M. Joulie a remédié à ces inconvénients en opérant à froid

(non plus à 40°) avec une solution non neutre de citrate d'ammoniaque, mais *alcaline*, c'est-à-dire, avec excès d'ammoniaque afin de neutraliser ainsi l'acide libre des superphosphates. Agissant à froid, il s'est servi aussi d'une solution de citrate d'ammoniaque plus concentrée. Voici d'ailleurs l'exposé de cette méthode Joulie, adoptée par plusieurs stations et laboratoires agricoles et industriels.

On prend généralement 1 gr. de matière que l'on traite dans un mortier par 40 cm³ de citrate ammoniacal jusqu'à ce que le frottement du pilon contre les parois du mortier n'indique plus la présence de grains. Le tout est alors transvasé, avec les précautions ordinaires, dans un matras jaugé de 100 cm³ dont on complète le volume par une addition soignée d'eau distillée (ordinairement quatre lavages du mortier à l'eau distillée suffisent) ; on agite alors fortement le matras de manière à rendre le liquide bien homogène ; on laisse reposer le tout à une température de 15° à 20° pendant une heure en ayant soin de remuer la masse par intervalles [1]. Après ce laps de temps, on filtre et l'on met 20 cm³ ($0^{gr},20$) du liquide filtré dans un vase de Berlin ; ces 20 cm³ sont additionnés de 10 cm³ de mixture magnésienne, puis d'un excès d'ammoniaque ; on laisse reposer douze heures et l'on filtre. Le précipité de phosphate ammoniaco-magnésien après lavage est dissous sur le filtre par de l'acide azotique dilué (au $\frac{1}{10}$) en ayant soin d'employer le minimum de ce dernier dissolvant afin de ne pas avoir une liqueur trop acide. On neutralise ensuite et avec précaution l'acide nitrique en excès par un peu d'ammoniaque et l'on ajoute alors 5 cm³ de solution d'acétate de soude dans l'eau acidulée d'acide acétique (900 cm³H_2O et 100 cm³$C_2H_4O_2$) et l'on dose volumétriquement par l'acétate d'urane en ayant soin que le volume du liquide dans lequel on verse la liqueur uranique titrée n'excède pas 80 cm³ environ. Cette détermination volumé-

---

[1] Au laboratoire de la Station agronomique de l'Est, à Nancy, sous la direction de M. le professeur Grandeau, on suit la méthode Joulie, sauf que le citrate d'ammoniaque ammoniacal a une D 1,09 et qu'on laisse reposer six heures au lieu d'une heure.

trique se fait d'ailleurs à froid en prenant la précaution de chauffer à 100° seulement à la fin de la réaction.

La méthode Joulie, telle que nous venons de l'exposer, n'est pas textuellement suivie dans tous les laboratoires; la Station agricole de Gembloux notamment utilise comme dissolvant du citrate d'ammoniaque ayant la densité 1,09 (1). En outre, M. Petermann emploie à chaque essai 100 cm^3 de liqueur au lieu de 40 cm^3 et opère sur une prise d'essai plus forte (5 gr. pour les engrais mixtes, 2 gr. pour les superphosphates).

Quoi qu'il en soit, un échantillon de superphosphate riche, produit belge, analysé en décembre 1880 en même temps par M. Joulie et par la Station de Gembloux, a donné les résultats concordants suivants :

Méthode Joulie		37,11 %	acide phosph. soluble dans le citrate.
» Petermann	a.	36,93	» »
	b.	37,18	» »

Quelle que soit la liqueur utilisée, il y a des précautions à prendre pour les engrais renfermant de la magnésie. Dans ce cas une partie de l'acide phosphorique est insolubilisée sous forme de phosphate ammoniaco-magnésien et le dosage donne une teneur inférieure à la réalité. Remarquons cependant que la présence de petites quantités de magnésie dans les engrais phosphatés ne gène pas. Il a été constaté en effet : 1° que le phosphate ammoniaco-magnésien est soluble dans un excès de citrate ; 2° qu'un excès de mixture magnésienne détruit cette solubilité du phosphate dans le citrate.

Cela étant, le dosage de l'acide phosphorique dans un superphosphate doit être précédé d'une recherche qualitative de la magnésie ; si cette dernière n'existe qu'en petite quantité, on suit la méthode précédemment décrite sauf à ajouter un volume supé-

(1) Le réactif concentré de M. Joulie attaquerait le phosphate tribasique des superphosphates d'après M. Petermann. M. Chevron, professeur à l'Institut agricole de Gembloux, a émis la même opinion dans le *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1879, t. I.

rieur à 10 cm³ de mixture magnésienne (par exemple 20 cm³) de manière à reprécipiter le phosphate ammoniaco-magnésien primitivement dissous.

Si, au contraire, la teneur en magnésie est plus considérable, il devient nécessaire de faire deux dosages : 1° de l'acide phosphorique soluble dans l'eau ; 2° de la partie soluble dans le citrate.

Un dernier grief que l'on fait valoir contre la méthode au citrate réside dans l'emploi de l'expression « d'acide phosphorique assimilable » pour désigner l'acide phosphorique soluble dans le citrate d'ammoniaque alcalin à froid.

Les adversaires de cette expression peuvent se ranger en deux groupes. Dans la première catégorie, nous rencontrons quelques rares chimistes qui prétendent que ce qualificatif est vicieux pour la raison, disent-ils, que toute matière, pour être assimilée, doit être soluble dans l'eau. Que faut-il penser de cette manière de voir ? Évidemment, la solubilité dans l'eau n'est pas une condition *sine qua non* de l'assimilabilité et le vieil adage *corpora non agunt nisi soluta* ne se vérifie pas dans le cas présent. En effet, les deux faits suivants, parfaitement constatés aujourd'hui, sont en opposition directe avec l'affirmation ci-dessus :

1° Les cellules des plantes par suite du suc toujours acide qu'elles renferment absorbent aisément des matières complètement insolubles dans l'eau ;

2° Des corps, parfaitement solubles dans l'eau peuvent ne pas être absorbés par les racines des plantes ; c'est ainsi que certains produits azotés solubles, tels que la tyrosine $C_9H_{11}AzO_3$ et la leucine $C_6H_{11}(AzH_2)O_2$, ne peuvent nourrir la cellule végétale ; ces matières azotées ne deviennent nourriture pour la plante qu'après être passées soit à l'état d'acide nitrique, soit à celui d'ammoniaque.

Dans le second groupe se rangent un grand nombre de chimistes qui permettent l'emploi de l'expression assimilable dans le bulletin d'analyse, mais avec la signification restreinte que voici : le qualificatif assimilable remplace simplement la longue phrase « soluble dans le citrate d'ammoniaque alcalin à froid, » ce ne serait, en d'autres termes, qu'une abréviation de langage.

Pour eux le mot « assimilable », employé dans ce cas, perdrait sa signification propre (on appelle assimilables les corps qui, pris à l'extérieur d'un être organisé, passent à l'intérieur, et servent à sa nutrition). L'assimilabilité, disent-ils, ne peut s'établir au laboratoire; des expériences directes de culture où les liquides et les gaz du sol ainsi que les sucs des végétaux interviennent, permettent seules de déterminer l'assimilabilité. On sait d'ailleurs, par les expériences que nous avons rapportées, que des phosphates complètement insolubles dans le citrate ont donné une augmentation de récolte, preuve donc que leur acide phosphorique a été assimilé physiologiquement parlant, c'est-à-dire dans la pleine acception de ce mot.

C'est à la suite des considérations précédentes que M. Petermann a soumis à l'examen des membres du Congrès international des directeurs des Stations agronomiques la proposition suivante (1) : « Les directeurs des Stations agronomiques réunis en Congrès international conviennent d'adopter pour l'analyse des superphosphates de noir, des phosphates précipités et des engrais chimiques mixtes, l'analyse au citrate d'ammoniaque alcalin, désigné sous le nom de phosphate assimilable, sans que ces termes emportent avec eux une signification physiologique. »

Cette rédaction fut longuement discutée et combattue par plusieurs des membres du Congrès, notamment par M. Lechartier, directeur de la Station agronomique de Rennes. Ce dernier, tout en étant parfaitement convaincu de l'assimilabilité des deux phosphates, n'admet cependant pas leur identité complète au point

---

(1) Le Congrès international des directeurs des Stations agronomiques s'est tenu à Versailles en juin 1881. Organisé par la Société nationale d'encouragement à l'agriculture, il a reçu l'approbation de la France et de l'étranger.

En effet, 132 membres y ont adhéré. Parmi ces derniers, 58 ont pris part à ses travaux. Citons, entre autres, MM. Pasteur, de l'Institut, directeur du Laboratoire physiologique des hautes études à Paris, qui a pris part personnellement aux travaux du Congrès et a présidé l'une des séances; Boussingault, membre de l'Institut; Lawes, Gilbert et Völcker pour l'Angleterre; Stockhardt, Wolff, Henneberg et Kühn pour l'Allemagne; le professeur de Luna (Espagne), le commandeur Cossa (Italie), le professeur Thoms (Russie), le Dr Petermann (Belgique), le professeur Moser de Moosbruch (Autriche-Hongrie), enfin les professeurs Bergstrand et Lyttkens (Suède).

de vue de l'emploi agricole et cela parce qu'il y a à tenir compte de la diffusibilité de la matière introduite dans le sol. En effet, dit M. Lechartier, il se peut très bien que, grâce au concours de la pluie et à la nature de certains terrains, le phosphate soluble avant de rétrograder se répande plus ou moins loin autour de l'endroit où il a été jeté et par le fait même acquière un plus grand nombre de points de contact avec les racines des végétaux et conséquemment une plus grande valeur. Il y a là, me semble-t-il, continue M. Lechartier, une raison suffisante pour ne pas confondre sous les mêmes termes « phosphate soluble dans le citrate » les deux formes mentionnées d'acide phosphorique; il y a lieu, au contraire, de rédiger dans le bulletin d'analyse *a*) phosphate soluble dans l'eau ; *b*) phosphate soluble dans le citrate.

Une seconde objection à cette rédaction se trouve exprimée dans les phrases suivantes, que nous copions textuellement : « Eh bien, je ne classerai jamais sous le nom de phosphate assimilable, s'écrie M. Lechartier, des phosphates solubles dans le citrate d'ammoniaque, parce qu'il serait à craindre que le marchand ou le commis voyageur, qui est l'intermédiaire entre le vendeur et l'acheteur, ne se servît de cette expression pour induire le cultivateur en erreur et pour lui présenter comme non assimilables, comme non utiles, comme sans action, des phosphates qui ne seraient pas solubles dans le citrate d'ammoniaque. Or, ceci n'entre certainement dans l'idée ni de M. Petermann, ni de M. Joulie. Ces messieurs savent, comme nous, que, dans certaines contrées, on emploie chaque année des quantités considérables de phosphates fossiles et de noir pulvérisés; on a reconnu qu'ils avaient la même action que le phosphate précipité et le phosphate soluble dans le citrate d'ammoniaque. J'ai vu pour ma part, continue M. Lechartier, dans les essais que j'ai fait faire dans le Finistère, les phosphates fossiles et le noir pulvérisés avoir exactement la même action que le phosphate soluble et les superphosphates, non pas seulement sur les cultures de sarrasin, mais sur les cultures de blé de printemps, là où il faut des engrais extrêmement actifs et agissant dans un espace de temps extrêmement court. »

M. Bobierre, directeur du Laboratoire de Nantes, s'associe à M. Lechartier et n'admet point la proposition de M. Petermann. En effet, objecte M. Bobierre, l'acide phosphorique non soluble dans le citrate sera considéré par le cultivateur comme en dehors des substances assimilables. L'emploi de ce mot, ajoute-t-il, qui n'a aucun inconvénient pour nous autres chimistes, a une tout autre portée pour les personnes non compétentes. A la suite de ses objections, M. Bobierre formule au Congrès la proposition suivante : « Le Congrès émet le vœu que, dans la rédaction des certificats d'analyse, les directeurs de Stations expriment la solubilité de l'acide phosphorique par les expressions acide phosphorique soluble dans le citrate d'ammoniaque à froid, et non par celle d'acide phosphorique assimilable.

» Le congrès pense, en effet, que si l'on appelait assimilable l'acide phosphorique soluble dans le citrate, on classerait implicitement et nécessairement dans la catégorie des principes non assimilables les phosphates évidemment solubles dans le sol, tels que ceux que renferment le noir animal, le guano, la poudre d'os, les fumiers, les phosphates fossiles eux-mêmes. »

M. Grandeau, commissaire général du Congrès, appuie les observations de MM. Lechartier et Bobierre d'un fait qui n'est pas sans importance au point de vue de la question qui nous occupe.

J'ai été consulté tout récemment, dit M. Grandeau, avec mon éminent ami M. Schloesing sur une affaire de mots qui aurait pu avoir les conséquences les plus graves.

Il y a à la tête d'une grande industrie de Paris, continue M. Grandeau, un ingénieur distingué, ancien élève de l'École polytechnique, qui a éprouvé les plus grands ennuis à l'occasion de la vente de matières fertilisantes d'origine animale, et cela justement à cause de ce mot assimilable. On a voulu prétendre que tout ce qui n'était pas soluble dans le citrate n'était pas assimilable. De là procès. Le fonds du débat reposait sur la question suivante : L'acide phosphorique des poudrettes est-il, oui ou non, assimilable? Le tribunal a déclaré que non, cet acide n'étant pas soluble dans le citrate d'ammoniaque. Or, s'il est un phosphate

assimilable, c'est bien à coup sûr celui-là, par la raison bien simple qu'il a déjà été asssimilé. Il faut éviter aux tribunaux, ajoute M. Grandeau, des interprétations quelquefois très délicates, mais que l'opinion des hommes compétents ne saurait ratifier. »

Après quelques observations de M. Joulie, les membres du Congrès international des directeurs des Stations agronomiques adoptent, à l'unanimité, la rédaction suivante :

« Le Congrès émet le vœu que, dans la rédaction des certificats d'analyse, les directeurs de stations expriment la solubilité de l'acide phosphorique par les expressions : « acide phosphorique soluble dans le citrate d'ammoniaque à froid » ou « soluble dans l'eau » et non par celles de « acide phosphorique assimilable. »

» Le Congrès pense, en effet, que si l'on appelait assimilable l'acide phosphorique soluble dans le citrate, on classerait implicitement et nécessairement dans la catégorie des principes non assimilables les phosphates évidemment solubles dans le sol, tels que ceux que renferment le noir animal, le guano, la poudre d'os, les fumiers, les phosphates fossiles eux-mêmes.

» Les directeurs des Stations agronomiques réunis en Congrès international conviennent d'adopter, pour l'analyse des superphosphates minéraux, des superphosphates de noir, des phosphates précipités et des engrais chimiques mixtes, l'analyse au citrate d'ammoniaque alcalin à froid, en réservant au Congrès prochain la question de la valeur relative de l'acide phosphorique sous ses diverses formes. »

Cette approbation donnée à la méthode au citrate d'ammoniaque alcalin à froid, et cela par l'autorité la plus compétente, est d'une importance capitale ; certes, ce sera la seule utilisée désormais dans les laboratoires de chimie industrielle et agricole. L'emploi de ce procédé résout ainsi partiellement le problème de l'unification des méthodes analytiques. Ajoutons cependant que cette unification ne deviendra réelle et efficace qu'à la condition d'adopter partout le dosage volumétrique de l'acide phosphorique après sa précipitation sous forme de phosphate ammoniaco-magnésien. Nous savons, en effet, que beaucoup de chimistes, tout en suivant le procédé Joulie pour le

traitement des engrais par le citrate et la précipitation par la mixture magnésienne, le modifient après cette dernière opération.

En effet, ils filtrent le phosphate ammoniaco-magnésien $MgNH_4PhO_4 + 6\ H_2O$, le lavent parfaitement à l'eau ammoniacale, le sèchent et le calcinent de manière à le transformer en pyrophosphate de magnésie $Mg_2Ph_2O_7$

$$2\ MgNH_4PhO_4 = Mg_2Ph_2O_7 + 2\ NH_3 + H_2O,$$

dont le poids leur sert alors de base pour le calcul de l'acide phosphorique (1 gr. de $Mg_2Ph_2O_7$ correspond à 0gr,63964 de Ph_2O_5 et 1 partie en poids de Ph_2O_5 correspond à 2,18 de phosphate tricalcique $Ca_3\ (PhO_4)_2$.)

Nous croyons que la méthode par pesée, que nous venons de résumer, n'est pas à conseiller, et qu'il est préférable de lui substituer le dosage volumétrique à l'aide de la liqueur uranique (1). Il est parfaitement constaté aujourd'hui, en effet, que la pesée donne fréquemment des résultats non concordants avec ceux fournis par la méthode volumétrique. L'un des inconvénients de la pesée réside dans la présence fréquente de citrate basique de magnésie accompagnant le phosphate ammoniaco-magnésien et augmentant ainsi après la calcination le poids du pyrophosphate et conséquemment la teneur calculée en acide phosphorique.

Le titrage de la liqueur uranique (dissolution d'acétate d'urane

---

(1) Nous recommandons comme solution titrée d'urane celle fabriquée par M. Joulie et publiée par l'auteur en 1876 dans l'*Annuaire complémentaire du Moniteur scientifique de Quesneville*. En voici d'ailleurs la préparation que nous extrayons de la publication mentionnée.

On prend 40 grammes de nitrate d'urane (non d'acétate) cristallisé que l'on fait dissoudre par l'eau distillée dans un matras jaugé de 1 litre. La quantité d'eau ajoutée pour la dissolution est environ 6 à 7 décilitres. On ajoute ensuite de l'ammoniaque étendue jusqu'à ce que l'agitation laisse persister un trouble sensible; on redissout ce trouble par quelques gouttes d'acide acétique et on remplit d'eau distillée jusqu'au trait de jauge. Cette liqueur renferme, comme la préparation l'indique, non pas exclusivement du nitrate d'urane, mais du nitrate d'ammoniaque et aussi un peu d'acétate d'urane et d'acétate d'ammoniaque ainsi que quelques traces d'acide acétique libre. Comme l'indique M. Joulie, sa sensibilité est d'autant plus grande qu'elle renferme moins d'acétate.

(Frésénius) ou de nitrate d'urane (Joulie)) se fait généralement à l'aide du phosphate bisodique cristallisé $Na_2HPhO_4 + 12H_2O$. Nous savons que ce sel est efflorescent, et qu'il est spécialement recommandé, dans l'emploi de ce phosphate, d'en prendre de non effleuri ; il résulte de ce chef un inconvénient qui n'échappe à personne, la difficulté d'arriver avec ce sel à une composition parfaitement déterminée, condition indispensable pour l'établissement du titre exact de la solution d'urane.

Comme remède, M. Joulie recommande pour ce titrage l'emploi du phosphate acide d'ammoniaque ou phosphate mono-ammonique $AzH_4H_2PhO_4$ qui, contrairement au phosphate bisodique, cristallise sans eau de cristallisation et présente d'ailleurs une composition invariable ou à très peu près invariable de 0 à 100 degrés [1]. M. Joulie se met en outre à l'abri des inconvénients résultant de ces petites variations de la manière suivante.

Il fait premièrement une liqueur titrée de phosphate d'ammoniaque contenant 3gr,087 par litre de sel cristallisé qu'il titre comme suit : un volume quelconque, 20 cm^3 par exemple, de cette liqueur est mélangé à un volume déterminé d'une solution de nitrate de fer. Ce mélange, placé d'ailleurs dans un creuset, est évaporé, puis calciné et ensuite pesé. Le résidu de la calcination se compose d'oxyde de fer et d'acide métaphosphorique; soit P le poids de ce résidu. Une seconde évaporation et calcination du même volume de solution de nitrate de fer seul nous donne comme résidu un poids p. La différence $P - p$ nous représente donc le poids mathématique de l'acide métaphosphorique provenant de l'acide orthophosphorique contenu dans les 20 centimètres cubes de la solution du phosphate d'ammoniaque.

La méthode au citrate d'ammoniaque nous donne l'acide phosphorique que l'on appelle généralement soluble. Cet acide,

---

(1) Nous savons que le phosphate mono-ammonique est le plus stable des phosphates ammoniacaux; en effet, les solutions des phosphates *bi-* et *tri-*ammoniques se transforment déjà en phosphate mono-ammonique à leur température d'ébullition.

d'après les considérations qui précèdent, nous représente un minimum d'assimilabilité.

Il nous reste à dire un mot du dosage de l'acide phosphorique insoluble des engrais ou des phosphates naturels, lequel acide phosphorique insoluble se trouve principalement sous forme de phosphate tricalcique $Ca_3 (PhO_4)_2$.

Deux procédés sont employés pour la détermination de ce dernier; le premier est celui au molybdate d'ammoniaque; le second constitue la méthode citro-uranique.

La méthode au molybdate est parfaitement connue et se trouve d'ailleurs décrite dans tous les ouvrages d'analyse chimique, notamment dans l'excellent traité d'analyse des matières agricoles, de M. le professeur Grandeau; nous ne nous y arrêterons que pour citer un perfectionnement notable de ce procédé au molybdate, perfectionnement tout récent proposé par M. Adelberg et publié dans l'organe des Stations agricoles allemandes.

Le perfectionnement que nous mentionnons consiste dans la rapidité avec laquelle cette analyse peut se faire aujourd'hui.

Au lieu d'opérer à froid ou à une température de 40° dans la précipitation par le molybdate d'ammoniaque et de laisser ensuite reposer un minimum de six heures (souvent davantage), on peut chauffer rapidement à l'ébullition, la maintenir quelques instants, laisser reposer environ vingt minutes seulement et filtrer ensuite ([1]).

Le procédé au molybdate d'ammoniaque, qui est excellent au point de vue de l'exactitude, a l'inconvénient de donner lieu à une forte consommation de molybdate (sel très cher), consommation résultant du grand excès de réactif à employer pour avoir une précipitation complète.

D'après M. Joulie, on arrive à des résultats identiques, et à meilleur marché, par la méthode citro-uranique qui n'a guère

---

([1]) M. Petermann a vérifié l'exactitude de ce fait, et nous-même dans des essais comparatifs que nous avons exécutés au laboratoire agricole de l'Université avec M le professeur Massalski, nous avons reconnu que la précipitation est complète dans ce temps relativement court.

reçu de publication encore et que nous croyons en conséquence utile d'exposer avec assez de détails. Nous l'extrayons d'ailleurs de la petite brochure intitulée : *Méthode citro-uranique pour le dosage de l'acide phosphorique dans les phosphates et les engrais* (extrait de l'*Annuaire complémentaire du Moniteur scientifique de Quesneville*).

La liqueur citro-magnésienne se prépare comme suit :

Acide citrique	400	grammes.
Carbonate de magnésie pure	22	»
Eau distillée	200	»

Le tout est mélangé de manière à dissoudre le carbonate de magnésie; lorsqu'il a disparu, on ajoute 400 cm³ d'ammoniaque à 21° ou 22°. Le liquide s'échauffe et l'acide citrique achève de se dissoudre; après dissolution, on ajoute de l'eau distillée de manière à faire 1 litre. Le carbonate de magnésie employé dans cette préparation doit être chimiquement pur et surtout exempt de phosphate. Pour qu'il réunisse ces conditions, M. Joulie le prépare en précipitant du sulfate de magnésie parfaitement purifié par le carbonate de potasse (non du carbonate de soude qui renferme fréquemment des traces de phosphate), obtenu lui-même par la calcination de la crème de tartre $C_4H_5KO_6$.

L'essai de la liqueur citro-magnésienne, soit qu'on la prépare soi-même, soit qu'on l'achète, se fait comme suit : on ajoute à 10 cm³ de la liqueur placée dans un verre à pied 20 cm³ d'eau, et autant d'ammoniaque pur; si, dans ces conditions, il ne se produit point de précipité après vingt-quatre heures, on est assuré qu'elle ne contient rien qui puisse fausser les analyses.

La précipitation de l'acide phosphorique se fait comme suit : On prend un volume de la solution de phosphate (solution chlorhydrique ou nitrique) correspondant à une teneur en acide phosphorique de 20mgr à 40mgr. A ce liquide phosphaté, placé dans un verre à précipité, on ajoute la liqueur citro-magnésienne, puis un grand excès d'ammoniaque et on mélange ensuite le tout en agitant légèrement. Il ne doit se produire d'abord ni trouble

ni précipité. S'il s'en produisait un, ce serait l'indice d'une insuffisance de la liqueur citro-magnésienne et il faudrait recommencer en en mettant 20 cm^3 au lieu de 10.

Si la première agitation, faite légèrement et seulement pour opérer le mélange des liqueurs, n'a produit aucun trouble, on agite ensuite fortement, ajoute M. Joulie, et l'on voit lentement apparaître le précipité cristallin et caractéristique de phosphate ammoniaco-magnésien.

Lorsqu'on ne le voit plus augmenter par l'agitation, on place le verre sous une cloche, et on le laisse reposer pendant deux heures au moins. Au bout de ce temps, le précipité est complètement déposé et l'on peut procéder à la filtration, surtout si le précipité est abondant.

Si la liqueur n'a pas donné de précipité par l'agitation, et si, au bout de deux heures de repos, on ne voit au fond du verre qu'une légère poussière cristalline, on devra le laisser reposer douze heures et même vingt-quatre heures pour être certain d'avoir une précipitation complète, car le phosphate ammoniaco-magnésien se dépose d'autant plus lentement que la liqueur est moins riche.

Ce précipité est alors filtré, soigneusement lavé, en prenant les précautions ordinaires, dissous ensuite sur le filtre par l'acide azotique au dixième et, dans la solution, on dose volumétriquement l'acide phosphorique par la liqueur uranique.

NOTE

SUR LES

MORAINES PROFONDES

DES ANCIENS GLACIERS

DANS LES HAUTES VALLÉES DES VOSGES

PAR

M. l'abbé BOULAY

L'existence d'anciens glaciers qui, à une certaine époque, auraient occupé et rempli à peu près toutes les vallées des hautes Vosges, est admise aujourd'hui par tous les géologues. Les traces de ces glaciers, moraines, roches moutonnées, galets striés, etc., se rencontrent à chaque pas dans ces vallées et présentent des caractères identiques à ceux des formations glaciaires actuelles. Ce qui frappe l'observateur, c'est peut-être moins l'abondance de ces vestiges que leur état de conservation; les moraines occupent encore leurs positions relatives; leur forme et leur relief ne semblent avoir subi aucun changement appréciable; pour peu que les surfaces rocheuses aient été protégées contre l'action des agents atmosphériques, leurs stries et leurs cannelures sont demeurées si fraîches qu'on les dirait burinées d'hier.

Ce fut le capitaine du génie Leblanc qui, le premier, en 1839, signala, comme étant d'origine glaciaire, les blocs erratiques des environs de Giromagny, ainsi que divers dépôts situés dans la vallée de la Thur, en Alsace. Au sujet de ces derniers, Leblanc nous a conservé un détail curieux. « Leur forme, dit-il, les a fait nommer moraines, il y a quatre-vingts ans, par des propriétaires de

Wesserling, Suisses d'origine [1]. » Bientôt Renoir, qui, à cette époque, étudiait la géologie des environs de Belfort, admit l'explication proposée par Leblanc et l'étendit par de nouvelles observations. H. Hogard, sur le versant lorrain, E. Collomb, sur le versant alsacien, se livrèrent dès lors, sur la même question, à des études prolongées dont les résultats sont consignés dans de nombreux mémoires. Plus récemment, M. Ch. Grad a condensé, dans une brochure intéressante, ces observations diverses et les a développées par des recherches personnelles [2].

Ayant habité moi-même et parcouru pendant longtemps les vallées des hautes Vosges, je crois pouvoir ajouter que les traces d'anciens glaciers dans ces montagnes sont encore bien plus fréquentes qu'on n'est disposé à le croire à la lecture des diverses publications qui viennent d'être rappelées; on rencontre de ces vestiges dans la plupart des vallées et des moindres vallons de la région granitique; plus rares dans la zone arénacée ou des grès, à cause du peu de consistance de ces roches, ils prennent toute-

---

(1) *Bullet. Soc. géol. de France*, 1838-1839, pp. 376-377.

(2) Outre les premières observations du capitaine Leblanc citées plus haut, voici les principales sources bibliographiques, concernant les anciens glaciers des Vosges :

Renoir. *Note sur les glaciers qui ont recouvert anciennement la partie méridionale de la chaîne des Vosges*, BULL. SOC. GÉOLOG. DE FRANCE, 1839-1840, p. 53.

Leblanc. *Nouvelles observations sur les glaciers des Vosges*, IBID., 1840-1841, p. 132.

H. Hogard. *Observations sur les moraines et sur les dépôts de transport ou de comblement des Vosges*, ANN. SOC. D'ÉMULATION DU DÉP. DES VOSGES, 1842, p. 524.

— *Note sur les traces d'anciens glaciers dans les Vosges*, BULL. SOC. GÉOL. DE FRANCE, 1844-1845, p. 249.

— *Esquisse géologique du Val-d'Ajol*, ANN. SOC. D'ÉM. DU DÉP. DES VOSGES, 1845, p. 694.

— *Statistique du département des Vosges*, 1845, 1re PARTIE, p. 73.

E. Royer. *Note sur des moraines d'anciens glaciers à Olichamp, près de Remiremont dans les Vosges*, BULL. SOC. GÉOL. DE FRANCE, 1846-1847, p. 288.

Virlet d'Aoust. *Sur les traces d'anciens glaciers aux environs de Lure, dép. de la Haute-Saône*, IBID., p. 296.

E. Collomb, *De quelques particularités relatives à la forme extérieure des anciennes moraines des Vosges*, IBID., p. 580.

— *Nouvelles observations sur l'ancien glacier de Wesserling*, IBID., p. 1156.

fois un assez large développement dans la vallée de la Meurthe au-dessus et au-dessous de Saint-Dié.

Sur divers points du canton de Senones, la décomposition sur place du granite syénitique laisse comme résidus, sur les plateaux et sur les versants des collines, des blocs isolés, plus ou moins arrondis; il faut se garder de les confondre avec les vrais blocs erratiques transportés par les glaciers.

L'objet principal de cette note n'est pas de revenir sur des généralités plus ou moins épuisées, mais de signaler un détail peu connu de ces phénomènes glaciaires, je veux parler des moraines profondes qui tapissent le fond des hautes vallées et des vallons.

A l'époque où la question de ces glaciers était à l'ordre du jour, un dissentiment assez vif s'établit entre H. Hogard, qui voyait des moraines profondes dans le terrain de comblement des grandes vallées basses, telles que les vallées du Rhin entre Bâle et Coblentz, de la Moselle, jusqu'à Toul, de la Meuse, jusqu'à Saint-Mihiel et Verdun, et E. Collomb, pour qui ces mêmes

---

E. Collomb. *Preuves de l'existence d'anciens glaciers dans les vallées des Vosges; des terrains erratiques de cette contrée.* Paris, 1847.

H. Hogard, E. Collomb, etc., Observations diverses présentées lors de la réunion extraordinaire de la Société géologique de France à Épinal, du 10 au 23 sepbre 1847.

E. Collomb. *Quelques observations sur le terrain quaternaire du bassin du Rhin et des relations d'âge qui existent entre le terrain de la plaine et celui de la montagne, de l'origine du lehm,* Bull. Soc. géolog. de France, 1848-1849, p. 479.

— *Note sur le moment d'apparition des anciens glaciers à la surface du sol dans l'Europe centrale,* Ibid. 1850-1851, p. 72.

— *Lettre à Constant Prévost sur la moraine du lac du Ballon de Guebwiller.* Ibid., 1851-1852, p. 89.

— *Note sur les blocs erratiques du col de Bramont* (*Vosges*), Ibid., p. 92.

H. Hogard. *Recherches sur les formations erratiques.* Paris, 1858. Ce volume contient plusieurs mémoires distincts.

Ch. Grad. *Sur la formation et la constitution des lacs des Vosges,* Bull. Soc. géolog. de France, 1868-1869, p. 677.

— *Description des formations glaciaires de la chaîne des Vosges en Alsace et en Lorraine,* Ibid., 1872-1873, p. 88.

Ce mémoire a été reproduit à peu de chose près dans la *Revue d'Alsace,* janvier-mars 1873.

dépôts faisaient partie d'une formation diluvienne antérieure aux glaciers. Les dépôts que j'ai en vue sont loin d'avoir la même extension et la même importance; mais, en revanche, leur attribution à des moraines profondes me paraît d'une évidence beaucoup plus immédiate.

Ces moraines sont rarement apparentes, ce qui explique le silence des auteurs à leur sujet; elles sont toujours masquées, soit par d'autres dépôts glaciaires, moraines frontales ou latérales, soit par des terrains de transport plus modernes, des éboulements, la terre végétale, etc.; en raison, du reste, de leur nature et de leur mode de formation, les moraines profondes, occupant toujours des cavités au fond, ou à une faible hauteur sur les flancs des vallées, ne présentent de saillie nulle part. L'occasion de les étudier ne se produit qu'à la suite des travaux d'excavation rares et peu importants qu'exécutent de temps à autre les habitants du pays.

Dans la construction des maisons, les ouvriers arrêtent le creusement des fondations à une couche particulièrement dure et résistante, bien connue dans ces hautes vallées sous le nom de *crassin :* c'est notre moraine.

Le même terrain est encore parfois mis à nu, au pied du talus supérieur, quand on établit des chemins de petite vicinalité, sur les flancs des vallées ou des vallons. Il se reconnait aussitôt à une dureté si grande qu'on l'entame difficilement par la pioche; il se rompt alors en plaques ou fragments irréguliers; sa couleur rosée ou rougeâtre est également caractéristique quand il vient d'être mis à découvert.

Si l'on examine attentivement des morceaux détachés de cette couche, on constate qu'ils sont formés d'une sorte de pâte terreuse très fine, susceptible par la dessiccation de devenir pulvérulente, très douce au toucher. Cette pâte englobe et retient intimement des graviers et plus rarement de petits galets : ni les uns, ni les autres n'offrent d'arêtes vives, sans être toutefois arrondis, comme ils le seraient par le charriage dans un cours d'eau : ce sont des fragments irrégulièrement anguleux, mais émoussés sur les angles.

Il suffit de laver ces graviers et ces petits galets pour voir qu'ils sont de nature granitique comme les roches de la vallée; la matière terreuse qui les empâte possède aussi la même composition et ne diffère que par un état de division plus avancé. La couleur rose ou rougeâtre du dépôt correspond à la forte proportion de feldspath orthose de même teinte qui entre dans la composition des granits et des eurites de la région.

Malgré la difficulté que l'on éprouve à bien reconnaître la forme et l'extension de ce dépôt, j'ai pu constater que dans les vallons étroits, sa surface n'est pas plane, mais décrit une courbe dont la concavité est de même sens que celle du vallon; cette concavité n'est pas due à un creusement postérieur au retrait du glacier, car on trouve, à la surface du terrain qui nous occupe, en des points très divers, au centre comme vers les bords, d'autres dépôts glaciaires non remaniés, tels que des moraines frontales. Si, au contraire, le vallon, et surtout la vallée, s'élargissent notablement, le fond tend à s'aplanir et, sur les points où le dépôt de comblement a été entamé, on constate qu'il offre des propriétés fort différentes de celles qui viennent d'être exposées; il est moins fortement tassé, et par suite moins compacte et moins dur. Sa composition est assez variable; on y trouve des galets et même des blocs beaucoup plus volumineux noyés dans du sable, des amas d'argile, etc.

En résumé, on explique très bien les propriétés et le mode de formation de ce dépôt si on le considère comme appartenant aux moraines profondes.

Ses éléments résultent de la trituration des rochers granitiques constituant le fond et le flanc de la vallée, par les blocs enchâssés dans la masse du glacier, vers sa face inférieure; la boue glaciaire, produit de cette trituration, était entrainée pendant la marche du glacier, déposée et fortement comprimée dans les cavités et les dépressions du terrain sous-jacent.

A la sortie des vallons ou dans les vallées plus larges et à pente plus douce, les eaux du glacier ont dû pénétrer dans la moraine profonde et plus tard l'ont peut-être remaniée dans une certaine mesure, principalement le long du thalweg.

Actuellement, ces moraines profondes constituent dans chaque vallon une couche généralement imperméable qui retient les eaux pluviales et favorise ainsi la formation des petits dépôts tourbeux si fréquents dans les hautes Vosges.

Je suis porté à croire, d'après divers indices, que le régime des sources se rattache, dans une assez large mesure, à la présence de ces moraines. Dans un même vallon, ces sources forment deux classes bien marquées; les unes ont des eaux peu fraîches, souvent d'un goût désagréable, et tarissent fréquemment pendant les chaleurs de l'été; les autres, qui parfois viennent sourdre non loin des premières, ont des eaux à température constante, très saines, et ne tarissent jamais. Les premières sont alimentées immédiatement par les eaux pluviales recueillies à la surface de la moraine dans de petits bassins de réception, exposées à se corrompre au contact de substances organiques diverses et à subir plus ou moins les variations de la température atmosphérique; les autres, plus rares, mais plus constantes, possèdent des bassins de réception plus étendus; leurs eaux courent au-dessous de la moraine, le long des fissures des rochers et sont amenées au jour par suite de la disposition de ces derniers.

Outre divers indices, tirés de la disposition des lieux, en faveur des explications qui précèdent, il convient d'ajouter que la végétation offre une vigueur et une richesse exceptionnelles autour du point d'émergence des sources durables. Cette vigueur me semble devoir être attribuée à la présence des sels de potasse contenus dans les feldspaths du granit et rendus plus facilement assimilables par l'état de division extrême où ils se trouvent dans la boue glaciaire. Aussi je suis convaincu que dans bien des cas, les habitants de ces hautes vallées vosgiennes, tous cultivateurs, pourraient améliorer leurs prairies, en faisant passer les eaux d'irrigation sur ce qu'ils appellent le *crassin*, quand il se trouve dans leurs propriétés à un niveau convenable.

J'ai constaté les faits dont il vient d'être question principalement dans le canton de Saulxures, au-dessus de Vagney, dans le vallon de Lémont, la vallée de Menaurupt, à Planois, etc.

ÉTUDE

SUR

LA DIPHTÉRIE

PAR

M. le Dr COUSOT

Vers 1860, plusieurs épidémies de diphtérie éclatèrent coup sur coup dans le rayon de ma clientèle, et me donnèrent l'occasion d'étudier de près une affection dont les allures aussi terribles qu'étranges m'avaient frappé dans les quelques cas isolés que j'avais pu rencontrer.

La diphtérie est une maladie hypocrite; ses débuts sont presque toujours insignifiants, surtout en dehors des foyers épidémiques; à peine éveille-t-elle quelques troubles généraux, quelque légère réaction; le malade ignore son mal jusqu'à ce que des accidents sérieux viennent éveiller son attention, souvent trop tard. Quelques observateurs prétendent même que dans des cas rares, la maladie peut s'éteindre sur place et les fausses membranes disparaître sans laisser trace de leur passage; je n'ai jamais rencontré ces cas anodins; plus souvent les productions diphtéritiques gagnent le larynx ou les portions supérieures de l'arbre aérien, et la diphtérie, sans déterminer de graves symptômes généraux, étrangle ses victimes en quelques heures dans les angoisses d'une asphyxie lente et inexorable : c'est le croup. D'autres fois ses fausses membranes s'étendent peu à peu sur les amygdales, les piliers, le pharynx, elles gagnent la mem-

brane de Schneider, et dès lors déterminent fatalement un empoisonnement plus ou moins lent, plus ou moins profond de l'économie, caractérisé par une anémie rapide, une altération complète des fonctions de nutrition, un marasme profond et rapidement mortel; quelquefois la diphtérie a parcouru toutes ses phases, les productions spécifiques ont disparu, tout semble rentré dans l'ordre, mais elle a laissé après elle des paralysies plus ou moins étendues, au voile du palais, dans les muscles du pharynx, dans les membres; le muscle cardiaque lui-même n'échappe pas toujours à cette parésie; nous avons vu deux fois se terminer par une mort subite ces trompeuses convalescences; la catastrophe était évidemment causée ou par un engouement ou par une syncope parésiques.

Rien de régulier, du reste, dans cette évolution, rien qui permette ou de prévoir ou de conjurer ces dangers; aucun cycle défini ; quelques jours dans certains cas suffiront à compléter le processus morbide, d'autres fois, il faudra des semaines pour arriver à des convalescences interminables, pleines elles-mêmes de surprises fatales.

Telle m'apparaissait alors la diphtérie; j'avais le sentiment de mon absolue impuissance, aucune médication n'avait prise sur ce fatal protée; j'étais désespéré.

Cependant au milieu de ces formes variées, de ces symptômes singuliers, sans liaison étiologique, certains faits restaient constants et semblaient jeter quelque lumière sur les causes du mal et sur sa thérapeutique.

D'abord, contrairement à toutes les affections fébriles à manifestations cutanées, la fièvre suivait presque toujours l'apparition des fausses membranes spécifiques.

La gravité plus ou moins grande du processus diphtéritique, sa durée, sa marche, étaient, si pas uniquement, du moins presque entièrement sous la dépendance du siège et de l'étendue des fausses membranes.

Tout dans la diphtérie, son évolution, l'analyse de ses productions, sa contagiosité, son épidémicité, sa propagation, son inoculabilité, toute son histoire en un mot semblait la ranger dans la

classe des maladies à germes animés d'espèce parasitaire. Le microscope m'en démontrait l'existence.

Je conclus de ces faits, qu'une thérapeutique rationnelle devait s'attaquer surtout au facteur premier, renfermé sans doute dans la production diphtéritique.

J'essayai donc d'une médication, sinon tout à fait nouvelle, appliquée du moins d'après une méthode nouvelle et rigoureusement rationnelle; je veux parler de la médication par le mucilage tannique. Mes premiers essais donnèrent des résultats inespérés.

En 1879, je publiai dans le *Journal médical* de Louvain une courte étude pour répondre au vœu de M. le professeur Hubert, qui, témoin de ces succès, avait déjà fait connaître notre procédé. Je comptais alors 57 guérisons sur 59 cas de diphtérie.

En 1881, je crus devoir appeler l'attention de l'Académie sur ce point, en présentant une courte notice, indiquant clairement la méthode et donnant la statistique des faits recueillis par mes amis et par moi. En voici les résultats : 169 cas de diphtérie graves, 162 guérisons; des 7 insuccès, 4 doivent être écartés de la méthode, l'un parce qu'elle n'a été employée qu'une seule fois, les trois autres parce qu'elle n'a été employée que chez des agonisants *qu'elle n'a pas ressuscités*, l'expression est du professeur Eugène Hubert.

Dans ces diverses communications, je n'avais pas cru devoir aborder certains points de pathologie que soulève l'étude de la diphtérie; je considérais comme un devoir de publier une méthode thérapeutique qu'on déclarait « infaillible » (Hubert, *Journal de Louvain,* janvier 1881). Peut-être la discussion de ces problèmes théoriques aurait-elle distrait l'attention des conséquences pratiques que j'avais surtout en vue, peut-être même eût-elle diminué l'autorité des faits qu'on eût regardé comme choisis pour étayer des opinions personnelles; je suis plus à l'aise dans cette Société ouverte à toute recherche nouvelle et laissant un plus large espace aux idées théoriques.

Il n'est plus besoin d'établir la spécificité de la diphtérie; ce caractère est depuis longtemps mis hors de doute; nous en

disons autant de l'identité du croup diphtéritique et de l'angine maligne ; Bretonneau, Trousseau, Barthez et, depuis lors, Peter, Hervieu, etc., ont établi ces points de l'histoire de la diphtérie. Pour tous, la diphtérie est une maladie spécifique, infectieuse, contagieuse, pouvant se localiser sur divers points de l'organisme; je désire examiner devant vous une question plus importante pour la pratique. La diphtérie est-elle une maladie primitivement générale dont les plaques diphtériques ne seraient qu'une manifestation? Ou bien le facteur premier de l'intoxication est-il la plaque diphtéritique, dont les éléments résorbés généralisent l'action sur l'ensemble de l'organisme?

Le Dr Sanné, dans sa dernière monographie (1877) prétend établir la première opinion : « Les fausses membranes, dit-il, son l'effet et non la cause de l'infection diphtéritique, par suite leur destruction est d'une importance secondaire, lorsque leur localisation ou leur altération ne donne point lieu à des indications spéciales » ; le traitement local n'aurait donc qu'une importance secondaire. « On ne guérit pas plus la diphtérie en détruisant les fausses membranes, qu'on ne guérit la variole en faisant avorter les pustules. » On ne peut affirmer plus nettement une opinion exagérée si pas tout à fait fausse. Bretonneau avait examiné les faits à un point de vue fort différent; pour lui la diphtérie, locale d'abord à son point d'apparition sur les muqueuses, se répand de proche en proche jusqu'à infecter l'économie entière; Trousseau a soutenu cette opinion avec sa parole vive et passionnée. Avec le célèbre médecin de Tours, il attribuait à la diphtérie une marche fort singulière; pour eux la propagation et la généralisation du mal devaient se faire toujours des portions supérieures vers les inférieures; c'était une sorte d'autoinoculation suivant les lois de la pesanteur, produite par les liquides sécrétés par les surfaces malades contaminant les parties déclives. Aussi pour Bretonneau les fosses nasales étaient-elles le point de départ ordinaire, le nid, en quelque sorte, de la diphtérie. Il cherchait ainsi à se rendre compte d'un fait d'observation très exact, vérifié par le Dr E. Hubert et très souvent par moi.

Ces explications firent du tort à la doctrine de l'empoisonnement primitivement local, certains faits leur échappaient évidemment, par exemple l'apparition simultanée de productions spécifiques sur des surfaces très éloignées et sans rapports possibles. Aussi le Dr Sanné n'a-t-il pas de peine à renverser une conception par trop mécanique. Niemeyer qui, dans sa dernière édition (Dr E. Seitz, 1879), se rallie à la doctrine française sur la diphtérie, hésite aussi à se ranger franchement à l'une des deux manières de comprendre le processus morbide ; voici ses expressions : « Une réponse décisive à la question : le poison diphtéritique agit-il d'abord sur le sang ou part-il du foyer diphtéritique, est encore impossible. » Le savant pathologiste allemand se contente d'exposer les arguments des deux côtés ; nous les examinons en présentant à notre tour le passif et l'actif des deux opinions.

Les faits ou les arguments qu'on peut invoquer pour ranger la diphtérie parmi les affections primitivement générales, peuvent se ranger dans les catégories suivantes :

1) Il existe un certain nombre de cas dans lesquels les symptômes du début, fièvre, frissons, malaise, etc., existent avant qu'on puisse constater la présence des fausses membranes. Je commence par dire que personnellement je n'ai jamais pu rencontrer de faitsemblable; de plus, je crois devoir faire encore cette observation, que bien des productions diphtéritiques peuvent avoir échappé à une recherche superficielle, soit à cause de leurs débuts insignifiants, soit, et plus souvent, à cause de l'endroit ou elles se dérobent dans les mille replis de la muqueuse de Schneider.

2) Niemeyer présente comme argument principal le fait suivant qui d'après lui n'est pas isolé : « D. Demme rapporte une observation dans laquelle une petite fille, atteinte de diphtérie de la gorge, provenant par contagion d'une enfant atteinte de scarlatine, avait infecté à son tour un autre enfant d'une scarlatine sans tache diphtéritique » ; pour que ce fait eût la portée que lui attribue Niemeyer, il faudrait qu'il fût démontré que l'angine scarlatineuse et l'angine diphtérique sont identiques. J'ai déjà

protesté contre cette identification, et je reste convaincu que rien ne peut la justifier et qu'elle blesse toute les lois de la spécificité pathologique.

3) Une troisième série de faits sont produits à l'actif de la théorie qui regarde la diphtérie comme une affection primitivement générale. Ce sont d'abord les cas de diphtérie sans diphtérie, c'est-à-dire ces légères angines apparaissant sans aucune production spécifique pendant les épidémies de diphtérie; nous dirons de ces cas avec Sanné « que le diagnostic ne peut alors être rigoureusement posé puisque l'expression la plus saisissante de l'affection, la plaque diphtéritique, fait défaut. » Le 20 mai dernier, le Dr Boissarie, membre de la Société de chirurgie de Paris, publiait dans la *Gazette hebdomadaire* sous le titre « Paralysie diphtéritique sans angine » la relation d'une épidémie pendant laquelle il avait constaté, outre les faits ordinaires, 1° des paralysies survenues d'emblée sans aucune poussée vers les muqueuses; 2° des paralysies suivies d'angine au lieu d'en être précédées comme c'est l'ordinaire. Nous avons analysé avec soin les faits indiqués par le Dr Boissarie, comme rentrant dans la première catégorie; nous ferons d'abord remarquer que dans tous les cas, les malades présentaient un coryza profond avec écoulement de mucosités abondantes suspectes, par les narines et dans le pharynx; chez l'un deux même la fausse membrane finit par se montrer derrière le voile du palais. Or si nous nous souvenons combien souvent les fausses membranes se cachent dans les replis de la muqueuse nasale et dans les régions les plus élevées du pharynx, nous serons autorisés à regretter, pour l'exactitude d'un diagnostic si hardi, que le savant français n'ait pas porté son examen sur ces lieux d'élection des productions diphtéritiques; peut-être y eût-il trouvé la clef de ces singulières paralysies. Un fait qui m'est personnel donne crédit à cette remarque.

Il s'agit d'une jeune fille de six ans, Mlle de V..., qu'on me renvoyait d'une grande ville, atteinte de symptômes paralytiques du côté de la gorge, des membres inférieurs et des muscles du dos, après quatre ou cinq jours d'un simple corysa fébrile ; mon

attention tenue en éveil par les études que je faisais alors, se porta de suite sur la membrane nasale et je pus constater de larges plaques diphtéritiques à la période de putréfaction; la médication tannique réussit à guérir, mais la paralysie se perpétua bien longtemps après la guérison. Ces faits, fussent-ils démontrés, reçoivent du reste une autre interprétation : nous devons les considérer comme des empoisonnements septiques, de véritables infections putrides déterminés par l'absorption des résidus des fausses membranes ou des produits résultant de leur putréfaction, analogues, si pas semblables, à ceux que déterminerait toute putréfaction organique; Sanné admet parfaitement cet empoisonnement secondaire qui n'a rien de commun avec l'infection primitive.

Nous abordons les faits et les arguments favorables à la doctrine que nous appellerons *locale* de la diphtérie.

En premier lieu notons comme très importante la marche du processus diphtéritique, ses débuts toujours insignifiants, ne précédant presque jamais la fausse membrane, ne s'accusant, ne s'aggravant que proportionnellement à l'étendue, la localisation ou l'altération des fausses membranes.

Nous devons aussi faire état de l'innocuité des plaques diphtéritiques lorsqu'elles apparaissent exceptionnellement sur des surfaces étrangères aux voies respiratoires. Ce fait bien établi est d'une grande portée, non seulement pour soutenir l'origine locale de la diphtérie, mais aussi pour appuyer la théorie que nous présenterons et ses déductions thérapeutiques. Nous nous sommes donc astreint à des recherches très longues sur ce point et nous sommes arrivé à des conclusions assez nettes que nous allons vous résumer. Les fausses membranes ont été constatées sur les points suivants : Les muqueuses conjonctivales ou palpébrales, elles ne s'y sont jamais bornées et n'ont eu de gravité que par la coïncidence avec le coryza ou la pharyngite dyphtéritique (1); sur les muqueuses bronchiques, presque

(1) Il va de soi que je parle de gravité pour la vie et non pour l'organe visuel.

jamais la diphtérie ne s'y est montrée isolée, dans les trois cas rapportés par Sanné comme simples, les malades ont guéri; dans l'oreille externe, on n'a jamais constaté la diphtérie limitée à cette seule région; l'oreille interne est fort souvent envahie dans le coryza diphtéritique; sur la muqueuse buccale, la diphtérie coïncide presque toujours avec la diphtérie pharyngée; sur les muqueuses digestives, elle ne parait pas se développer isolément; constatée quatre fois sur l'anus, elle n'a été mortelle qu'une fois par coïncidence avec le croup; inutile de dire la cause de la mort; elle ne s'est jamais montrée isolément sur le gland ou sur le prépuce; quant à la vulve et au vagin, nous devons dire que la diphtérie de ces organes, liée à la scarlatine, à la rougeole grave, ou à un état puerpéral putride, n'est pas pour nous la diphtérie spécifique dont nous nous occupons ici. La gravité de ces cas ne peut donc infirmer notre doctrine. S'il s'agit de simple diphtérie, nous n'avons pas.pu rencontrer un seul fait mortel où elle ne coïncidât point avec les manifestations ordinaires vers la gorge ou le nez.

Reste la diphtérie cutanée à laquelle Trousseau attribuait une gravité exceptionnelle; d'abord les fausses membranes ne peuvent apparaître que sur les surfaces privées de leur épiderme, soit par des vésicatoires, des plaies, des maladies cutanées. Nous avons analysé les faits que nous avons pu rencontrer dans les publications diverses, nous avons vu par nous-même quelques cas; presque toujours la fausse membrane n'apparait sur la peau qu'après avoir débuté par le pharynx ou les narines. Un certain nombre cependant ont débuté par les surfaces cutanées dépouillées de leur épiderme, par un motif quelconque, ou aux alentours de plaies, de piqûres de sangsues, etc.; presque tous se sont compliqués de productions pharyngiennes ou laryngiennes et tous se sont montrés dans les foyers d'épidémies très intenses et se compliquaient rapidement de symptômes adynamiques dus à des résoptions septiques; nous devons donc conclure que la diphtérie emprunte d'ordinaire sa gravité à la localisation de ses productions sur les voies respiratoires, narines, pharynx, larynx.

Un troisième fait favorable à la localisation primitive du mal égyptiaque, c'est la possibilité d'inoculer directement la diphtérie en déposant son virus sur les muqueuses ; qui ne se souvient de Valleix empoisonné par une fausse membrane rejetée sur sa conjonctive, et mourant quelques heures après d'une angine maligne.

Enfin, un argument auquel nous attachons une véritable importance c'est la variabilité extrême du processus diphtéritique et sa complète dépendance du sort des fausses membranes ; la diphtérie n'a pas ce cycle défini et fatal des autres fièvres générales éruptives de la scarlatine, de la rougeole, etc., etc. ; si les premières manifestations sont anéanties sur place, la maladie s'arrête et s'éteint, à moins que l'on n'ait laissé aux produits de décomposition des fausses membranes, le temps d'empoisonner le sang et de produire ainsi des accidents secondaires.

L'examen que nous venons de faire des arguments invoqués par les partisans des deux doctrines en présence, laisse l'esprit indécis ; la doctrine de l'empoisonnement primitif local nous paraît la mieux appuyée ; cependant certains faits échappent à une complète explication si on l'accepte pour tous les cas. Mais est-il bien nécessaire de ranger absolument tous les cas de diphtérie sous une loi invariable ? Nous ne le croyons pas.

Une comparaison fera mieux comprendre notre pensée : lorsque, avant Jenner, on recourait à l'inoculation variolique, l'opération créait, non pas seulement une ou plusieurs pustules varioliques, mais encore un processus général, une fièvre éruptive à source primitivement locale ; mais lorsque, dans le cours d'une épidémie de variole, tel sujet était atteint, tous les pathologistes admettaient et avec raison, que le virus variolique était absorbé par les voies digestives ou respiratoires avant de venir produire à la peau les pustules varioliques. Pourquoi n'en serait-il pas de même dans la diphtérie ; nous admettons et nous croyons que la plaque diphtéritique est le point de départ ordinaire de la maladie dont les débuts sont ainsi primitivement locaux ; mais nous pouvons aussi concevoir que, dans les foyers intenses de diphtérie, le virus diphtéritique peut avoir été absorbé par les

voies digestives ou respiratoires, avant de venir s'implanter et végéter sur les surfaces muqueuses ou cutanées. Cette double genèse n'a rien qui répugne aux lois de la pathologie; ce qui est la loi dans la variole devient l'exception dans la diphtérie.

Nous l'avons déjà dit, ne donner à la plaque diphtéritique que la valeur d'une pustule variolique ou d'une plaque scarlatineuse, c'est s'exposer à de graves mécomptes en thérapeutique; nous espérons le faire comprendre mieux en donnant comme conclusion à cette causerie, un rapide exposé du processus diphtéritique tel qu'il ressort de nos études, et des indications thérapeutiques qui en ressortent.

1) La diphtérie est une maladie contagieuse, spécifique, se présentant sous forme épidémique et sporadique.

2) Le contage est un microphyte parasitaire démontré, mais dont la culture n'a pas encore été tentée.

3) Le microbe, ou virus diphtéritique, est apporté sur les muqueuses ou les surfaces cutanées dépourvues d'épiderme, soit directement, c'est la loi, soit exceptionnellement par l'intermédiaire des voies respiratoires ou digestives. Dans les deux cas, il y végète, s'y développe, y prolifère et finit par y pourrir.

4) Par elle-même sa présence sur les surfaces organiques ne semble pas grave, car *a*) son développement sur des surfaces étrangères à l'acte respiratoire reste presque toujours sans conséquence, *b*) elle éveille à peine une légère réaction, *c*) les symptômes graves n'apparaissent jamais qu'à la période de putréfaction.

5) Les surfaces d'élection du contage diphtérique sont les muqueuses nasales, pharyngiennes et laryngiennes.

6) Implantée sur ces terrains, la diphtérie présente toujours une marche sérieuse, ou bien elle se développe dans le larynx et étrangle sa victime par une rapide asphyxie à la manière d'un corps étranger; ou bien se développant dans la gorge ou le nez, ses fausses membranes s'y corrompent et empoisonnent plus ou moins vite le malade en chargeant l'air qu'il respire de produits septiques, ou par la résorption de substances également altérées.

7) Dans des épidémies très intenses et dans des cas exceptionnels, l'élément diphtérique se développe sur des surfaces cutanées altérées et peut y devenir la cause de graves accidents septiques par la résorption des produits de sa putréfaction.

8) La médication de la diphtérie doit remplir les indications suivantes : *a*) détruire les germes diphtéritiques partout où ils se présentent, empêcher leur développement et surtout leur propagation vers le pharynx; *b*) éviter à tout prix la putréfaction des fausses membranes quel que soit leur siège. La solution mucilagineuse de tannin au 1/10 nous a toujours paru remplir ces indications capitales.

Que si l'empoisonnement général secondaire existe déjà, sans abandonner l'usage du mucilage tannique, on doit s'aider des ressources des médications toniques, névrosthéniques, etc.

Si enfin les productions diphtéritiques envahissant le larynx nous menacent du croup, poursuivons-les par tous les moyens que nous pourrons imaginer, pulvérisations, tubage avec la solution tannique, sans négliger les médications spéciales et sans trop différer la trachéotomie.

Messieurs, le sort de la médication que j'ai proposée pour combattre la diphtérie, n'est point indissolublement lié à la nature parasitaire du contage diphtéritique; quel que soit le virus, son action, son évolution, les accidents qu'il détermine restent plus inexplicables peut-être, mais justiciables des moyens que je propose. Cependant je ne veux pas être ingrat, et je n'abandonne pas une doctrine à laquelle je dois tant de reconnaissance pour les services qu'elle m'a rendus dans la pratique de notre difficile mission. Je veux parler de la doctrine des germes animés dans la genèse des maladies à contage: je n'ignore aucune des critiques auxquelles elle donne lieu. J'ai répondu à quelques-unes dans d'autres écrits, je n'en connais aucune à laquelle on ne puisse répondre victorieusement. Et si enfin, cette théorie qui illumine d'une si vive clarté l'étude de tous les grands problèmes d'étiologie et de prophylaxie, que M. Pasteur indique comme devant donner dans l'avenir la complète intelligence des maladies contagieuses, épidémiques, si, dis-je, cette théorie n'était qu'une

fausse lueur, une nouvelle et plus décevante illusion, du moins lui aurais-je dû bien souvent la joie profonde que tous nous éprouvons lorsque nous avons pu essuyer les larmes et dissiper les angoisses d'une mère en sauvant la vie à un enfant bien-aimé.

A toute doctrine pathogénique opposée je dirai : Faites mieux.

DE LA
PÉNÉTRATION DES LIQUIDES PULVÉRISÉS
DANS
LES ORGANES RESPIRATOIRES [1]

PAR

M. le Dr MŒLLER

Une des tendances les mieux accusées de la thérapeutique moderne consiste dans l'extension de plus en plus grande que prend l'application topique des médicaments sur les organes malades. Cette tendance est une conséquence naturelle et inévitable du développement de l'anatomie pathologique, qui a pris son point de départ dans les travaux de Virchow sur la pathologie cellulaire. Plus on s'éloignait des idées humorales, plus on devait attacher d'importance au traitement local des lésions morbides. La décentralisation pathologique, si je puis m'exprimer ainsi, devait nécessairement conduire à la décentralisation thérapeutique.

Ce serait un travail intéressant à faire que d'étudier l'importance des troubles organiques au point de vue de l'éclosion, du développement et de la marche de la maladie. Mais nous touchons ici à un des points les plus obscurs de la pathologie géné-

---

(1) L'auteur vient de publier sur ce sujet un ouvrage qui a pour titre : *Thérapeutique locale des maladies de l'appareil respiratoire par les inhalations médicamenteuses et les pratiques aérothérapiques*, par le Dr Mœller. Paris, librairie J.-B. Baillière et fils, 1882.

rale, à savoir la nature intime des affections morbides. Après avoir, comme je le disais tantôt, attribué un rôle prédominant aux lésions des organes, la science moderne ne semble-t-elle pas revenir un peu sur ses pas? Les recherches actuelles, qui attachent une importance de plus en plus grande aux germes organisés dans l'étiologie des maladies, ne vont-elles pas, de nouveau, reléguer à l'arrière-plan les modifications locales qui ne seraient que la manifestation externe d'une cause générale ?

Quoi qu'il en soit de ce redoutable problème que nous sommes encore incapables de résoudre, tout ne serait pas dit, au point de vue thérapeutique, s'il était démontré que la plupart des affections morbides sont dues à une modification de tout l'organisme. On pourrait, même dans ce cas, soutenir à bon droit que le médecin arrivera plus facilement et plus sûrement au seul but qu'il doit poursuivre, c'est-à-dire la guérison du malade, en s'efforçant de combattre et de faire disparaitre les lésions locales.

Cette assertion est confirmée par la pratique universelle. Ainsi, dans les affections de la peau, on ne se borne généralement pas à attaquer l'élément diathésique qui a pu engendrer la maladie cutanée; on favorisera l'effet du traitement interne par l'emploi de remèdes externes. Dans les maladies du nez, du larynx, de l'oreille, des yeux, on cherche à guérir directement, par l'application de remèdes topiques, les lésions de ces organes. Dans les affections des organes génitaux de la femme, on est arrivé à une thérapeutique rationnelle et vraiment puissante, grâce au speculum utérin, qui permet de porter les médicaments sur le point malade lui-même. Enfin, l'estomac a, de tout temps, été soumis à un traitement local, puisqu'il a été pendant longtemps la seule voie d'introduction des médicaments dans l'organisme; cependant la thérapeutique des affections gastriques a encore fait un grand progrès depuis l'invention du lavage stomacal.

L'utilité des remèdes topiques diffère suivant l'organe qui est le siège de la lésion que l'on cherche à combattre, Or, de tous ces organes du corps, il n'en est pas dont l'intégrité soit aussi nécessaire à la conservation ou à la restauration de la santé que les organes respiratoires. D'autre part, à cause de la grande acti-

vité d'absorption que possède la muqueuse des voies aériennes, il importe de détruire ou, tout au moins, de rendre inoffensifs tous les produits morbides qui peuvent séjourner dans les conduits respiratoires et qui, une fois passés dans le sang, vont exercer une influence des plus fâcheuses sur l'économie tout entière. Enfin, le caractère souvent si rebelle des lésions pathologiques des organes respiratoires et leur tendance à dégénérer facilement en affections irremédiables, telles que la dégénérescence caséeuse ou tuberculeuse, n'indiquent-ils pas aussi la nécessité de combattre, dès le début et par des moyens aussi directs que possible, des modifications qu'il sera presque impossible de faire disparaître plus tard ?

Après ces considérations, on a le droit de s'étonner que les maladies des organes respiratoires soient précisément celles où les remèdes locaux sont le moins employés. Tandis que tout praticien se croirait coupable de ne pas prescrire de gargarismes dans le cas d'angine, de négliger les collyres dans les conjonctivites, de ne pas ordonner de lavements médicamenteux dans les affections des parties inférieures du gros intestin, lorsqu'il s'agit des organes respiratoires, on se borne souvent à un traitement général, c'est-à-dire à l'administration interne de médicaments, dont le passage à travers la muqueuse aérienne est ordinairement illusoire ou problématique. Cet état de choses provient, en partie, de l'ignorance dans laquelle on se trouve au sujet de la possibilité d'instituer un traitement local dans les maladies des organes respiratoires. Or, ce traitement peut être double : il peut consister en de simples modifications dans la composition chimique ou dans la pression de l'air dans lequel on se trouve ou que l'on respire ; il peut, en outre, être constitué par l'introduction directe de médicaments sur les points malades. Le premier ordre de moyens constitue ce qu'on appelle l'*aérothérapie*, méthode d'invention récente en médecine et ayant déjà fait suffisamment ses preuves; le second ordre comprend toutes les espèces d'*inhalations médicamenteuses* auxquelles on peut soumettre les sujets atteints de maladies respiratoires.

Les inhalations médicamenteuses peuvent être pratiquées par

deux procédés : ou bien on inhale des substances gazeuses ou volatiles, ou bien on pulvérise des solutions médicamenteuses et l'on fait pénétrer par des inspirations profondes le brouillard qui résulte de cette pulvérisation. Le premier de ces procédés est beaucoup moins pratique que le second pour plusieurs motifs, dont les principaux sont la difficulté de doser les médicaments inhalés et l'impossibilité d'employer des substances fixes. Aussi l'inhalation des solutions pulvérisées tend-elle à détrôner de plus en plus l'autre méthode. Cependant cette nouvelle médication n'a pas laissé que de soulever de nombreuses objections, dont la plus importante est celle qui nie la possibilité de faire pénétrer des poussières liquides jusque dans la profondeur des organes respiratoires.

C'est à cette dernière question que je veux m'attacher aujourd'hui, réservant pour une autre séance la démonstration pratique de l'utilité des inhalations dans la thérapeutique des maladies des voies respiratoires. Deux ordres d'objections ont été émises contre la pénétration des liquides pulvérisés dans les bronches et les poumons; les unes sont purement *théoriques*, les autres sont *expérimentales*.

1° Objections théoriques. — Les auteurs qui nient la pénétration des molécules liquides, finement divisées dans l'arbre aérien s'appuient sur la sensibilité de la muqueuse respiratoire à l'égard des corps étrangers. C'est ainsi que quelques-uns considèrent la glotte comme un obstacle infranchissable qui s'oppose au passage des liquides pulvérisés dans le larynx. Ils la comparent à une *sentinelle vigilante* préposée à la garde des organes respiratoires. Or, c'est là une simple vue de l'esprit, qui est contredite par les faits d'expérience.

Il est bien vrai que la glotte est un organe très sensible, qui se ferme et se contracte sous l'influence des moindres causes d'irritation; mais cette sensibilité n'a rien de spécifique. Tous les corps irrespirables n'irritent pas la glotte; ainsi l'hydrogène, l'azote, l'oxyde de carbone passent facilement, tandis que le chlore provoque la contraction de cet organe. Les substances

solides ou liquides peuvent aussi se diviser, sous ce rapport, en irritantes ou non irritantes. Les premières ne franchiront pas ou guère la fente glottique, tandis que les secondes ne rencontreront pas le moindre obstacle dans leur marche. D'autre part, la quantité, la température, l'état de division plus ou moins grande, la force de propulsion des corps étrangers exercent une influence très grande sur la pénétration plus ou moins facile dans les voies aériennes.

Il ne faut, du reste, pas exagérer cette sensibilité de la glotte. Waldenbourg cite, à ce propos, un fait très curieux et d'une importance capitale; il s'agit d'un homme atteint d'une paralysie des muscles du pharynx, qui rendait impossible la déglutition des aliments; le larynx était sain. Or, lorsqu'il introduisait un liquide dans la bouche et qu'il inclinait la tête en arrière, on pouvait, à l'aide du laryngoscope, constater que l'épiglotte restait verticale, que le liquide stagnait sur les cordes vocales fermées et que celles-ci laissaient de temps en temps échapper de petites bulles d'air; ce phénomène pouvait être observé pendant plusieurs secondes, sans que la toux survînt (1).

Mais ce n'est pas seulement la sensibilité de la glotte qui a été mise en cause pour prétendre que les liquides pulvérisés ne pouvaient pas pénétrer dans les voies aériennes. On a également invoqué la sensibilité de la muqueuse respiratoire en général. Or, il a été établi que cette sensibilité est extrêmement obscure et émoussée. Mandl a vu un malade, chez lequel un corps étranger était resté pendant des semaines dans la trachée-artère sans occasionner le moindre phénomène réflexe (2). Il n'est pas admissible d'ailleurs que des corps qui auraient pu traverser impunément un organe aussi sensible que la glotte ne soient pas tolérés par la muqueuse beaucoup moins sensible des autres parties de l'arbre respiratoire.

---

(1) WALDENBURG, *Die locale Behandlung der Krankheiten der Athmungs Organe.* 2 Aufl., p. 126.

(2) *Wiener med. Wochensch.* 10 novembre 1870.

Ce qui détruit encore l'argument tiré de la sensibilité de la muqueuse des voies aériennes, c'est la pénétration de particules *solides* dans les organes respiratoires. On sait que la question de l'étiologie de la mélanose pulmonaire a été fort discutée. Les uns disaient qu'il ne s'agissait là que d'un dépôt de pigment provenant du sang; d'autres l'ont attribuée à de la poussière de charbon, qui se déposerait dans les vésicules pulmonaires, pénétrerait dans le parenchyme du poumon et pourrait même être transportée par les vaisseaux lymphatiques jusque dans les ganglions bronchiques. Or, cette question n'est plus douteuse aujourd'hui. Traube a constaté deux fois, au microscope, que les crachats noirs rejetés par des ouvriers charbonniers, comme aussi le tissu de leurs poumons, renfermaient des particules de la même forme, de la même couleur et du même aspect que les parcelles de charbon (1).

Lewin est un de ceux qui ont le mieux approfondi et élucidé cette question de la pénétration des corps solides dans les poumons. Il a choisi différentes professions, les chauffeurs, les fabricants de porcelaine, les armuriers, etc...; il a examiné leur expectoration au microscope et par l'analyse chimique; il a fait un certain nombre d'autopsies et il est arrivé à cette conclusion que, non seulement ces individus inhalent les petites parcelles suspendues dans l'air, mais que ces matières pénètrent jusque dans les alvéoles et que, grâce à leur forme plus ou moins effilée, elles s'engagent même jusque dans l'épaisseur du tissu pulmonaire (2).

D'autres auteurs, tels que Fournié (3), Knauff (4), Villaret (5) et Moritz Rosenthal (6), ont constaté, par le laryngoscope chez

(1) *Deutsche Klinik*, 49, 50, 1860. *Berliner klin. Wochenschr.* 1866.

(2) Lewin, *Die Inhalation-Therapie.* Berlin, Hirschwald, 1865, p. 32 et suiv.

(3) *De la pénétration des corps pulvérulents, gazeux, volatiles, solides et liquides dans les voies respiratoires, au point de vue de l'hygiène et de la thérapeutique.* Paris, 1861.

(4) *Ueber das schwarze Lungenpigment.* Virchow's Arch. juillet 1867.

(5) *Cas rare d'anthracosis*, Paris, 1862.

(6) *Wien. medic. Jahrbüch*, XXII, 1. *Graevell's Notizen.* XIX, 1866, p. 244.

l'homme, par l'autopsie chez les animaux, que la poussière de charbon peut pénétrer dans les poumons; ils ont reconnu que parfois ces molécules solides étaient entraînées par les vaisseaux lymphatiques, voire même par les vaisseaux sanguins.

Enfin les recherches de Zenker (1), confirmées par Sommebrodt (2), Ramazzini (3), Lombard (4), Peacock (5), etc., ont démontré ce même fait pour d'autres poussières que celle de charbon.

S'il est donc établi que les conduits respiratoires laissent passer des corps solides, on ne comprendrait pas pourquoi ces mêmes organes ne supporteraient pas le contact de poussières liquides, qui ont une action moins irritante et dont l'état physique diffère si peu de celui de l'air atmosphérique.

2° Critique expérimentale. — Ce qui achève de mettre à néant l'objection que nous examinons, c'est la démonstration expérimentale et directe de la pénétration des poussières liquides dans les conduits respiratoires. Cette démonstration est peu connue; elle mérite d'être exposée avec quelques détails, car, à elle seule, elle établira la valeur réelle de la méthode des inhalations.

Les expériences qui ont été instituées par différents auteurs pour rechercher si les liquides pulvérisés pénètrent profondément dans les organes respiratoires, sont très nombreuses. Elles ont été faites, soit sur les animaux, soit à l'aide d'appareils représentant les conduits aériens, soit sur l'homme.

1. *Expériences sur les animaux.* — Ces recherches ont donné des résultats contradictoires; c'est ainsi que celles de Pietra-

(1) *Staubinhalations Krankheiten der Lunge.* (Deutsch. Arch. fur klin. Medicin. 1866.)

(2) *Berlin. klin. Wochenschr.* 7, 1870.

(3) *Krankheiten der Künstler und Handwerker,* 1870.

(4) *Annales d'hyg. publ. et de méd. lég.* t. XI, p. 5.

(5) *Some account of a species of phthisis pulmonaris,* etc. (Mem. of the Med. Soc. of London, vol. V.)

Santa [1], Briau [2], Armand Rey [3], ont conduit ces auteurs à des conclusions négatives, tandis que celles de Demarquay [4], Poggiale [5], Fieber [6], Tobold [7], Gerhardt [8] démontrent la pénétration des liquides dans les voies respiratoires.

Pietra-Santa se contenta de faire respirer par des animaux (une chèvre et trois lapins) des liquides pulvérisés, puis, après avoir sacrifié le sujet, de rechercher dans les organes respiratoires la présence des substances employées. Briau fit des expériences sur des animaux : trois fois sur des lapins, deux fois sur des chiens, une fois sur un cheval. Les inhalations sur les lapins donnèrent seules la preuve que les liquides peuvent pénétrer dans les vésicules pulmonaires, mais l'auteur tâche de diminuer la valeur de ce résultat, en l'attribuant à la situation de la glotte, qui, chez le lapin, se trouve très près de la cavité buccale. Les recherches d'Armand Rey ont donné des résultats également négatifs.

Demarquay a institué de très nombreuses expériences sur les animaux, les lapins d'abord, les chiens ensuite. Pour les lapins, il les forçait à respirer par la bouche, en introduisant dans celle-ci une pince spéciale qui écartait les mâchoires. Il fit inhaler une solution de perchlorure de fer au 1/100. De ces animaux, les uns furent sacrifiés et autopsiés; on constata la présence du fer jusque dans le parenchyme pulmonaire; les autres furent laissés en vie, mais presque tous furent atteints, au bout de 12 à 24 heures, d'une violente broncho-pneumonie. Pour les chiens,

---

[1] *Union médicale*, 1861. (GAZ. MÉD. DE PARIS, 1861.)

[2] *Gazette hebdomadaire*, 1861.

[3] *Union médicale*, 1861.

[4] *Mém. sur la pénétration dans les voies aériennes des liquides pulvérisés.* (BULL. DE L'ACAD. DE MÉDECINE. GAZ. MÉD. DE PARIS. UNION MÉDICALE, 1861.)

[5] *Rapport à l'Académ. de méd. de Paris.*

[6] Dr FIEBER, *Die Inhalation medicamentöser Flussigkeiten.* Wien, 1865. BRAUMULLER.

[7] *Deutsche Klinik.* 22, 1862.

[8] WEDEMANE, *Inhalation medicamentöser Flussigkeiten. Ein Beitrag zur Lokaltherapie respiratorischen Erkrankungen* (WURZBUGER MED. ZEITSCHRIFT, 1863, IV, p. 103.)

non seulement on tenait leur gueule ouverte, mais en même temps on abaissait leur langue et on la tirait hors de la bouche. Ici encore, on retrouva le fer dans le larynx, la trachée et les bronches; le parenchyme pulmonaire n'en contenait pas. Ces expériences si concluantes ont été confirmées par les autres auteurs que j'ai cités (Poggiale, Fieber, Tobold, Gerhardt).

Il ne faut pas s'étonner si Pietra-Santa, Armand Rey et Briau sont arrivés à des conclusions négatives. Ces expérimentateurs ne se sont pas mis dans les conditions voulues pour que les inhalations réussissent. En effet, les animaux respirent, dans les circonstances ordinaires, exclusivement par le nez, de sorte que, si on les soumet aux pulvérisations, les poussières ne peuvent pénétrer que par les fosses nassales, qui sont fort étroites et ont des parois assez irrégulières. Il est donc nécessaire, dans ces expériences, de maintenir ouverte la bouche des animaux; or, c'est ce qu'ont négligé de faire les auteurs dont nous parlons.

Au reste, ces recherches sur les animaux n'ont qu'une valeur très secondaire. En supposant même qu'elles échouent, cela ne prouverait rien contre la pénétration des poussières liquides dans les organes respiratoires de l'homme. En effet, on ne saurait jamais mettre les animaux dans les mêmes conditions que l'homme. La nécessité d'ouvrir de force la bouche des animaux, ce qui occasionne une certaine agitation, n'existe pas pour l'homme. D'autre part, celui-ci peut, par la position qu'il donne à la bouche, à la langue, au voile du palais, à toute la tête, se placer dans une situation tout à fait favorable à la pénétration des matières médicamenteuses. Enfin, et c'est une des conditions les plus importantes, l'homme peut faire des inspirations très profondes, qui entraînent presque nécessairement les liquides pulvérisés avec le courant d'air inspiré.

2. *Expériences à l'aide d'appareils respiratoires artificiels.* — Fournié a eu, le premier l'idée de construire des appareils représentant plus ou moins bien les voies aériennes avec leurs différentes sinuosités; il voulut rechercher si les liquides pulvé-

risés traversaient ces appareils dans toute leur longueur; ses conclusions furent négatives. Mais ces expériences étaient mal conduites, l'imitation des organes fort imparfaite, les moyens employés pour constater le résultat tout à fait fautifs.

C'est ce qui fut démontré par Poggiale qui disait dans son rapport à l'Académie : « Si M. Fournié ne réussit pas, cela ne » prouve qu'une chose, c'est que l'expérimentateur s'est trompé » dans son imitation de l'appareil respiratoire. »

Les recherches d'Armand Rey furent aussi négatives que celles de Fournié; mais elles ont été tout aussi défectueuses.

Aussi ne faut-il pas s'étonner si Moura-Bourouillou, Sales-Girons, Schnitzler et Waldenbourg obtinrent des résultats tout différents de ceux qui viennent d'être cités. Les expériences de Waldenbourg furent particulièrement décisives et mirent celles de Fournié complètement à néant.

N'attachons, du reste, qu'une importance secondaire à ce genre de recherches, car il sera toujours impossible de se mettre exactement dans les conditions où se trouvent les organes respiratoires.

3. *Expériences sur l'homme.* — *a*) On a cherché une preuve de la pénétration des liquides pulvérisés dans les voies aériennes, dans les sensations subjectives éprouvées par les sujets. Que la sensation d'un corps qui pénètre dans les organes respiratoires existe, cela ne peut faire de doute pour ceux qui se sont soumis à des inhalations en observant toutes les règles voulues; mais il ne faut pas exagérer la valeur de cette preuve. Les sensations qui correspondent à des modifications fonctionnelles ou matérielles des organes respiratoires sont vagues et trompeuses, ce qui tient à ce que nous avons dit de la sensibilité assez obscure de la muqueuse aérienne.

b) Pietra-Santa a objecté qu'il avait cherché en vain dans l'air expiré la présence des substances inhalées. Son expérience consistait à inhaler pendant une demi-heure de l'eau sulfureuse pulvérisée, puis d'expirer dans une solution d'acétate de plomb;

or, ce liquide ne subissait aucune réaction, décelant la présence de soufre dans l'air expiré. Cette expérience est dénuée de valeur; en effet le réactif ne peut s'appliquer qu'à l'hydrogène sulfuré. Or, celui-ci étant gazeux a pu être rapidement absorbé par la muqueuse respiratoire. Il y aurait, au reste, encore d'autres réserves à faire sur la manière dont cette expérience a été conduite.

c) On a analysé les urines afin d'y rechercher les médicaments employés en inhalation. Pietra-Santra et Delore disent n'avoir rien trouvé; Waldenbourg, au contraire, est arrivé à des résultats très concluants; il se servit d'iodure de potassium en solution; or, il retrouva cet iodure dans les urines.

Les expériences de Pietra-Santa et Delore doivent avoir été défectueuses, car si elles étaient exactes, il faudrait admettre que même les muqueuses pharyngée et buccale n'ont rien absorbé de la solution pulvérisée, ce qui est tout simplement anti-physiologique.

d) On a également examiné les matières expectorées. Si, d'une part, Fournié et Champouillon n'ont rien trouvé, d'autre part, Tavernier, Gratiolet et Battaille sont arrivés à des conclusions positives. Ce genre de recherches n'a, du reste, guère de signification. Les résultats négatifs ne prouvent rien, puisqu'on peut toujours supposer que les médicaments inhalés ont été rapidement absorbés. Les résultats positifs ne prouvent pas davantage, car la présence des médicaments dans les crachats peut simplement tenir à ce qu'ils se sont déposés sur les parois de la bouche ou du pharynx.

e) Demarquay, Fieber, Schnitzler et Störck, Gerhardt ont fait des expériences sur des sujets trachéotomisés; ils ont pu se convaincre que les liquides pulvérisés et inhalés pénétraient tout au moins jusque dans la trachée-artère.

Cette catégorie de recherches a permis de constater un fait qui a une grande valeur au point de vue de la pratique des inhalations, c'est que les poussières liquides n'arrivent en quantité notable dans la trachée que lorsque la fistule trachéale est

fermée; cela prouve que c'est le courant inspiratoire qui fait pénétrer la poussière médicamenteuse avec l'air extérieur dans les conduits aériens; d'où cette conclusion que pour assurer l'entrée des liquides pulvérisés dans la profondeur de l'appareil respiratoire, il faut avoir soin de recommander au malade de pratiquer des mouvements d'inspiration aussi profonds que possible.

f) Un certain nombre d'auteurs, parmi lesquels Moura-Bourouillou, Tavernier, Gratiolet, Battaille, Schnitzler et Störck, Gehardt, Lewin, Smeleder, se sont aidés du laryngoscope pour voir jusqu'où les liquides pulvérisés pouvaient pénétrer. Ils sont arrivés au résultat voulu en respirant eux-mêmes ou en faisant respirer soit des liquides colorés, soit des solutions de perchlorure de fer et de ferro-cyanure de potassium. Or, ils ont pu constater que non seulement la partie du larynx située en deçà et au delà des cordes vocales, mais même la trachée et l'entrée des grosses bronches étaient couvertes de bleu de Prusse ou des autres matières colorantes employées.

g) Les recherches les plus importantes, celles qui, à elles seules, doivent entraîner la conviction, sont les autopsies faites sur le cadavre. Un certain nombre d'examens ont été pratiqués à ce point de vue; j'en relaterai deux, qui méritent d'être connus à cause de la netteté des constatations et de l'autorité qui s'attache aux noms des auteurs. Le premier a été observé par le professeur Zdekauer, de S[t]-Pétersbourg. Il s'agit d'un soldat invalide, atteint de maladie de Bright avec albuminurie et hydropisie, chez lequel se déclara subitement une violente hémoptysie, que les moyens ordinaires furent incapables d'arrêter. On recourut alors à la pulvérisation et on fit inhaler une solution de perchlorure de fer pendant quelques minutes.

L'*hémoptysie fut coupée net*; malheureusement, la perte de sang avait tellement abattu les forces déjà considérablement diminuées, que le malade succomba au milieu des phénomènes d'asphyxie. A l'*autopsie*, on trouva dans le poumon droit plusieurs noyaux hémorrhagiques, d'une consistance très ferme

et ne saignant pas quand on les incisait; dans le poumon gauche, il y avait aussi quelques petits noyaux hémoptoïques. — Le docteur Holm examina ces différents noyaux et il y trouva, ainsi que dans le tissu pulmonarie, du fer en quantité beaucoup plus grande qu'il n'y en a ordinairement dans le sang (1).

Le second fait a été observé par le docteur Lewin dans la clinique du professeur Frerichs, de Berlin. Le sujet était un cocher, âgé de 48 ans, qui, atteint d'une lésion pulmonaire, entra à l'Hôpital de la Charité, le 14 mai 1862. Il eut, le 19, une première hémoptysie, qu'on ne put arrêter par les remèdes habituels, et qui fut si abondante le 23, qu'on jugea opportun de le soumettre aux inhalations de perchlorure de fer. Le sang disparut rapidement dans les crachats; le malade mourut cependant le 24, par les progrès de la consomption. A l'*autopsie*, on trouva du sang coagulé dans une caverne qui siégeait au lobe supérieur du poumon droit; cette caverne renfermait, en outre, une certaine quantité de liquide noirâtre. Le docteur Schulz fut chargé d'analyser ce liquide et il y trouva, ainsi que dans les caillots de sang, une certaine quantité de fer à l'état libre (2).

Ces deux faits ne peuvent laisser aucun doute sur la possibilité de la pénétration de liquides pulvérisés dans les poumons; ils sont d'autant plus démonstratifs que ces sujets étaient atteints de maladies chroniques graves, avec affaiblissement général très prononcé; or, ce sont là deux conditions défavorables pour l'efficacité des pulvérisations, parce que les malades débilités ne sauraient faire des mouvements d'inspiration très profonds et que la pénétration des liquides pulvérisés dans les voies aériennes n'est guère aidée par le courant inspiratoire.

h) Enfin, ne peut-on pas déduire des effets utiles ou nuisibles déterminés par les poussières liquides inhalées, la preuve que ces liquides pénètrent bien jusque dans les voies aériennes? Je ne veux pas exagérer l'importance de cet argument, car souvent,

---

(1) *Zur Therapie Lungenblutung.* (WIENER MEDICIN. WOCHENSCHRIFT. nr 30 et 31, 1861.)
(2) LEWIN, *Die Inhalation Therapie.* (BERLIN. HIRSCHWALD, 1863, p. 190.)

à ces inhalations sont jointes d'autres circonstances accessoires, dont il faut tenir compte dans l'appréciation des faits que l'on observe. Je ne crois pas, cependant, qu'on puisse douter de l'entrée des poussières liquides dans les organes respiratoires, si on fait une application méthodique des inhalations ; les résultats sont trop frappants pour ne pas convaincre les plus sceptiques. Cette dernière preuve fera l'objet, je l'espère, d'une prochaine communication.

LES ENREGISTREURS EN MÉTÉOROLOGIE.

DESCRIPTION

D'UN

NOUVEAU MÉTÉOROGRAPHE ÉLECTRIQUE

PAR

Victor VAN TRICHT, S. J.

Professeur au Collège de la Paix, à Namur.

Lu à l'assemblée générale du 26 janvier 1882 de la Société scientifique de Bruxelles.

INTRODUCTION

Pendant de longues années, la météorologie est demeurée à l'état naissant, à l'état de science d'observation pure. Elle constatait les phénomènes dont l'atmosphère est le siège, elle les mesurait de son mieux dans leur quantité propre, cherchait à mettre quelque relation dans leurs variations simultanées et s'arrêtait en ce point.

C'est le premier stade de toute science expérimentale.

Les travaux de Reid, de Redfild, de Piddington, de Maury et, tout récemment, les beaux mémoires d'Elias Loomis l'ont poussée dans une voie nouvelle. Ils ont créé ce que l'on a nommé la météorologie dynamique.

Mais cet incontestable progrès, loin de faire abandonner la météorologie ancienne, est de nature à la faire cultiver avec un soin plus attentif. Plus que jamais l'observation exacte, complète, rigoureuse, constante et, je le dirais volontiers, dans un sens que j'expliquerai tantôt, l'observation aveugle est nécessaire. Le motif en est simple.

Quand une hypothèse apparaît dans le champ des sciences

physiques, elle n'a pour y prendre pied d'autres lettres d'entrée que les faits sur lesquels elle s'appuie. La science elle-même n'a que ces faits pour garantie contre les enchantements d'une conception souriante. Jamais donc l'observation des faits n'est plus nécessaire qu'au moment où surgit, au milieu d'eux, la formule qui prétend les enchainer à leur cause.

J'ajouterai que jamais cette observation n'est plus difficile.

L'esprit humain est ainsi porté que la nouveauté dans les pensées l'attire ou lui répugne, mais ne le saurait laisser indifférent. Devant une loi nouvelle, devant une hypothèse nouvelle, comme par un premier mouvement dont il ne semble pas le maître, il prend parti.

On prétend qu'un philosophe, poussé à bout par les faits que l'on opposait à ses théories, s'écria un jour : « Si la nature contredit mon système, c'est que la nature s'est trompée ! » Je ne le crois point. Ce sont là des aveux que l'on ne fait pas tout haut. Mais, sans arriver à ces extrémités, nous savons tous que l'esprit le mieux trempé n'est jamais à l'abri des surprises de l'idée préconçue. Or, l'idée préconçue est nécessairement fatale à l'observation ; elle donne, même aux yeux, je ne sais quelle sympathie funeste ou quel dégoût trompeur.

Je ne connais à ce mal qu'un seul remède : c'est de mettre l'observation hors des atteintes de l'humaine faiblesse et de la confier à un agent absolument réfractaire à la passion, à l'une quelconque des forces mécaniques ou physiques, dont le jeu fatal et nécessaire ne s'éprendra ni des théories, ni des systèmes.

C'est, je ne l'ignore pas, une nécessité d'un tout autre genre qui a conduit les météorologistes à recourir aux enregistreurs : l'impossibilité où ils se trouvaient de donner à leurs observations la continuité désirable ; mais l'avantage que j'ai signalé d'abord, pour n'avoir pas été visé dès l'origine, n'en a pas moins sa valeur et son poids.

L'enregistreur devant remplacer l'observateur, ce que l'on est en droit d'exiger de celui-ci, il le faut demander à celui-là.

La première condition que l'on puisse demander à un observateur, c'est qu'il ait en son pouvoir des instruments précis ; il le faut demander à l'enregistreur ; beaucoup de ceux qui sont

actuellement en usage pèchent en cet endroit. Vouloir observer un thermomètre métallique, par exemple, ne serait pas tolérable, tant les indications de cet instrument sont sujettes à des variations irrégulières; il ne sera donc pas permis de le tolérer dans l'enregistreur, quelque avantage que, d'ailleurs, on y rencontre. On peut exiger de l'observateur que son instrument précis soit placé dans des conditions de bon et régulier fonctionnement : les thermomètres à l'abri du rayonnement, le baromètre à l'abri de brusques variations de température, l'actinomètre bien à découvert, sous le ciel, etc. Il faut l'exiger de l'enregistreur. Plusieurs appareils, très ingénieux du reste, tombent en défaut sur cette condition nouvelle.

L'observateur doit faire de son instrument ainsi placé une lecture correcte et précise. Ce genre de lectures est très différent d'après le phénomène qu'il importe de mesurer. C'est, dans le baromètre, une hauteur dont l'origine et l'extrémité sont toutes deux variables; dans le thermomètre et dans tous les appareils qui en dérivent, l'affleurement d'un ménisque avec un trait de division marqué sur verre; dans l'anémomètre, la direction ou la grossière appréciation de la vitesse d'un nuage, d'une coupe ou d'une ailette tournante, etc., etc.

Il faut que l'enregistreur les fasse toutes et qu'il mette à les faire l'exactitude et la précision de l'observateur.

Mais, ici, je remarque qu'il existe, pour chaque mesure ainsi comprise, une limite de précision qu'il est utile d'atteindre, mais qu'il serait ridicule de vouloir dépasser. L'observation directe permet de lire aisément la hauteur du baromètre à $^1/_{10}$ de millimètre près, celle des thermomètres à $^1/_{10}$ de degré. Il est absolument inutile de pousser au delà. Certains enregistreurs barométriques développent des courbes sur lesquelles il serait possible d'apprécier le millième de millimètre. A quoi bon? Des enregistreurs thermométriques sont d'une sensibilité telle que le plus léger nuage, glissant entre le soleil et leur abri, imprime une grande oscillation à leur aiguille. Encore une fois, à quoi bon ? Est-ce que ce sont là ces variations de pression et de température qui vont fouetter l'atmosphère et en précipiter les vagues tourbillonnantes d'un bout du monde à l'autre ?

Sans doute, cette délicatesse fine et cette précision micrométrique peuvent, dans des circonstances spéciales, devenir d'une utilité très grande, mais, dans l'étude des phénomènes météorologiques généraux, — comme le disait M. Montigny, dans une note présentée à l'Académie en 1857 — « elles sont superflues. »

On exige de l'observateur des observations multipliées, à heure fixe, du jour et de la nuit. Il est évident qu'ici l'on est en droit d'exiger davantage de l'enregistreur : on lui doit demander des indications continues.

L'observateur, après avoir fait sa lecture, est souvent obligé de la corriger, de la réduire. On ne le pourra pas toujours demander à l'enregistreur, car c'est un travail qui généralement suppose l'intervention d'une intelligence.

En somme, s'il veut être utile, l'enregistreur doit répondre aux conditions suivantes :

Enregistrer les indications d'instruments irréprochables, placés dans des conditions également irréprochables;

Les enregistrer avec l'exactitude et la précision requises;

Les enregistrer avec la continuité requise, en marquant, de manière ou d'autre, l'instant auquel elles correspondent.

J'insiste sur la nécessité de placer les instruments dans les conditions de leur fonctionnement régulier : l'on ne saurait se méprendre sur l'importance de cette précaution. Il suffit de comparer, sur ce point, le baromètre et le thermomètre dont les conditions de fonctionnement sont incompatibles. « Il peut paraître très commode, m'écrivait M. Marié-Davy, en 1876, d'avoir dans un même appareil l'enregistrement de tous les éléments météorologiques, et j'ai donné dans ce travers. Je préfère aujourd'hui plusieurs appareils, placés chacun dans les conditions que réclame l'élément à enregistrer. »

Avant de décrire le nouveau Météorographe électrique que je destine à l'Observatoire du Collège de la Paix, je crois utile de passer en revue les différents appareils enregistreurs en usage dans nos observatoires contemporains; ce sera l'objet de la première partie de mon travail.

PREMIÈRE PARTIE.

Les premiers enregistreurs météorologiques remontent à plus d'un siècle et l'on peut lire dans le *Traité et les Mémoires de météorologie* de Cotte, la description du barométrographe de Changeur, de l'anémomètre de d'Ons-en-Bray (construit vers 1734) qui marquait pendant les vingt-quatre heures les directions et les degrés de force du vent.

Nous ne remonterons pas si haut et nous nous en tiendrons aux instruments vraiment contemporains.

CHAPITRE Ier.

Enregistreurs mécaniques.

1. **Barographe de Kreil.** — Le barographe de Kreil a pour organe essentiel un baromètre à siphon, dont la chambre barométrique et la courte branche, toutes deux d'un diamètre assez large (23 millimètres environ), sont rejointes par un tube d'une section beaucoup plus étroite. La courte branche contient un flotteur d'acier qui, d'une part, repose sur la surface du mercure et de l'autre se trouve suspendu à un levier métallique, oscillant autour d'un axe fixé à peu de distance du baromètre. L'extrémité libre de ce levier s'élèvera donc quand le baromètre s'élève, et descendra quand il descend ; son déplacement, toujours proportionnel aux variations de niveau du mercure, amplifiera celles-ci en raison de la longueur relative de la branche libre du levier. Celle-ci est armée d'un crayon qu'elle promène à quelque distance d'un cadre, entraîné régulièrement par un mouvement d'horlogerie. Toutes les cinq minutes, une roue à goupilles, solidaire de l'aiguille des minutes, met en jeu une détente qui presse le crayon sur le cadre et l'oblige à y marquer la trace de sa position actuelle.

On obtient ainsi, au bout de la journée, une série de points successifs, espacés de cinq en cinq minutes, et posés à des hauteurs correspondantes à la hauteur du baromètre en chacun de ces instants.

Cet instrument, construit à Prague par Dresler, a fonctionné à l'Observatoire royal de Bruxelles, jusqu'au moment où on y installa les enregistreurs photographiques de Kew.

Il est passé depuis entre mes mains, et je suis assidûment sa marche à Namur. Le P. Maas autrefois et le P. Delsaulx ensuite ont pu juger un appareil construit sur le même plan par Sacré, de Bruxelles, et installé à Louvain. Il fonctionne également, si je ne me trompe, à Harlem.

Les indications du barographe de Kreil sont satisfaisantes, mais l'instrument, tel qu'on le construit d'habitude, pèche par son organe essentiel, le baromètre lui-même. Le rétrécissement considérable du tube, entre la branche ouverte et la chambre barométrique, introduit dans l'appareil une sensibilité remarquable aux variations thermométriques; cet inconvénient a été signalé par M. Marié-Davy; l'erreur qu'il introduit dans les mesures est assez sérieuse pour qu'on doive chercher à l'écarter. Il suffirait d'ailleurs, pour y échapper, de donner au tube, dans toute sa longueur, une section uniforme.

Le P. Maas avait ajouté à l'exemplaire de ce barométrographe que j'ai vu fonctionner à Louvain, un marteau léger qui, mis en jeu par la pendule, quelques instants avant que le crayon enregistreur imprimât sa trace, venait d'abord imprimer à tout le baromètre une petite secousse. Ce coup de marteau remplaçait les chocs légers que nous donnons du bout du doigt sur la tige de nos Fortin, avant d'en faire la lecture. Ils ont pour but de vaincre l'adhérence du mercure au tube et d'amener la colonne barométrique à son vrai niveau.

2. Thermographe de Kreil. — Le thermographe de Kreil se compose d'un thermomètre de fort calibre, fixé très obliquement, en un point rapproché de son réservoir, au couteau d'une balance. Une longue aiguille armée d'un crayon, fixée également

au couteau, fait contre-poids au mercure du réservoir et place l'ensemble en position d'équilibre sur deux plans d'agate. Les variations de température, en déplaçant le centre de gravité du mercure qui s'avance ou recule dans la tige, font varier l'inclinaison de l'aiguille et du crayon. Comme dans le barographe, celui-ci est serré, toutes les cinq minutes, contre un tableau mobile et y marque une trace de sa position. Le crayon descend ici quand la température monte, et il s'élève quand elle s'abaisse. La courbe tracée est donc inverse.

Cet appareil s'est fort peu répandu. A l'Observatoire de Bruxelles, où il fonctionnait en même temps que le barographe, on l'a suivi avec une patience que l'on me permettra d'admirer, car certes les indications tremblantes de cet enregistreur n'en étaient pas dignes.

Le réservoir du thermomètre, nécessairement placé sous le coup du vent, oscillait au moindre souffle et, en dehors des temps d'un calme absolu, il n'y avait nul moyen de distinguer entre l'oscillation due à la température et celle qu'il fallait imputer au mouvement de l'atmosphère.

Depuis que le thermographe de Kreil est en mon pouvoir, je l'ai totalement modifié.

Le thermomètre que j'ai imaginé est un thermomètre à déversement à alcool et à mercure. La dilatation de l'alcool étant beaucoup plus considérable que celle du mercure, les accroissements ou les réductions de volume répondant aux variations de température seront beaucoup plus forts. Comme il importe, d'ailleurs, pour l'appareil, que ces variations se manifestent par une variation de poids, je fais en sorte qu'elles déplacent un volume égal de mercure. A cet effet, le thermomètre est incliné; son réservoir est rempli d'alcool, à l'exception d'une petite capacité, réservée au fond, qui est occupée par du mercure. La tige du thermomètre pénètre dans le réservoir, jusqu'au sein de cette petite masse de mercure et c'est d'elle seule qu'elle se remplit.

Pour éviter l'action du vent, le thermomètre est fixé à un support, en plein air, sa tige pénètre dans l'observatoire, elle s'y recourbe et plonge à son tour dans un godet mobile suspendu à

l'un des bras du fléau d'une balance ; l'autre bras du fléau porte un crayon enregistreur. A chaque variation de température, la tige du thermomètre absorbe ou déverse dans le godet mobile un volume correspondant de mercure, modifie ainsi le poids du godet et, par suite, la position d'équilibre du fléau et du crayon qui s'y trouve attaché.

La courbe tracée est nette, sans détails étrangers : elle a de plus l'avantage d'être directe, s'élevant et s'abaissant avec la température. Toutefois, même ainsi modifié, l'appareil est sujet à deux reproches. Le réservoir du thermomètre est trop volumineux et, par suite, toujours en retard sur la température ambiante. De plus, bien que la courbe tracée ait, pour des variations d'un degré dans la température, des variations de hauteur de plus de 1 millimètre, on est certainement en droit de demander davantage.

3. Anénomètre d'Osler. — L'anénomètre d'Osler complétait autrefois la série des appareils enregistreurs de l'Observatoire de Bruxelles.

Il fournissait simultanément l'enregistrement de la direction du vent, celle de sa pression et celle de la quantité d'eau tombée. Ces trois indications étaient données par trois crayons appuyés sur un même cadre mis en mouvement par une horloge. Le crayon de la direction est commandé par une cordelette, enroulée d'une part sur une poulie à gorge fixée à l'axe de la girouette et de l'autre, tendue par un contre-poids. Le crayon de la vitesse du vent était conduit par une deuxième corde, fixée à la plaque de l'anémomètre et tendue également par un contre-poids; il suivait les mouvements de cette plaque sous le coup de vent et, quand le vent tombait, revenait avec elle, par l'action du ressort antagoniste, à sa position d'équilibre.

Enfin, le crayon de la pluie était entraîné par un flotteur plongeant dans le réservoir de l'udomètre.

Cet appareil donnait d'une manière très satisfaisante les indications que l'on était en droit de lui demander.

Nous verrons tantôt comment il conviendrait de les compléter.

Si je voulais suivre l'ordre chronologique des inventions, ce serait le moment de parler ici des enregistreurs photographiques que Ronalds inaugura, dès 1841, en Angleterre, mais, comme j'aurai à leur décerner la palme, je préfère les réserver pour la fin. Du reste, un autre ordre me sourit davantage. Dans les enregistreurs que je viens de décrire, on s'adresse à des agents purement mécaniques; c'est le trait qui les caractérise. D'autres enregistreurs recourent à des forces physiques : l'électricité et la lumière; d'autres enfin recourent indifféremment aux unes et aux autres et, dans ce fait même, on peut trouver un élément de classification logique qui vaut bien l'ordre des temps.

4. Météorographe Bréguet. — M. Bréguet a construit, pour l'Observatoire de Montsouris, un météorographe enregistrant la pression barométrique, la direction et la force du vent, la hauteur du thermomètre sec et du thermomètre humide et la quantité de pluie tombée.

Très simple et très élégant, cet appareil a été décrit autrefois dans l'*Annuaire* de cet observatoire. Comme dans les enregistreurs que je viens de décrire, l'enregistrement y est tout à fait mécanique.

Le BAROMÈTRE employé par M. Bréguet est un baromètre anéroïde; la boîte du baromètre est fixée par une de ses bases sur une table de marbre, et les variations de volume qu'elle éprouve, sous le jeu des variations de pression, sont transmises, par l'intermédiaire d'un levier très long, relié à la base supérieure, à une fine pointe qui les inscrit sur un cylindre vertical enduit de noir de fumée.

Les THERMOMÈTRES sont à alcool; leur réservoir est relié, par un fin tube de cuivre, à une boîte anéroïde dans le genre de celle du baromètre. Réservoir, tube et boîte sont remplis d'alcool; les dilatations du liquide modifient le volume de la boîte, et ces dernières modifications, transmises à un levier, sont inscrites sur un deuxième cylindre.

L'UDOMÈTRE est un simple réservoir où s'accumule l'eau recueillie; un flotteur, soulevé par elle, actionne le levier du troisième cylindre.

L'ANÉMOMÈTRE est très ingénieux. Quatre cônes ouverts sont orientés dans un plan horizontal : le premier au nord, le deuxième à l'est, le troisième au sud, le quatrième à l'ouest. De chacun d'eux part un long tube de cuivre qui aboutit à une boite anéroïde. Le coup de vent qui les frappe agit sur le fond de la boite, qu'il soulève d'autant plus que son intensité est plus grande. Quatre leviers, posés deux par deux, sur deux cylindres tournants enregistrent ces soulèvements de la boite et fournissent ainsi les composantes horizontales du vent, tout en donnant la direction dans laquelle il souffle. L'enregistreur de Bréguet ne comprend pas d'autres appareils. L'ensemble en est très élégant, ne demande qu'un emplacement très réduit et — détail qu'il importe de considérer en ce monde, — le prix en est assez modique pour solliciter les météorologistes. Mais ce système est sujet à bien des reproches, qui l'ont fait abandonner à Montsouris où il fut établi d'abord.

Le baromètre anéroïde, quand le vide est parfait dans sa boite, est fort sensible aux variations de pression, mais le ressort antagoniste qui le maintient et le sauvegarde contre l'écrasement est fort sensible aux variations de température, de telle sorte que les indications définitives de l'appareil en sont grandement influencées.

On peut compenser cet effet étranger, introduit ici par l'élasticité variable du ressort, en laissant dans la boite une certaine quantité d'air dont les variations de température agiront en sens inverse. Mais cette quantité d'air ne peut être déterminée que par l'expérience, et une longue expérience. En réalité, la prétendue compensation des baromètres anéroïdes est souvent faite un peu au hasard et peu d'entre eux sont de nature à inspirer pleine confiance.

Ce baromètre semble donc devoir être rejeté quand il s'agit d'observations précises.

On a beaucoup parlé, en ces derniers temps, d'un barométrographe imaginé par Richard. C'est tout simplement le barométrographe de Bréguet que je viens de décrire, avec une modification secondaire du mécanisme qui meut le cylindre.

Les thermomètres de l'appareil et l'udomètre sont excellents.

L'anémomètre à cônes fixes me semble en tous points une innovation heureuse. M. Marié-Davy lui reproche d'être de lecture compliquée, à cause de l'extrême mobilité du vent dont il marque les moindres sauts, et c'est là, sans doute, un désavantage; mais il me semble compensé par une simplicité extrême dans l'appareil dont tous les éléments sont fixes.

Je viens d'établir, au Collège de la Paix, un anémomètre de ce genre, en y ajoutant toutefois deux cônes en plus : l'un ouvert au zénith, l'autre vers le sol, pour ajouter ainsi à l'observation des composantes horizontales du vent l'observation de sa composante verticale. L'anémomètre comprend dès lors six cônes, qui communiquent avec six manomètres à glycérine, posés en regard les uns des autres. Le peu de temps durant lequel j'ai pu les observer ne me permet pas de juger définitivement de leur valeur.

5. Enregistreurs de Montsouris — M. Marié-Davy, fidèle à la résolution que j'ai dite plus haut, a remplacé le météorographe Bréguet par une série d'enregistreurs séparés, d'un grand mérite.

Baromètre. — Le baromètre enregistreur est un baromètre à balance; mais, à l'inverse du baromètre du P. Secchi, c'est la cuvette qu'il suspend au fléau et la tige qu'il fixe sur un pied inébranlable. Un contre-poids équilibre la cuvette et, sur le fléau lui-même, au-dessus des couteaux, est fixée une longue et fine aiguille verticale qui promène sa pointe sur un cylindre enduit de noir de fumée, mis en mouvement par une pendule. Cet appareil, construit par un ingénieur très habile, M. Salleron, est parfait en tous points.

Thermomètre. — Les thermomètres — ils sont nombreux, car outre les deux thermomètres du psychromètre, il en est deux qui constituent l'actinomètre et deux qui donnent la température du sol — les thermomètres sont tous construits sur le même type : leur réservoir débouche dans un tube de cuivre qui, à son extrémité, s'écrase jusqu'à former un ruban métallique creux et aplati; on tord ce ruban et l'on soude au bout, perpendiculairement à son axe de torsion, une longue aiguille qui va rencontrer

le cylindre enregistreur. Réservoir, tube cylindrique et tube plat sont remplis d'alcool. Les dilatations du liquide agissent sur la partie tordue du tube, qui fonctionne alors comme un manomètre-Bourdon, se détord et entraîne l'aiguille. M. Marié-Davy, après trois années d'observation, écrit dans l'*Annuaire* de 1882 ces simples mots à leur sujet: « Les thermomètres munis d'appareils à enregistrement continu ont besoin de réparations; mais leur organe principal, le tube torse métallique de Bourdon, a fait ses preuves et sera conservé. »

Atmographe. — On a donné le nom d'atmographe à un appareil qui enregistre le poids variable d'un bloc de terre, exposé sans abri à toutes les intempéries.

Il est enfermé dans une caisse de dimensions connues, ouverte par le haut et posée sur le plateau d'une bascule. La bascule est établie sur le toit de l'observatoire ; de l'extrémité de son fléau descend une tringle qui attaque un levier enregistreur, se promenant comme toujours sur un cylindre au noir de fumée.

Anémographe. — L'anémographe de Montsouris, imaginé et construit par M. Salleron, se compose d'une girouette, système Piazzi, commandée par deux roues à aubes conjuguées, et du moulinet de Robinson. La position de la première est donnée par l'un des huit électro-aimants en rapport avec les huit secteurs orientés de l'anémoscope. La vitesse du vent est enregistrée par un appareil totaliseur, analogue à celui qu'employait le P. Secchi dans son Météorographe.

Udographe. — L'udographe comprend une cuvette où tombe l'eau de pluie et qui repose sur le plateau d'une bascule. Comme pour l'atmographe, l'enregistrement se fait par l'intermédiaire d'une tringle, articulée au fléau de la bascule, qui attaque un levier enregistreur.

Nous rencontrerons, au chapitre des enregistreurs photographiques, les instruments de l'Observatoire de Montsouris qui enregistrent l'état électrique de l'atmosphère et les composantes magnétiques.

Tous ces enregistreurs sont des appareils de choix, précis et sensibles. Et toutefois leur multiplicité s'opposera à ce qu'ils se

répandent; chacun d'eux exige une horloge régulatrice spéciale, un cylindre spécial, etc. Puis, si délicat que l'on puisse trouver l'enregistrement au noir de fumée, les ennuis de l'enfumage et sa malpropreté, la nécessité de fixer les plaques ou les feuilles d'enregistrement, en les plongeant dans un bain de laque à l'alcool, ont des désagréments que chacun peut comprendre.

6. Enregistreurs anémométriques du Collège de la Paix. — J'ignore à quel météorologiste il faut attribuer la conception des enregistreurs anémométriques du Collège de la Paix ; il y ont été construits et installés sous la direction du P. Maas et avec l'aide d'un mécanicien habile, F. Robert, attaché à son laboratoire.

La tige de la girouette est solidaire de la girouette elle-même et tourne entre des galets de cuivre. Son pied qui descend à travers la plate-forme, dans la chambre des enregistreurs, repose par une pointe d'acier sur la tête d'un boulon foré en cône; elle porte, au bout de son axe, une roue dentée qui engrène dans la crémaillère d'une règle de bronze, à laquelle est fixée le crayon. Celui-ci se meut, par là même, de droite à gauche sur un cadre qu'une horloge lève devant lui. La courbe ainsi tracée donne les directions de la girouette.

La vitesse du vent est donnée par un anémomètre de Robinson dont le système enregistreur a été décrit par le P. Maas lui-même. La tige du moulinet de Robinson porte une vis sans fin qui attaque une roue dentée; sur l'axe de cette roue, deux roues d'angle A et B, associées sur la même coulisse, commandent alternativement le mouvement d'une règle de bronze qui porte le crayon enregistreur ; celui-ci, sous l'action de la roue d'angle A, décrit une trajectoire rectiligne de droite à gauche ; il décrirait une trajectoire semblable sous l'action de la roue d'angle B, mais en marchant de gauche à droite. L'action alternative de A et de B est déterminée par le renversement d'un levier pesant qui fait glisser la coulisse tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, et le levier lui-même est renversé par des taquets, fixés aux deux extrémités de la règle de bronze. La trajectoire définitive du

crayon est donc une longue série de lignes brisées, d'autant plus rapprochées que la vitesse du vent est plus grande et dont chaque segment rectiligne correspond à 75 tours de l'anémomètre.

Ces deux instruments ont fonctionné depuis dix-huit ans et il n'y a rien à reprendre à leur rigoureuse exactitude. L'anémomètre en particulier a été comparé à un compteur électrique. Le premier marquait 299 rotations, tandis que le second en marquait 300. Dans une autre comparaison, les chiffres furent 675 et 674. Mais, si son exactitude est irréprochable, il a le défaut de ne pas donner de courbe proprement dite, mais un diagramme qu'il faut interpréter et traduire en courbe. Appliqué d'ailleurs au moulinet de Robinson, il est sujet aux critiques que l'on peut faire à cet appareil lui-même.

7. Baromètre enregistreur de M. Rédier. — Cet instrument, si compliqué qu'il soit de mécanisme, a de grands mérites. M. Marié-Davy qui le fait observer à Montsouris concurremment avec le baromètre enregistreur de Salleron, que nous avons décrit, le met à peu de chose près sur la même ligne. Je l'ai moi-même vu fonctionner à Bruxelles, à l'observatoire de M. Bayet, et j'ai été frappé de la délicatesse de ses indications.

Pour bien saisir le jeu de l'appareil, il importe de savoir tout d'abord que le crayon de l'enregistreur est mû, d'une part par un premier mécanisme d'horlogerie qui tend à l'entrainer de droite à gauche; d'autre part par un second mécanisme qui tend à l'entrainer de gauche à droite. De ces deux mécanismes, l'un est sans cesse en action, l'autre n'entre en action que par le déclanchement d'un léger volant d'aluminium. Supposons que, par une cause quelconque, le déclanchement se produise à des intervalles réguliers. Après quelques instants de marche de droite à gauche, le crayon sera sollicité en sens contraire, puis reprendra sa marche de droite à gauche, et ainsi de suite.

Il est évident que dans ces conditions le crayon devrait céder à la sollicitation permanente du premier mécanisme, et finalement, malgré l'action intermittente du second, avancer vers la gauche; mais le second mécanisme l'entraîne avec une

vitesse double du premier. Si bien que, dans les conditions normales, le crayon dessinera, sur le cadre de l'enregistreur, le contour d'une scie à dents très fines et très serrées.

Ceci posé, voyons comment s'opère le déclanchement du second mécanisme; il est aisé de se figurer les choses. Un levier très léger, fixé au cadre de l'appareil, tombe devant l'ailette du volant et le met en arrêt. Sous ce levier se trouve placée la cuvette d'un baromètre à siphon, et, dans cette cuvette, sur le mercure, flotte un cylindre d'ivoire portant une tige d'acier, dont l'extrémité supérieure se termine à quelque distance du levier lui-même. Le premier mécanisme entre en jeu; mais il ne fait pas qu'entrainer le crayon, il soulève aussi tout le baromètre, le flotteur monte avec lui, bientôt sa tige rencontre le levier, le soulève à son tour et le volant est dégagé.

Le second mécanisme entre alors en action et fait passer le crayon de gauche à droite, avec une vitesse double; mais, comme le premier, il a également action sur le baromètre; il le fait descendre avec une vitesse égale; si bien que le flotteur, descendant avec lui, laisse bientôt retomber le levier et arrête à nouveau le volant.

Le premier mécanisme reprend alors à lui seul le crayon et le baromètre; le mouvement recommence en sens inverse. Et ainsi de suite.

Mais il est clair que la distance, entre la tige du flotteur et le levier, dépend de la hauteur du niveau mercuriel dans la cuvette, dépend par conséquent des pressions barométriques. Les intervalles de temps pendant lesquels le premier mécanisme travaillera seul, seront d'autant plus courts que la hauteur du baromètre sera moindre et réciproquement. Les positions successives du crayon dessineront donc, à la longue, une courbe qui marquera la variation des pressions atmosphériques.

Le mouvement alternatif du crayon est d'ailleurs très réduit, si bien que les dents de scie disparaissent dans l'ensemble de la ligne tracée.

Tel est l'appareil ingénieux, imaginé par M. Rédier, et appliqué par lui, non seulement au baromètre, mais au thermomètre, à l'électromètre, etc.

Les deux mécanismes d'horlogerie, dont nous venons de parler, sont actionnés par le même ressort et réglés par un échappement de montre.

Mais il en faut un troisième pour dérouler la bande de papier sur laquelle le crayon se promène.

On le voit, tout cela est très compliqué, mais l'ensemble en est élégant et d'une construction parfaite. La courbe est large, bien développée et de grande allure. Seulement, la nécessité de soulever le baromètre a porté à en réduire le poids, et nous rencontrons encore ici, du moins dans l'exemplaire que j'ai pu observer, comme dans le barographe de Kreil, la chambre barométrique et la cuvette reliées par un tube à section étroite.

9. Thermomètre enregistreur de Rédier. — La description détaillée, que nous venons de donner du baromètre enregistreur de Rédier, nous permettra d'être plus bref dans la description de son thermomètre.

Le mécanisme moteur est en effet le même; la différence est tout entière en ceci, que le levier déclancheur est actionné, non plus par la tige flottante du baromètre, mais par le thermomètre.

Ce thermomètre est métallique, composé de deux tubes concentriques, l'un en acier, l'autre en zinc. Le premier porte à demeure une des roues du mécanisme moteur; le second, émergeant au centre, actionne le levier, et l'actionne d'autant plus vite que sa longueur dépasse davantage celle du tube en acier, d'autant plus vite, par conséquent, que la température est plus élevée.

Il n'y a rien à ajouter et le jeu de l'appareil s'explique comme plus haut.

Dans les instruments construits par M. Rédier, toute variation de 1° dans la température, détermine une course du crayon de 5 millimètres.

La délicatesse de l'appareil est d'ailleurs extrême; il faut avoir vu les courbes qu'il décrit pour pouvoir s'en faire une idée.

Malheureusement, l'intervention du thermomètre métallique subordonne l'exactitude de ses indications, à toutes les variations moléculaires qu'éprouvent des appareils de ce genre.

Les autres enregistreurs, exposés par lui au pavillon météorologique du Trocadéro, étaient, outre un électromètre que nous allons décrire, un anémomètre enregistreur du système de M. Hervé-Mangon, dont nous aurons à parler bientôt, un anémoscope du même genre et un pluviomètre, dont nous dirons quelques mots ici, parce qu'il rentre dans la série des enregistreurs mécaniques.

9. Pluviomètre enregistreur. — La pluie recueillie par la cuvette est amenée dans un cylindre où nage un flotteur; un contre-poids, guidé par deux vergettes d'acier, est relié au flotteur, par une ficelle passant sur la gorge d'une poulie. Il porte le crayon enregistreur; celui-ci descend quand le flotteur monte, et réciproquement. Il fait face, sans la toucher, à une bande de papier qu'un mécanisme d'horlogerie déroule devant lui. Mais un petit trembleur électrique, logé au sein même du contre-poids et actionné par une horloge type, vient frapper à intervalles réguliers la tête du crayon, le presse contre le papier et l'oblige à marquer, non seulement la hauteur du niveau de l'eau dans le cylindre, mais un repère pour le temps.

10. Électromètre enregistreur de Mascart-Rédier. — L'enregistrement des indications de l'électromètre présentait une difficulté d'autant plus grande que la force en jeu, dans cet appareil, était moins à même de produire un effet mécanique de quelque importance. Aussi durant de longues années, le seul enregistrement qu'on leur appliquât fut-il l'enregistrement photographique.

M. Rédier est parvenu pourtant à appliquer ses moteurs différentiels à l'enregistrement de l'électromètre.

L'électromètre employé ici est l'électromètre de Thomson, modifié par M. Branly. Nous n'avons pas à le décrire. Il l'est dans tous les traités de physique qui ont paru en ces dernières années.

Voici comment l'enregistreur s'y rattache :

Imaginons que l'aiguille de l'électromètre soit invariablement fixée. On peut la terminer par un étrier, qui tiendra en arrêt les volants des deux mécanismes antagonistes. Si alors on tourne de

droite à gauche l'électromètre tout entier, le volant de droite sera libéré; si, au contraire, on le tourne de gauche à droite, le volant de gauche le sera.

Ceci posé, donnons toute liberté à l'aiguille, mais maintenons les volants par un étrier supplémentaire; au moment du départ, au zéro de l'appareil, l'aiguille est ainsi orientée qu'elle arrêterait les deux volants, si l'étrier supplémentaire ne les arrêtait pas lui-même.

Supposons que, dans l'intervalle des deux minutes suivantes, une variation électrique se soit manifestée, qui ait dévié l'aiguille vers la gauche. Après deux minutes, l'horloge motrice déclanche un ressort, qui fixe l'aiguille entre deux mâchoires, et aussitôt après elle soulève l'étrier supplémentaire. L'aiguille, fixée dans sa déviation, laisse libre le volant de droite; le mécanisme correspondant agit, et son effet est de tourner tout l'électromètre vers la droite, d'autant que l'aiguille avait été déviée vers la gauche; car, ramenée à sa position normale par le mouvement d'ensemble de tout l'appareil, l'aiguille aussitôt enraie ce mécanisme. Après une minute environ, l'étrier supplémentaire retombe, les mâchoires se détendent et l'aiguille est rendue à la liberté.

Si la déviation de l'aiguille avait eu lieu vers la droite, le mécanisme de gauche eût fonctionné, et il eût fait tourner l'électromètre tout entier vers la droite.

En somme, les deux mécanismes tendent, par les mouvements qu'ils impriment à l'électromètre, à ramener sans cesse l'aiguille dans une position invariable. Les mouvements de l'électromètre sont seuls enregistrés. Comme on le voit, il y a entre le baromètre, le thermomètre et l'électromètre enregistreurs de M. Rédier, une unité d'action très remarquable.

Le dernier de ces instruments à certes résolu le problème le plus difficile que puisse présenter l'enregistrement mécanique.

11. Pluviomètre enregistreur de M. Fines. — M. Fines reçoit les eaux de pluie, venant du collecteur, dans un vase armé d'un siphon automatique, à large écoulement. Quand le siphon manœuvre, un jet puissant tombe dans une cuvette suspendue à

l'extrémité d'un levier; le levier bascule aussitôt et il remplit deux fonctions :

1° Il ferme, par le jeu d'une vanne, tout accès à l'eau du collecteur, jusqu'à complet écoulement du siphon ;

2° Il appuie un crayon sur un cylindre enregistreur, mis en rotation par une horloge.

Ce système est excessivement simple : il n'a que le défaut d'enregistrer par pointillé, et d'exiger ensuite une traduction en courbe.

12. Évaporomètre enregistreur de M. Ragona. — L'évaporomètre de M. Ragona, de l'Observatoire de Modène, est composé d'une cuvette large, portée sur une tige glissant entre des galets et suspendue, en son point milieu, au fléau d'une balance. Un système ingénieux de deux contre-poids, attachés à des cordes qui s'engagent sur des segments fixes de poulies excentriques, maintient le système en équilibre.

La tige de l'évaporomètre porte un crayon qui glisse sur le cylindre enregistreur.

L'eau, en s'évaporant, diminue le poids de la cuvette et le crayon s'élève. Tout ceci est très simple; mais il faut expliquer comment les contre-poids constants équilibrent le poids toujours décroissant de la cuvette. Le voici :

L'un des contre-poids a sa corde enroulée sur une poulie dont le centre coïncide avec le centre d'oscillation du fléau. Il agit donc sur un bras de levier constant et ne peut équilibrer que le poids, constant aussi, des pièces solides : cuvette, tige, etc., suspendues à l'autre extrémité du fléau.

Le segment de poulie, sur lequel s'enroule le second contrepoids, a son centre ainsi placé, que les bras de levier qu'il présente vont sans cesse en décroissant à mesure que le fléau s'incline.

13. Radiomètre enregistreur de M. Winstanley. — On emploie fréquemment en Angleterre la forme de radiomètre que voici. Une sphère de verre est placée au centre d'une feuille de papier ; chaque fois que les rayons du soleil la frappent, elles les concentre

en un point de la feuille, appartenant à la droite qui la relie au soleil. Le papier est carbonisé en ce point. A la fin de la journée la série des points carbonisés, disposés en cercle autour de la sphère, marque les heures où le soleil a brillé sans nuages.

M. Winstanley, de l'Observatoire de Douglas, a donné plus de précision à l'observation de cette donnée météorologique, en imaginant son radiomètre enregistreur.

Il se compose essentiellement d'un thermomètre différentiel de Leslie, dont la branche de jonction, pleine de mercure, est fixée sur un fléau de balance. Une des deux boules du thermomètre est maintenue à l'ombre, l'autre exposée au soleil. Il est évident que, quand le soleil brillera, le mercure glissera vers la boule abritée, et fera basculer le fléau de ce côté. Or, le fléau porte de ce même côté un crayon, qui tombe aussitôt sur un disque de carton, portant les divisions d'un cadran horaire et qu'une horloge meut, en même temps que son aiguille des heures, par l'intermédiaire d'un renvoi à angle. Le crayon, à la fin de la journée, aura tracé sur le disque des points et des arcs de cercle, dont la position et la grandeur fixeront le moment des apparitions du soleil et leur durée.

Il serait d'une extrême facilité, chacun le voit ici, d'appliquer à cet enregistreur un système de transmission électrique.

CHAPITRE II.

Enregistreurs mixtes.

1. **Météorographe du P. Secchi.** — Le météorographe du P. Secchi, exposé à Paris en 1867, eut alors un grand retentissement; des auteurs classiques, très répandus dans l'enseignement élémentaire, en ont donné la description et la gravure, et je ne crois pas me tromper en disant que c'est par lui que beaucoup de nos jeunes élèves, et peut-être assez bien de professeurs, ont appris qu'il existait des enregistreurs météorologiques.

Le P. Secchi a eu recours dans son enregistreur, tantôt à des

agents mécaniques, tantôt à un agent physique qui règle des enregistreurs complets : l'électricité.

Je pourrai être bref dans la description de ce météorographe parce qu'il est fort connu.

Le BAROMÈTRE est un baromètre-balance. La première idée de les disposer ainsi est due à Morland, qui la conçut vers la fin du XVII[e] siècle. Depuis lors on en a modifié l'arrangement, mais l'idée-mère est restée en grand honneur.

Dans le baromètre du P. Secchi, la tige est suspendue à l'extrémité du fléau de la balance; la cuvette est invariablement fixée à l'autre extrémité du fléau; un contre-poids équilibre le poids constant de la tige et le poids variable de la colonne mercurielle qu'elle renferme. Ces variations déterminent des variations d'inclinaison du fléau, et celles-ci sont transmises, par l'intermédiaire d'un parallélogramme de Watt, au crayon qui les inscrit sur le tableau mobile.

Le THERMOMÈTRE est formé d'un fil de cuivre long de 17 mètres, épais de 5 millimètres, et tendu à l'air libre; son extrémité inférieure est encastrée dans un bloc de marbre, lié aux assises de l'observatoire. Son extrémité supérieure commande un levier qui porte le crayon enregistreur.

Le PSYCHROMÈTRE comprend deux thermomètres à mercure, l'un à réservoir mouillé, l'autre à réservoir sec, tous deux ont la tige ouverte. Tous les quarts d'heure, deux fils métalliques, portés par un châssis, pénètrent dans les tiges et atteignent la colonne mercurielle, à des moments d'autant plus éloignés que la différence est plus grande entre le degré du thermomètre sec et celui du thermomètre humide; chacun de ces fils, en touchant le mercure, ferme le circuit d'un électro-aimant qui commande un crayon, porté par son armature. Le retard du deuxième trait ainsi marqué, sur le premier, marque la différence des deux températures, et par suite le degré hygrométrique de l'atmosphère.

La direction du vent est donnée par une girouette, dont l'axe isolé est en rapport avec le pôle positif d'une pile; un frotteur à roulette conduit le courant dans l'un des quatre secteurs N, S, E ou W établis par-dessous, sur une table d'ébonite; chacun de ces

secteurs communique avec un électro-aimant, dont le circuit retourne au pôle négatif, et qui manœuvre un crayon enregistreur.

La vitesse du vent est donnée par un anémomètre Robinson, et inscrite électriquement, après avoir été totalisée d'heure en heure. A cet effet, l'axe de l'anémomètre porte un talon qui, à chaque tour, par son action sur un ressort, ferme le circuit d'un électro-aimant. Celui-ci, en abaissant son armature, relève d'une dent une roue, fixée à une poulie, dont la corde attire le crayon enregistreur.

Le crayon sera donc attiré d'autant plus que la vitesse du vent et le nombre des tours du moulinet auront été plus considérables. Toutes les dix minutes une détente, mise en jeu par la pendule, sépare la poulie de la roue dentée, et l'action d'un contre-poids ramène aussitôt le crayon à son point de départ. La longueur du trait qu'il marque ainsi est proportionnelle à la vitesse totale du vent durant l'heure écoulée.

L'UDOMÈTRE définitivement admis par le P. Secchi, dans les derniers modèles de son météorographe, n'est autre que l'udomètre de Salleron. La pluie, recueillie au pluviomètre, tombe dans une cuvette à deux auges, pouvant osciller autour d'un axe de suspension; quand l'auge de droite est remplie, la cuvette bascule de ce côté et, en tombant, ferme le circuit d'un électro-aimant, dont le crayon marque un trait; mais en même temps l'auge de droite s'est vidée, et la pluie, qui continue à tomber, remplit l'auge opposée; bientôt celle-ci bascule à son tour et ferme également le circuit; un nouveau trait est aussitôt marqué, et ainsi de suite. On connaît d'ailleurs la quantité d'eau qui par son poids peut faire basculer la cuvette.

Tels sont les organes principaux du Météorographe Secchi; nous en avons passé beaucoup qui ne sont qu'accessoires, mais leur détail nous eût conduit trop loin.

Cet appareil est sujet à plusieurs critiques dont voici les plus saillantes.

Si l'on en excepte le baromètre et le thermomètre, tous les autres instruments ont leurs indications discontinues et séparées l'une de l'autre par des intervalles trop longs (10 minutes).

Autant le baromètre employé est excellent, autant le thermomètre métallique est inacceptable.

J'en dirais presque autant des thermomètres à fils plongeants du psychromètre, dont nous aurons à parler bientôt plus en détail.

Enfin, dans ce météorographe, la complication mécanique est extrême, ce qui en élève le prix à un taux peu en rapport avec le degré de précision qu'il comporte.

2. Barométrographe de M. Hardy. — Le barométrographe de M. Hardy est fort simple. Un baromètre à siphon porte un flotteur d'acier dans sa courte branche; ce flotteur est suspendu à un fil, qui se rattache à une poulie de rayon *r*, dont il commande la rotation. Sur l'axe de cette poulie est montée une seconde poulie de rayon R, qui porte le fil auquel est suspendu le contrepoids. Celui-ci consiste en une règle légère d'aluminium, glissant entre des galets et armée du crayon enregistreur.

A des intervalles de temps égaux, une horloge régulatrice lance un courant dans un électro-aimant à trembleur; celui-ci imprime au baromètre de petites secousses, qui ont pour but de vaincre l'adhérence du mercure au verre, et d'amener le flotteur au niveau vrai de l'appareil. Aussitôt après, le courant est lancé dans un second électro-aimant, dont l'armature tombe sur la règle d'aluminium, et presse le crayon qu'elle porte, sur une bande de papier déroulée par l'horloge.

3. Météorographe de M. Wild. — Ce météorographe a fonctionné à l'Observatoire de Berne, dès 1864.

Il a été modifié en 1867. Sous sa nouvelle forme, il enregistre le baromètre, le thermomètre, l'hygromètre à cheveu de Saussure et l'anémomètre.

L'anémoscope a un enregistreur à part, dérivant de l'anémoscope enregisteur de Du Moncel.

Devant le cylindre enregistreur aboutissent quatre aiguilles : la première commandée par le fléau d'un baromètre à balance, la deuxième par le thermomètre métallique, dont nous avons

parlé, la troisième par l'hygromètre à cheveu, la quatrième par un compteur totaliseur de la vitesse du vent, dans le genre Secchi. Toutes les dix minutes, un électro-aimant abaisse une règle de fer doux, qui rencontre simultanément les quatre aiguilles et imprime leur pointe sur la bande de papier.

La suite des points, marqués par chacune d'elles, forme la courbe des variations de l'instrument correspondant.

On voit que l'électricité joue ici un rôle très secondaire. Le coup de marteau qu'elle donne pourrait aisément être confié à la grosse horloge motrice.

Le défaut saillant de ce météorographe est dans l'emploi d'instruments, aussi défectueux que le thermomètre métallique et l'hygromètre de Saussure.

4. Barométrographe et thermométrographe de MM. Hipp et Léopolder. — Le baromètre de M. Hipp est un baromètre anéroïde, dont les mouvements sont transmis à une longue aiguille indicatrice. L'extrémité de cette aiguille porte une pointe d'acier. A intervalles de temps réguliers, l'horloge qui meut le cadre enregistreur décroche un petit marteau, qui tombe sur la tête de la pointe et l'enfonce dans le papier.

Le thermomètre de Hipp est métallique également (acier et laiton); il commande une aiguille du même genre que celle du baromètre, et enregistre de la même façon.

D'après ce que nous avons dit plus haut, cet enregistreur, de même que ceux de M. Léopolder, de Vienne, construits avec des instruments semblables, doivent être rejetés.

5. Thermomètre enregistreur de M. Hervé-Mangon. — Le thermomètre enregistreur dont-il s'agit est adapté au mécanisme différentiel de M. Rédier, mais ici le déclanchement du petit volant est produit à distance, par l'action d'un courant électrique. Tâchons d'expliquer clairement comment cet appareil ingénieux fonctionne.

Une balance porte à l'une de ses extrémités un godet mi-plein de mercure, à l'autre, un godet mi-plein de glycérine. Dans le godet à mercure plonge la pointe ouverte du thermomètre. Ce

thermomètre est à mercure et à déversement. Sa forme mérite d'être signalée; c'est un très long tube replié sur lui-même, en point d'interrogation fort aplati. Dans le godet à glycérine plonge la petite branche d'un siphon, dont la grande branche est mise en communication, par un long tube en caoutchouc, avec une éprouvette fixée sous le mécanisme enregistreur; le siphon et le tube sont pleins de glycérine et celle-ci, dans la cuvette et dans l'éprouvette, atteint au même niveau.

Le premier rouage, dont la marche est constante, entraîne le crayon de droite à gauche, mais en même temps soulève un flotteur qui plonge dans l'éprouvette. Il abaisse donc le niveau de la glycérine, dans la cuvette attachée à la balance, ce qui rompt l'équilibre; le fléau bascule et, en basculant, ferme un contact électrique, qui déclanche le mécanisme antagoniste. Aussitôt, le crayon marche de gauche à droite, et le flotteur descend, rétablissant l'équilibre cette fois, et supprimant le contact.

Mais, il est évident que le temps nécessaire, pour rompre et rétablir l'équilibre de la balance, dépend du contre-poids de mercure qu'elle porte dans la cuvette opposée. Celui-ci dépend évidemment aussi de la température, puisqu'il s'accroît quand la température monte et décroît quand elle baisse. On conçoit dès lors que la marche du crayon suive les fluctuations de la température.

Cet appareil est trop compliqué pour être bien pratique. La nécessité du tube à glycérine, pour le raccord de la cuvette et de l'éprouvette, empêchera qu'on n'installe jamais le thermomètre à grande distance de l'enregistreur.

CHAPITRE III.

Enregistreurs photographiques.

Enregistreurs photographiques de Ronalds, de Brooke et de Montsouris. — L'idée d'appliquer la photographie à l'enregistrement des données météorologiques remonte assez haut. C'est

en 1840 et 1841, que M. Ronalds la proposa, en Angleterre, dans le journal *l'Institut*, t. XV, p. 78.

En 1845, il établissait, à Kew, son barographe, son thermographe et son photoélectrographe.

En 1847, M. Brooke établissait, à Greenwich, un système de barographe concurrent, mais qui a été abandonné, et que nous allons décrire en premier lieu pour n'y plus revenir ensuite.

M. Brooke fait porter par un flotteur, posé dans la branche ouverte d'un baromètre à siphon, un levier amplificateur. L'extrémité libre de ce levier est chargée d'élever ou d'abaisser un écran léger, de mica noirci, percé d'une fente étroite. Le pinceau lumineux, qui traverse la fente, tombe sur une lentille et va former son image, au fond d'une chambre obscure, où se déroule lentement une bande de papier sensibilisé.

On obtient ainsi, au bout de la journée, après les opérations révélatrices et fixatrices voulues, un large ruban, dont les bords suivent tous deux, dans leurs inflections, les variations de hauteur du baromètre.

On va voir que le système de M. Ronalds est plus simple.

Baromètre. — Un baromètre quelconque se prête à l'enregistrement photographique. Celui que l'on emploie d'ordinaire est un baromètre normal, à large section, fixé solidement à un bâti de bois ou de pierre. La cuvette, au lieu d'être fixée, est suspendue à une série de tiges compensatrices, disposées de manière à atténuer ou même à annuler la variation de hauteur, due aux variations de température.

Un pinceau lumineux traverse la chambre barométrique, où le sommet de la colonne mercurielle lui fait écran; plus loin, il rencontre une lentille et va au delà, dans une chambre obscure, dessiner l'image du ménisque qu'il a rasé, sur une feuille de papier qu'un mécanisme d'horlogerie déroule.

Ceci revient, on le voit, à photographier à chaque instant le baromètre. Les images successives, empiétant les unes sur les autres, forment par leur ensemble, sur le papier sensibibilisé, deux régions, l'une blanche, l'autre obscure; la ligne ondulée qui les sépare n'est autre que le lieu des points, occupés successivement par l'image du sommet du ménisque.

Les oscillations du baromètre peuvent être d'ailleurs agrandies à volonté, dans les limites de la puissance de la lentille ; il suffit de lui donner une position convenable, entre la distance focale principale et le double de cette distance.

Thermomètres. — Les thermomètres sec et mouillé sont photographiés de même, mais sur une bande unique. Seulement, ce n'est plus le sommet des colonnes mercurielles que l'on photographie ici. On a soin d'intercaler, dans la colonne de chaque thermomètre, une mince bulle d'air, et c'est le faisceau lumineux qui la traverse, qui vient dessiner dans la chambre obscure la trace de ses variations en hauteur. On dispose les deux tiges en regard l'une de l'autre, de manière que l'une des bulles d'air soit placée sous l'autre. On obtient ainsi, après révélation et fixation de la bande, deux traces blanches dont la première donne les variations de la température. Comparée à la seconde, elle donne le degré hygrométrique de l'atmosphère.

Électromètre. — L'électromètre employé est celui de Thomson, auquel on a rattaché un collecteur à écoulement d'eau. Le miroir de l'électromètre reçoit, dans une direction constante, un rayon lumineux qu'il réfléchit dans la chambre obscure. Pour chaque angle α, décrit par le miroir, sous l'action des variations électriques, le rayon lumineux réfléchi est dévié d'un angle 2α. La trace des différents points, sur lesquels il tombe durant la journée, fournit la courbe de l'appareil.

Magnétomètre. — Le magnétomètre comprend trois appareils : l'appareil destiné à mesurer la déclinaison, l'appareil destiné à mesurer la composante horizontale, et l'appareil destiné à mesurer la composante verticale. Du rapport de ces deux dernières composantes on déduit l'inclinaison, que l'on n'enregistre pas directement.

Le premier n'est autre qu'un aimant de déclinaison, à suspension unifilaire.

Le deuxième, un aimant de déclinaison, à suspension bifilaire.

Le troisième, un aimant d'inclinaison, traversé par des couteaux d'agate et oscillant sur des plans d'agate, à la manière d'un fléau de balance.

Ces trois aimants portent des miroirs, sur lesquels un rayon lumineux tombe, dans une direction toujours invariable. Ils le réfléchissent et la direction du rayon réfléchi suit, en doublant leur angle, les rotations des miroirs. Chacun de ces rayons aboutit d'ailleurs dans une chambre obscure, où il impressionne une bande de papier sensible.

Tels sont les enregistreurs photographiques, dont j'ai dit qu'ils occupaient le premier rang parmi les enregistreurs modernes.

Le baromètre et les thermomètres photographiques de Ronalds ont été décrits avec détail dans le journal *le Cosmos*, t. VIII, p. 541. L'électromètre et le magnétomètre sont décrits et étudiés, avec un grand soin, dans le *Traité d'électricité et de magnétisme*, de J.-E.-H. Gordon, traduct. Raynaud, t. I, pp. 58 et 398.

Les appareils photographiques de Montsouris ont été construits par M. Salleron, sur les mêmes principes, mais sur un plan tout différent de ceux de Ronalds. Ils ont été décrits dans l'*Annuaire* de Montsouris pour 1879.

Rien n'est parfait sous le soleil et, même aux enregistreurs photographiques, on peut faire quelques reproches.

Les thermomètres, obligés à se trouver dans le voisinage de la chambre obscure, où l'on photographie leur image, sont par là même condamnés à être maintenus sous le rayonnement d'un mur ou d'une fenêtre, ce qui rend leurs indications sujettes à caution.

Les courbes tracées par les thermomètres, par l'électromètre et le magnétomètre, sont trop larges et rarement exemptes de bavures.

Les manipulations, qu'exigent la sensibilisation, la révélation et la fixation des épreuves, sont longues et fastidieuses.

De ces trois reproches, le deuxième a bien peu de valeur ; le premier et le troisième sont plus sérieux; mais les grandes qualités de précision et de rigueur de l'enregistrement feront aisément passer outre.

CHAPITRE IV.

Enregistreurs électriques.

Le nombre des enregistreurs électriques est si considérable que, pour ne pas étendre au delà des bornes la revue que nous nous proposons d'en faire, il nous faudra nous réduire à un choix parmi eux, et ne nous arrêter qu'aux plus remarquables.

D'autre part, beaucoup d'entre eux ne diffèrent des autres que par des modifications toutes secondaires, et n'ont aucun droit à une description spéciale.

Nous ne ferons alors que les mentionner.

Pour éviter aux lecteurs l'ennui de continuelles redites, nous procéderons à leur description, en les réunissant tous sous l'étiquette de l'instrument qu'ils enregistrent, sauf à revenir plus tard sur les plus répandus d'entre eux.

§ 1.

BAROMÈTRES.

1. Baromètres à piston plongeur. — L'idée première d'appliquer l'électricité, à l'enregistrement des indications météorologiques, date de 1842. Elle est due à Wheatstone. Une lettre écrite par ce savant à M. Quetelet, et communiquée par lui à l'Académie royale de Belgique, en fait foi.

Il proposait de faire descendre, de demi-heure en demi-heure, dans les tubes ouverts d'un baromètre, d'un thermomètre, etc., des fils de platine. Le moment où ces fils arriveraient au contact des colonnes mercurielles, contenues dans les tubes, varierait avec la hauteur de ces colonnes, qui elles-mêmes varient avec les données météorologiques. Ce contact servirait d'ailleurs à fermer un courant électrique qui actionnerait, soit un galvanomètre,

soit un électro-aimant imprimeur, et le maintiendrait en action, jusqu'au moment où les fils relevés sortiraient du liquide.

Ce fut l'idée-mère de la plupart des enregistreurs électriques actuellement en usage.

Un châssis, mis en mouvement par une horloge, porte de minces tiges d'acier ou de platine; elles sont fixées de manière à s'engager dans les tubes du baromètre, du thermomètre, etc. Toutes les cinq minutes, le châssis descend d'une quantité toujours la même. Les tiges sont en rapport avec un des pôles de la pile, la colonne mercurielle du baromètre, du thermomètre, etc., est en rapport avec l'autre pôle. Chacun de ces circuits est fermé, au moment du contact entre la tige et le mercure. Que l'on place dans chacun d'eux un électro-aimant, dont l'armature commande un crayon et l'abaisse sur une bande de papier, on verra que le crayon marquera sur la bande mobile, à chaque passage du courant, une trace d'autant plus longue que le courant aura été plus prolongé.

Ce système de tiges ou de pistons plongeurs se retrouve dans le baromètre enregistreur du météorographe de Wheatstone, de Hough, de M. Théorell d'Upsal, de M. Van Rysselberghe, etc.

Je dirai dès à présent l'inconvénient très grave qu'il me paraît offrir.

On admet en principe que l'instant précis du contact, entre le piston et la surface mercurielle, répond à l'instant précis de la fermeture du courant.

Il est clair que cette coïncidence parfaite est nécessaire à la rigoureuse exactitude de l'enregistrement.

On admet de même que sa rupture coïncide avec le moment où le piston se détache de cette même surface.

On peut, en effet, admettre qu'il en est ainsi quand d'une part, l'extrémité du piston est dans un état métallique parfait, et que, d'autre part, la surface du mercure est parfaitement dégagée de toute couche superficielle d'oxyde.

Mais, cet état de choses, fût-il réalisé avec tout le soin désirable, ne tarde pas à se modifier.

Rien que l'action de l'air amène bientôt, sur la surface du

mercure et sur la pointe du piston, la formation d'une couche d'oxyde, sans compter que toutes deux se recouvrent de fines poussières.

Cette action de l'air est grandement activée, par le passage des étincelles du courant direct et surtout de l'extra-courant, au commencement et à la fin des contacts. On dira qu'avec des piles peu énergiques, ces étincelles ne sont pas assez sensibles pour produire un effet fort sérieux, mais il ne faut pas oublier que, si faibles qu'elles soient, elles se reproduisent presque à chaque instant du jour et de la nuit, et que l'accumulation de leurs effets grandit en raison de la continuité de leur action.

Au reste, l'expérience a prouvé combien les erreurs de ce système peuvent être considérables. Je cite M. Du Moncel : « Le mercure, dit-il, est un corps très oxydable et, quand à la légère couche d'oxyde qui s'y produit, se joint une autre couche de poussières, excessivement fines, qui viennent toujours s'y déposer lorsque l'appareil n'est pas hermétiquement fermé, la pointe de platine peut déprimer la surface du mercure de plus de 1 millimètre, sans produire de contact (électrique) » (1).

Le même phénomène de retard se produit au sortir du piston plongeur, et l'on peut voir se soulever avec lui et le suivre tout un anneau de barbelures d'oxyde, qui forme comme un cône au-dessus du ménisque, et ne retombe que lorsque son poids l'emporte sur son adhérence.

Dans l'interrupteur que Foucault adapta aux grandes bobines de Ruhmkorff, l'inconvénient se signala avec une grande énergie, les courants ouverts et fermés par les aiguilles plongeantes étant ici très intenses. Il fallut y obvier à tout prix, et l'on y parvint en versant sur le ménisque du mercure une mince nappe d'alcool. Mais on ne peut recourir à ce moyen ni dans les baromètres, ni dans aucun instrument de météorologie.

2. Baromètres à flotteur. — M. Ch. Montigny est l'inventeur d'un enregistrement barométrique, où cet inconvénient est

---

(1) Th. Du Moncel, *Applications de l'Électricité.*

totalement écarté. Son système, très minutieusement décrit, en 1857, dans les *Bulletins* de l'Académie royale de Belgique, était le premier en date après celui de Wheatstone (1). Il a été presque servilement copié par Regnard, dès l'année même de sa découverte, et plus tard par M. Hough, en 1862, sans que l'on ait pris soin d'en rapporter le mérite à son véritable auteur. Cet oubli est surtout inexplicable pour M. Hough, qui décrivit son appareil avec tout le détail possible, sans citer le nom de M. Montigny. Tout récemment MM. André et Angot, en énumérant les instruments de l'Observatoire de Dudley, reviennent au baromètre de Hough, en font la description et la figure, trouvent une analogie entre cet instrument et celui de M. Rédier, mais ne disent mot du barométrographe de M. Montigny. Et pourtant l'identité des appareils est saisissante (2).

Le baromètre de M. Montigny est un baromètre à siphon, à section large. Dans la courte branche du baromètre, un cylindre d'ivoire, terminé par une tige d'acier qui dépasse le tube, flotte sur le mercure. Cette tige reçoit le courant d'une pile. Elle porte au sommet deux pointes de platine, dont l'une, quand la tige monte, rencontre un contact mercuriel indépendant du baromètre, et dont l'autre rencontre un contact du même genre, quand elle descend; chacun de ces contacts fournit au courant un circuit distinct, dans lequel se trouve intercalé un mécanisme moteur. Mettons que la pression barométrique diminue. Le mercure monte dans la courte branche; le flotteur est soulevé, la première pointe de platine entre en contact, ferme le circuit et déclanche un mécanisme, qui fait descendre tout le baromètre jusqu'à rupture du contact établi. Mettons que la pression augmente, au contraire, le mercure descendra dans la courte branche, le flotteur descendra avec lui et fermera le deuxième circuit; celui-ci comprend un mécanisme inverse qui fera remonter tout le baromètre. On voit qu'en somme le résultat final des deux

---

(1) *Bulletins de l'Académie*, 2e série, t. III, n° 12.

(2) *L'astronomie pratique et les observatoires*, par C. André et A. Angot, 4e partie. *Observatoire de Dudley*, p. 114.

mécanismes est de ramener le mercure de la petite branche à un niveau invariable. Les mouvements qui servent à l'y ramener peuvent être aisément amplifiés et enregistrés.

L'écart moyen, entre les pointes de platine et leurs contacts, peut d'ailleurs être réduit autant qu'on le voudra, et l'on y gagnera d'enregistrer les variations les plus minimes de la pression atmosphérique.

Le baromètre de M. Regnard et celui de M. Hough ne diffèrent pas sensiblement, nous l'avons dit, du baromètre de M. Montigny. Seulement au lieu de soulever et d'abaisser le baromètre, leurs mécanismes antagonistes soulèvent et abaissent un châssis portant les deux contacts.

Dans celui de M. Hough la sensibilité est poussée au point d'enregistrer des variations de 0,001 de pouce, c'est-à-dire 0,025 de millimètre.

M. Vicenzo Riattí a décrit, dans *les Mondes* du 1er décembre 1864, un météorographe dont le baromètre enregistre ses indications par un procédé analogue. C'est un baromètre dont la cuvette est mobile. C'est elle que l'action de deux mécanismes antagonistes élève ou abaisse, de manière à maintenir le niveau de la chambre barométrique à une hauteur invariable. Son double mouvement, produit à cette fin, est également déterminé par deux contacts électriques opposés, établis, l'un dans la chambre barométrique, l'autre dans le voisinage du niveau mercuriel dans la cuvette.

§ 2.

THERMOMÈTRES.

1 **Thermomètres à aiguilles plongeantes**. — Ces thermomètres sont tous à tige ouverte et de section assez large, pour permettre à une aiguille métallique rigide d'y glisser sans frottement.

Le premier par ordre de date est celui de Wheatstone. Immédiatement après lui et, cette fois dans la même catégorie et avec le même défaut, vient celui de M. Charles Montigny.

Dans le thermométrographe de M. Wheatstone, l'aiguille est périodiquement descendue dans la tige jusqu'au contact du mercure.

Dans celui de M. Montigny, les aiguilles sont au nombre de deux, dans chaque thermomètre, et isolées l'une de l'autre. L'une des deux est plus longue que l'autre d'une fraction de millimètre. La plus longue est immergée dans le mercure; si, par suite d'une élévation de température, le mercure atteint la plus courte, un courant s'établit qui fait baisser le thermomètre tout entier, jusqu'à rupture de contact. Si par suite de l'abaissement de la température le mercure se détachait de la plus longue, un nouveau courant actionnerait un mécanisme antagoniste, qui ferait remonter le thermomètre jusqu'à rétablissement du contact.

On voit par là, que le thermomètre enregistre, à la manière du baromètre, les mouvements requis pour maintenir l'extrémité de la colonne mercurielle à un niveau invariable.

Les thermomètres du météorographe du P. Bertelli ont leur aiguille plongeante comme celle de Wheatstone. Il en est de même des thermomètres employés dans les enregistreurs du P. Secchi, de M. Hough, de M. Van Rysselberghe, de M. Théorell d'Upsal, etc.

2. Thermomètres métalliques. — M. Wild, dont nous avons décrit plus haut le baromètre, emploie pour thermomètre une spirale bimétallique (laiton et acier), dont une extrémité est fixe, tandis que l'autre gouverne une aiguille. La pointe de l'aiguille aboutit, à côté de celle du baromètre, sur le rouleau enregistreur, et l'électro-aimant les abaisse du même coup toutes les deux.

Le général Morin avait imaginé un thermométrographe d'une sensibilité extrême. Son organe essentiel était une pile thermoélectrique de Becquerel (fer et maillechort) de 15 éléments. Les soudures impaires de cette pile étaient maintenues à la température 0°, par de la glace fondante, tandis que les soudures paires étaient en équilibre avec la température ambiante. Le courant produit par la pile variait donc avec celle-ci, et l'aiguille d'un galvanomètre intercalé dans le circuit suivait ces variations.

A intervalles de temps réguliers, une double mâchoire saisissait l'aiguille et la fixait à demeure. Aussitôt après, un électro-aimant l'obligeait à marquer une trace sur le papier de l'enregistreur. Puis, les mâchoires se desserraient et l'aiguille était rendue à la liberté. Cet appareil très précis, imaginé pour enregistrer la température des salles d'hôpitaux et régler leur ventilation, est peu de nature à servir en météorologie.

§ 3.

ANÉMOSCOPES ET ANÉMOMÈTRES.

Nous pourrons être très bref à leur sujet. Tous se ramènent aisément à un seul type : l'anémoscope de M. Du Moncel d'une part et l'anémomètre à compteur du même savant d'autre part.

Il faut faire exception toutefois pour l'anémoscope de M. Yeates de Dublin qui repose sur un tout autre principe.

Voici la disposition essentielle des ANÉMOSCOPES :

L'axe de la girouette est en rapport avec l'un des pôles d'une pile et porte latéralement un frotteur. Ce frotteur glisse ou roule sur un disque divisé en huit secteurs, isolés les uns des autres et orientés convenablement. Chacun de ces secteurs ouvre au courant un circuit distinct, comprenant au récepteur de l'appareil un électro-aimant spécial, prêt à faire tomber sur le rouleau enregistreur une aiguille solidaire de son armature.

Le frotteur, dans toutes les positions de la girouette, rencontre ou un disque seul, ou deux disques voisins. Dans le premier cas, une aiguille est abaissée et marque l'indication du rhumb correspondant. Dans le second, deux aiguilles sont abaissées et marquent la direction intermédiaire aux deux rhumbs dont elles dépendent.

On peut attacher à l'extrémité de chaque aiguille un caractère alphabétique convenable. La direction du vent sera ainsi imprimée directement sur la feuille de l'enregistreur.

On conçoit d'ailleurs que l'on puisse modifier de vingt manières différentes ces dispositions essentielles.

On peut, en particulier, remplacer la girouette traditionnelle par les roues accouplées de Piazzi Smyth, d'Édimbourg, qui ont une stabilité et une douceur de mouvement beaucoup plus grandes. Ce genre d'appareils est toujours d'une grande complication et ne saurait donner de courbe continue.

M. Du Moncel avait employé pour anémomètre le moulinet à ailettes de Woltmann. M. Salleron fut le premier à le remplacer par le moulinet à coupes de Robinson. A chaque tour du moulinet, quel qu'il soit d'ailleurs, un taquet ferme un courant et actionne un compteur électrique, qui totalise sur trois cadrans juxtaposés le nombre des tours de la journée.

Telles sont, avec de très grandes variations dans le dispositif mécanique, les formes essentielles qu'ont affectées presque tous les anémoscopes et anémomètres électriques actuellement en usage.

Dans le météorographe du P. Secchi, un enregistrement nouveau a été signalé plus haut : le tracé qu'il produit se rapproche davantage des courbes ordinaires. Il se retrouve dans l'anémomètre des enregistreurs de Montsouris, et à peu de chose près, dans celui de M. Van Rysselberghe.

L'anémoscope de M. Yeates a, pour organe essentiel, une girouette à roues conjuguées de Piazzi Smyth, mais l'enregistrement de ses indications est tout nouveau. Nous n'avions pas connaissance de l'appareil de M. Yeates, quand nous avons conçu le projet des enregistreurs électriques que nous décrirons bientôt. Il s'est trouvé que le commutateur que nous avions imaginé à cet effet, ne diffère pas au fond du commutateur imaginé depuis longtemps par M. Yeates, et appliqué par lui à l'anémoscope. Nous y voyons un motif de plus pour en donner une description détaillée.

L'axe de la girouette porte une roue à chevilles qui tourne avec lui; devant cette roue est disposée une étoile à cinq rayons, dont un rayon s'engage entre deux chevilles. Il est évident que l'étoile ainsi posée, tombant sous le coup de la cheville de droite,

tournera de droite à gauche, et sous le coup de la cheville de gauche, tournera de gauche à droite. Lorsque, dans son mouvement, la cheville qui a actionné le rayon l'abandonne, un sautoir fait continuer sa course à l'étoile, et rejette brusquement le rayon suivant entre les deux chevilles suivantes, rétablissant toutes choses dans les mêmes positions.

L'étoile suit donc tous les mouvements de la girouette : allant avec elle d'un rhumb à l'autre du vent.

Mais, en regard de la roue à cheville et de l'autre côté de l'étoile, se trouve un commutateur, contre lequel viennent butter successivement tous les rayons de l'étoile. Quand elle tourne de droite à gauche, les rayons poussent le commutateur sur un contact placé à sa droite, le courant passe et un électro-aimant entre en action.

Quand elle tourne de gauche à droite, les rayons poussent le commutateur sur un contact placé à sa gauche, le courant passe encore et un second électro-aimant entre en action. Or, ces deux électro-aimants, mis en regard l'un de l'autre, agissant sur la même armature, inclinent l'un à droite, l'autre à gauche, la fourchette d'un de ces petits télégraphes de démonstration, connus de tous et dont ici le cadran porte les seize indications : N, NNE, NE, etc.

Nous aurons à revenir sur ce commutateur extrêmement simple et l'on en comprendra mieux le jeu, mais dès à présent, nous tenions à reconnaître les droits incontestables de M. Yeates à la priorité (1).

L'enregistrement de l'anémomètre de Robinson, dans le météorographe de M. Van Rysselberghe, est très ingénieux, mais il est assez compliqué et demanderait une description fort longue. Nous renverrons le lecteur soit au *Traité des applications de l'Électricité* de M. Du Moncel, t. IV, p. 408, soit au journal *la Nature*, de M. Tissandier (1881, 2e semestre, p. 358), où cet appareil très remarquable a été analysé dans tous ses détails.

(1) M. Yeates a appliqué le même commutateur à un enregistreur du niveau des fleuves. et c'est dans la description qu'en a donnée le journal *la Nature* que nous en avons eu connaissance.

§ 4.

UDOMÈTRES.

L'udomètre électrique le plus répandu est celui de M. Salleron, que le P. Secchi avait introduit dans son météorographe, en place d'un appareil, très inutilement compliqué, qu'il y avait établi d'abord.

Le réservoir ou tombe l'eau des pluies est formé de deux auges juxtaposées, oscillant sur un axe horizontal placé très au-dessous du centre de gravité du système. Ce réservoir, par suite, n'est en équilibre stable qu'à la condition d'avoir une de ses auges relevée, l'autre abaissée. La limite de leur chute est déterminée, de part et d'autre, par une borne métallique. Un courant électrique arrive au réservoir, passe dans celle des deux bornes contre laquelle l'auge inférieure butte en ce moment et, avant de retourner à la pile, actionne un électro-aimant qui commande un style enregistreur. Ce style reste abaissé et marque sa trace tant que dure le contact.

Vient-il à pleuvoir, l'eau tombe dans l'auge relevée, s'y accumule peu à peu et finit par faire basculer tout le système. Le courant est interrompu et le style relevé; mais l'auge remplie tombe, butte contre le deuxième contact et le courant se rétablit par cette deuxième voie, tandis que l'eau se déverse. C'est l'auge nouvellement relevée qui se remplit maintenant, qui basculera tantôt et reproduira une nouvelle interruption, un nouveau contact et ainsi de suite. Le nombre et le rapprochement des pointages ainsi obtenus marquent l'intensité de la pluie et la quantité d'eau tombée.

Dans le météorographe du P. Bertelli, l'udomètre est constitué par un tube en U. L'une des branches, très large en comparaison de l'autre, reçoit l'eau tombée; la seconde contient une colonne de mercure qui lui fait équilibre. Une aiguille plongeante enregistre les hauteurs mercurielles de l'udomètre, comme celles du baromètre et du thermomètre.

Dans le météorographe de M. Wild, la pluie en tombant actionne une petite roue à aubes, dont les rotations sont enregistrées comme celles de l'anémomètre.

L'udomètre de M. Van Rysselberghe est établi d'après le même système que son anémomètre et prête aux mêmes remarques. Pour lui encore nous renvoyons aux sources indiquées plus haut.

Il nous reste, après cette revue des instruments, à dire quelques mots de la manière dont ils sont réunis dans les enregistreurs complets, ou météorographes électriques.

§ 5.

MÉTÉOROGRAPHES ÉLECTRIQUES.

1 **Météorographe de Wheatstone.** — Le météorographe de Wheatstone enregistre les hauteurs du baromètre, le degré du thermomètre sec et celui du thermomètre humide. Au moment où l'aiguille atteint le mercure de l'un quelconque de ces instruments, l'électro-aimant correspondant agit et déclanche un mécanisme d'horlogerie. Celui-ci fait tourner une roue portant sur la tranche des chiffres ou des caractères d'imprimerie ; quand l'aiguille sort du mercure, le mécanisme est mis en arrêt, un marteau tombe et appuie la bande de papier de l'enregistreur sur le caractère ou le chiffre que la roue a ainsi amené devant lui. Le mécanisme est disposé de manière que ce signe corresponde à la hauteur de l'instrument.

Ceci supposerait, à chaque instrument, sa roue à types et son moteur; mais les trois aiguilles ne plongent pas simultanément dans les appareils. Elles le font l'une après l'autre, et le même mécanisme et la même roue servent à tous les trois.

C'est le mouvement d'horlogerie, chargé de dérouler la bande de papier, qui distribue successivement à chacun d'eux le courant électrique et les met en rapport avec l'électro-aimant et le moteur qu'il déclanche.

Ceci se reproduit pour chaque instrument, toutes les vingt-quatre minutes. Le temps de sa communication avec le courant et le moteur est de six minutes, c'est-à-dire le temps nécessaire pour l'aller et le retour de l'aiguille plongeante.

Je ne sache pas que le météorographe de Wheatstone se soit fort répandu. Il est d'ailleurs trop incomplet pour répondre aux exigences de la météorologie.

2. Météorographe du P. Bertelli. — Ce météorographe a été construit, en 1858, par M. A. Franchini, de Bologne. Il comprend le baromètre, le thermomètre sec, le thermomètre mouillé, l'udomètre, l'anémoscope, l'anémomètre et le sismomètre, dont nous ne parlerons pas, car son usage est peu répandu en dehors des régions voisines d'un volcan actif.

Devant le papier enregistreur, qui se déroule sur un cylindre, sont établis 13 styles, solidaires de l'armature d'autant d'électro-aimants :

1 pour le baromètre,
1 pour le thermomètre sec,
1 pour le thermomètre humide,
8 pour l'anémoscope,
1 pour l'anémomètre,
1 pour l'udomètre.

L'horloge qui gouverne le mouvement du cylindre gouverne aussi le mouvement du châssis qui porte les aiguilles plongeantes du baromètre, des thermomètres et de l'udomètre. La trace des styles correspondants commence au moment où les aiguilles, dans chacun de ces instruments, atteignent le niveau du mercure. Le courant est établi alors. C'est alors aussi qu'il passe dans celui des secteurs de l'anémoscope en contact avec le frotteur de la tige, et dans le compteur totaliseur de l'anénomètre.

Mais il est à remarquer que, dans le météorographe du P. Bertelli, le courant, à peine établi dans un appareil, est aussitôt rompu pour ce même appareil, et cela par le jeu d'un rhéotome dépendant de l'électro-aimant de l'appareil lui-même, si bien que les traces du style se réduisent à un point, et ne forment pas de droite prolongée.

Le météorographe du P. Bertelli, très complet, comme on en peut juger, n'occupe cependant qu'un très petit volume et n'exige pour fonctionner que 12 éléments Daniell.

3. Météorographe de M. Hough. — Le météorographe de M. Hougb enregistre les indications du baromètre, du thermomètre sec et du thermomètre humide.

Un appareil indépendant, rappelant celui qu'avait imaginé le P. Secchi, enregistre les indications de l'anémomètre; quant à l'anémoscope, il se rapproche davantage, par son fonctionnement, de l'anémoscope Van Rysselberghe et commande à l'enregistreur une roue à types portant les huit annotations principales N., NE., E., SE., etc.

L'enregistrement, dans le météorographe de M. Hough, se fait pour le baromètre et les thermomètres, par un seul style et d'une façon très ingénieuse.

Le long d'une génératrice du cylindre enregistreur se meut verticalement un style à poinçon; il s'abaisse et se relève sous l'action d'une horloge régulatrice. Tandis qu'il descend, il se trouve exposé à l'action successive de trois marteaux, le premier en relation avec le baromètre, le second avec le thermomètre sec, le troisième avec le thermomètre mouillé.

Ces marteaux sont actionnés par un électro-aimant, qui comprend successivement dans son circuit l'instrument auquel ils répondent.

Ceci posé, suivons le style dans sa course descendante; durant le premier tiers de cette course, le courant entre dans le baromètre, mais il est interrompu à hauteur du ménisque, et ne pourra passer qu'au moment où l'aiguille plongeante du baromètre arrivera au contact du ménisque; en ce moment le courant passe, l'électro-aimant agit, le marteau frappe et le style marque la hauteur du baromètre, mais, par un seul point, car l'électro-aimant a agi également sur un rhéotome, qui, aussitôt, a jeté le courant dans le thermomètre sec. Le style continue à descendre, et c'est l'aiguille plongeante du thermomètre sec qui descend maintenant avec lui; au moment où elle atteindra le

mercure, elle actionnera le deuxième marteau qui forcera le style à marquer la hauteur du thermomètre; ceci, pendant le deuxième tiers de la course du style.

Pendant le troisième tiers, le courant passe dans le thermomètre mouillé; c'est son aiguille plongeante qui descend à présent et, par son contact avec le mercure, fait tomber le troisième marteau.

Enfin, après être arrivé au bas de sa course, le style remonte; durant son ascension le cylindre enregistreur tourne d'une demi-ligne, et c'est sur une génératrice voisine que le style, en descendant de nouveau, marquera la nouvelle hauteur du baromètre et des deux thermomètres.

Ce système présente une très grande simplification de mécanisme. Nous le retrouverons, perfectionné encore, et notablement, dans le météorographe de M. Van Rysselberghe.

3. Météorographe de M. A.-G. Théorell d'Upsal. — Ce météorographe, combiné dès 1871, a été construit sur les indications de M. Théorell, par M. Sorensen, mécanicien de l'Académie des sciences de Suède. Il a été l'objet de grands éloges, et d'éloges très mérités. L'impression que l'on éprouve en présence de cet appareil est, en vérité, toute admirative. On voit, en effet, sans aucune autre intervention que celle d'organes mécaniques ou électriques, on voit, dis-je, sortir d'entre les roues et les cylindres, une bande de papier dont nous reproduisons ici un specimen.

Heure.	Anémom.	Anémosc.	Th. hum.	Th. sec.	Baromètre.
12	4	11	13,7	14,3	759,4
	4	10	13,7	14,35	759,4
	3	9	13,75	14,4	759,4
	3	10	13,85	14,5	759,5
1	4	13	14,65	14,55	759,4
	3	14	14,2	14,35	759,45
	2	11	14,3	14,95	759,55
	3	15	14,35	15,05	759,6

Peut-on demander davantage?

La hauteur barométrique jusqu'au centième de millimètre.

Le degré du thermomètre sec jusqu'au centième de degré.

Le degré du thermomètre mouillé de même.

La direction du vent suivant 32 rhumbs.

La vitesse du vent en mètres par seconde.

La complication mécanique de cet enregistreur est considérable sans doute, mais, les mêmes organes se répétant pour chaque instrument, le coup d'œil qu'il présente est plein de symétrie. On en peut voir une figure très bien faite, dans le journal *la Nature*, 1882, 1er v., p. 34, et l'on en trouvera une description très détaillée, dans les *Applications de l'Électricité* de Du Moncel, t. IV, p. 402.

Nous ne pouvons pas nous étendre longuement à son sujet.

Le baromètre et les thermomètres sont, comme nous l'avons dit, à aiguilles plongeantes. Le courant se communique successivement à chacune de ces aiguilles par le jeu de l'horloge motrice, qui les abaisse également à tour de rôle.

Quand la première atteint le mercure de l'appareil, elle dégage le mécanisme qui meut la roue des types correspondants; celle-ci avance à proportion de la durée du contact. Quand le contact cesse, elle s'arrête et demeure en position. Le courant passe au second appareil et à la seconde aiguille, dont la roue des types prend position à son tour. Et ainsi de suite. Quand toutes les roues des types sont ainsi posées, un cylindre encreur passe sur la ligne entière, puis la bande de papier est abaissée et d'un seul coup pressée contre toutes. Elle se relève, et aussitôt la grande horloge motrice remet toutes les roues à leur point de départ. Tout est prêt pour une inscription nouvelle.

Et pourtant, il y a lieu de se demander si l'ingénieux auteur n'a pas fait fausse route, en suivant la voie ouverte par Wheatstone.

Ces longues séries de chiffres, se succédant uniformément sur les bandes de l'enregistreur, ne disent rien à l'œil; l'esprit les comprend, mais il faut qu'il raisonne pour en déduire la marche du phénomène qu'ils mesurent. Une simple courbe est plus

saisissante; elle parle à l'œil et, du coup, trahit l'allure de la variation et son importance. De nos jours, l'usage des courbes et des diagrammes a pris de l'extension, leur nécessité s'impose dans toutes les études de comparaison : n'est-ce pas un pas en arrière, de retourner à l'enregistrement en chiffres?

4. **Météorographe de M. Van Rysselberghe.** — Le météorographe de M. Van Rysselberghe, de l'Observatoire de Bruxelles, eut avec celui de M. Théodorell, tous les honneurs de l'Exposition d'électricité, ouverte à Paris, l'année dernière.

Il enregistre le thermomètre sec, le thermomètre humide, l'udomètre, l'anémoscope, le baromètre et l'anémomètre.

Baromètre et thermomètre sont à aiguilles plongeantes, mais, par une précaution que je trouve mentionnée dans Du Moncel et qui m'avait échappé lorsque j'étudiai moi-même cet appareil, « M. Van Rysselberghe s'arrange de manière que le mercure soit toujours négatif. Il ne peut, par suite, se produire d'oxydations et s'il s'en produisait, elles se trouveraient réduites par l'hydrogène » ([1]).

L'udomètre et l'anémomètre agissent directement sur un totaliseur, et c'est l'indication de ce totaliseur qui est enregistrée toutes les cinq minutes.

L'anémoscope est à frotteur comme celui de Du Moncel, et fournit les huit directions principales du vent.

Ceci posé, il sera facile de comprendre le mode d'enregistrement suivi. Il rappelle le mode suivi par M. Hough.

Toutes les cinq minutes, le cylindre enregistreur est déclanché et fournit assez rapidement une rotation complète. En regard du cylindre se trouve un stylet à pointe de diamant, susceptible d'être actionné par un électro-aimant. S'il était abaissé, il décrirait sur la feuille de zinc dont le cylindre est revêtu, une circonférence parallèle à sa base. Mais ce stylet est, durant cette rotation, mis successivement en communication électrique avec chacun des instruments, dans l'ordre que nous avons dit plus

---

([1]) *Applications de l'Électricité*, t. IV, p. 410.

haut; il ne s'abaisse, pour chacun d'eux, qu'au moment où l'aiguille plongeante atteint la surface du mercure; il demeure abaissé à partir de ce moment jusqu'à celui où la communication électrique quitte l'instrument, pour passer au voisin. En somme, au lieu de décrire une circonférenee continue, il décrit une série de droites, dont les longueurs sont proportionnelles aux indications des appareils.

Après un tour complet du cylindre, le stylet descend d'un cran entre ses guides et se prépare à décrire de nouvelles lignes du même genre, parallèles aux premières.

En réunissant les sommets des lignes ainsi décrites, on obtient une courbe qui marque les variations de chaque donnée météorologique.

Je passe sous silence le mécanisme très ingénieux des commutateurs du courant, celui qui actionne les châssis des aiguilles et des sondes, et celui qui déclanche synchroniquement, à toute distance, le cylindre enregistreur. Tout cela est parfait de conception et de détail. Ajoutons, pour donner idée du soin extrême avec lequel l'enregistreur Van Rysselberghe a été étudié et construit, que tout en décrivant les droites que nous venons de dire, le stylet, par de petits relèvements mécaniques, marque lui-même la graduation de l'appareil, et laisse dans l'ensemble de ses indications un pointillé blanc, correspondant aux millimètres du baromètre, aux degrés du thermomètre, à la vitesse en mètres du vent, etc., de sorte que les courbes tracées portent avec elles-mêmes leur échelle.

Le cylindre est rempli au bout de cinq jours; on détache alors la feuille de zinc, elle est prête pour l'impression et les feuilles que l'on en tire sont transmises aux stations en rapport avec l'observatoire.

C'est sans doute un avantage remarquable; mais il n'est ni le seul, ni le plus important.

Les instruments et l'enregistreur peuvent être établis à telle distance que l'on voudra sur terre, sur mer, dans la nacelle d'un ballon suspendu, etc... Un même enregistreur pourra porter les indications de deux ou trois stations établies en des points de

choix. C'est ainsi, par exemple, qu'actuellement, à Bruxelles, M. Van Rysselberghe enregistre toutes les cinq minutes les données météorologiques d'Ostende, de Maeseyck et d'Arlon, à côté de celles de Bruxelles même. Les trois premières villes sont comme les sommets d'un vaste triangle, qui couvre le pays et dont Bruxelles est le centre.

En décrivant autrefois l'enregistreur Van Rysselberghe, je lui faisais deux reproches : celui que j'ai fait à tous les instruments à aiguilles plongeantes, et celui que j'ai fait à tout enregistreur, qui exige l'établissement côte à côte d'instruments appelés à fonctionner dans des conditions de milieu très opposées.

Je dois maintenir le second de ces reproches, mais je m'empresse de rétracter le premier, après la connaissance que j'ai prise de la manière habile dont M. Van Rysselberghe a su tourner le principal inconvénient des contacts mercuriels.

M. Schubart, de Gand, construit ces enregistreurs, et la part de ce mécanicien habile dans leur succès est assez grande, pour que M. Du Moncel ait associé son nom à celui de l'inventeur, dans la description qu'il en donne.

Je termine ici cette revue, déjà bien longue, des enregistreurs météorologiques. Je n'ai certes pas la prétention de les avoir rencontrés tous, mais je crois n'avoir omis aucun de ceux qui pouvaient présenter un caractère saillant, ou mettre en œuvre quelque organe remarquable.

Cette revue, que j'ai entreprise après avoir conçu le système d'enregistreur que je propose, n'a pas laissé de m'encourager beaucoup. Elle m'a montré que j'entrais dans une voie encore inexplorée. Y marcherai-je avec succès ? L'expérience le démontrera.

SECONDE PARTIE.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

C'est au chapitre très long des enregistreurs électriques, que la tentation m'a pris d'ajouter un paragraphe. Je me suis proposé de construire un enregistreur météorologique complet, muni d'instruments irréprochables, enregistrant à distance, de manière à permettre l'établissement de chaque appareil dans les conditions qui lui conviennent, donnant des indications d'une sensibilité convenable, les donnant toutes sous forme de courbes directement comparables entre elles, et ne demandant, d'ailleurs, aucun travail exorbitant à un observateur privé, souvent dépourvu d'aides.

Une répugnance invincible pour le noir de fumée me l'a fait rejeter du premier coup ; les longues manipulations requises pour la sensibilisation, le développement et la fixation des épreuves photographiques, m'a écarté aussi vivement de ce système; le burin graveur de M. Van Rysselberghe me parut inutile, pour un observatoire privé, qui n'a pas à distribuer, de par le monde, ses tableaux mensuels ou diurnes. Je m'en suis donc tenu au bon vieux crayon traditionnel.

Il exige un tracé d'une certaine énergie, mais on pouvait demander cette énergie à une force étrangère, l'électricité, dont l'instrument déploierait la puissance par un simple contact, par le toucher le plus fugitif et le plus léger.

C'était donc un enregistreur électrique que je me proposais d'imaginer. Mais j'étais très décidé à ne recourir, à aucun prix, aux aiguilles plongeantes, qui ne m'inspiraient qu'une confiance bien médiocre. Il fallait donc chercher en dehors de tous les essais tentés jusqu'aujourd'hui dans cette voie.

Le problème à résoudre était d'ailleurs plus simple qu'on ne pourrait le croire.

Un enregistreur complet suppose :

Un baromètre enregistreur,

Un thermomètre enregistreur, multiplié autant de fois que l'exigent le psychromètre, l'actinomètre, etc...

Un anémoscope enregistreur,

Un anémomètre enregistreur,

Un pluviomètre,

Un évaporomètre.

L'enregistrement des quatre derniers appareils est fort aisé; ils développent, à volonté, une force motrice suffisante pour qu'on la puisse plier à tous les usages; mais il n'en est plus de même du baromètre, ni surtout du thermomètre. La difficulté commence ici.

Le baromètre-balance, sur lequel, dès l'abord, j'avais fixé mon choix, m'occupa le premier, et c'est en cherchant à enregistrer électriquement ses observations, que j'ai trouvé la solution toute faite pour les autres.

CHAPITRE Ier.

Choix et discussion de la balance.

Il importait, avant tout, de choisir la disposition de la balance et de rechercher les conditions les plus favorables, à l'usage particulier que j'attendais d'elle.

Je remarquerai aussitôt que les balances, employées pour l'enregistrement du baromètre, ne peuvent pas présenter la grande sensibilité des balances de laboratoire. Il faut que, pour toutes les valeurs de la surcharge, positive ou négative, que l'instrument peut leur imposer, elles rencontrent une position d'équilibre stable. Il faut que la disposition mécanique du fléau soit telle, qu'à toute variation dans le moment des couples qui le

sollicitent en un sens, il puisse opposer une variation correspondante dans le moment des couples qui le sollicitent en sens inverse.

Or, une disposition élémentaire se présente immédiatement à l'esprit pour résoudre cette difficulté.

Il suffit d'abaisser le centre de gravité du fléau au-dessous de son point d'oscillation, d'une longueur qu'il sera facile de déterminer, en fixant préalablement le maximum que la surcharge peut atteindre. (Fig. 1.)

En effet, soit

AB le fléau de la balance,
O son point de suspension,
G le centre de gravité du système,
p un poids additionnel sous lequel le fléau s'incline,
ϖ le poids du fléau,
α son angle d'inclinaison.

Prenons

$$AO = l = BO,$$
$$OG = d.$$

La position d'équilibre sera atteinte, quand on aura

$$\tang \alpha = \frac{pl}{\varpi d}.$$

Cette formule, très simple, permet de calculer la longueur qu'il convient de donner à d, pour une balance, un poids maximum et un angle d'inclinaison maximum voulus.

Nous venons de supposer que les deux bras du fléau forment le prolongement d'une même droite. Mais il est bon de pousser plus loin et de chercher, en étudiant le cas général de la balance, si quelque forme particulière n'offrirait pas un plus grand avantage. (Fig. 2.)

Appelons

l	la longueur commune aux deux bras du fléau,
2φ	l'angle qu'ils comprennent,
d	la distance du centre de gravité au centre d'oscillation,
ϖ	le poids du fléau,
P et $P + p$	les poids appliqués à ses deux extrémités,
α	l'angle d'inclinaison BOB′ du fléau.

On obtient pour équation d'équilibre

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{pl \sin \varphi}{(2P + p) l \cos \varphi + \varpi d}.$$

Discutons cette équation et admettons d'abord que φ soit aigu.

Soit $d > 0$.

Il est d'abord visible qu'en tout cas, le fléau trouvera une position d'équilibre; car, même en supprimant ϖd au dénominateur, on trouve

$$\operatorname{tang} \alpha < \operatorname{tang} \varphi.$$

On voit ensuite que, pour un même poids additionnel p, la sensibilité augmente avec φ;

Qu'elle augmente encore quand ϖ ou d diminuent;

Qu'elle augmente enfin avec la longueur des bras du fléau.

Soit $d = 0$.

Le centre de gravité est alors situé sur l'axe. Il y a encore une position d'équilibre, car on a

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{p}{2P + p} \operatorname{tang} \varphi,$$

et, par suite,

$$\operatorname{tang} \alpha < \operatorname{tang} \varphi.$$

Mais il se présente ici une particularité remarquable. La sensibilité est indépendante de la longueur des bras du fléau.

Toutes choses égales d'ailleurs, elle augmente avec φ et diminue quand la charge totale augmente.

Si le centre de gravité du fléau est au-dessus du centre d'oscillation, l'équation d'équilibre devient :

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{pl \sin \varphi}{(2P + p)\, l \cos \varphi - \varpi d}.$$

Pour qu'il y ait équilibre, il faut qu'on ait

$$\alpha < \varphi$$

ou

$$\operatorname{tang} \alpha < \operatorname{tang} \varphi.$$

Il faut donc que l'on ait

$$(2P + p)\, l \cos \varphi - \varpi d > 0,$$

et, en outre,

$$\frac{pl \sin \varphi}{(2P + p)\, l \cos \varphi - \varpi d} < \operatorname{tang} \varphi,$$

ce qui donne

$$2Pl \sin \varphi - \varpi d \operatorname{tang} \varphi > 0,$$

ou

$$d > \frac{2Pl \cos \varphi}{\varpi}.$$

Ce qui montre que, pour une valeur de P donnée, il y a, dans chaque balance ainsi construite, une valeur limite de d que l'on ne pourra dépasser, sans rendre l'équilibre impossible.

La même inégalité peut s'écrire

$$2P > \frac{\varpi d}{l \cos \varphi}.$$

Ce qui montre encore que, pour une valeur déterminée de d, il y a une valeur limite de P, en dessous de laquelle l'équilibre est également impossible.

On voit d'ailleurs que, dans ce cas, la sensibilité diminue quand la charge augmente.

Il reste à examiner le cas où l'angle φ serait obtus.

En nommant φ' l'angle supplémentaire de φ, on aura

$$\tan\alpha = \frac{pl \sin \varphi'}{\varpi d - (2P + p)\, l \cos \varphi'}.$$

Pour que la balance puisse prendre une position d'équilibre il faut que l'on ait $\alpha < \varphi'$.

Ce qui exige

$$\varpi d - (2P + p)\, l \cos \varphi' > 0,$$

et, en outre,

$$\frac{pl \sin \varphi'}{\varpi d - (2P + p)\, l \cos \varphi'} < \tan \varphi'.$$

Ce qui donne

$$\varpi d - (2P + 2p)\, l \cos \varphi' > 0,$$

inégalité que l'on peut écrire

$$d > \frac{(2P + 2p)\, l \cos \varphi'}{\varpi},$$

et encore

$$2P + 2p < \frac{\varpi d}{l \cos \varphi'},$$

d'où l'on voit que, d'une part, pour une charge déterminée, il y a une position limite du centre de gravité au delà de laquelle la balance devient folle, — et que, d'autre part, pour une position déterminée du centre de gravité, il y a une charge limite au delà de laquelle la balance devient folle également.

Dans le cas présent, chose qu'il importe de remarquer, la sensibilité croît avec la charge.

En résumé cette discussion fournit, au point de vue qui nous occupe, les conclusions suivantes :

1. Dans le cas d'une balance où les trois points A, O, B du fléau seraient en ligne droite, la sensibilité est indépendante du poids P, et comme en général, p est très faible relativement à P, on peut dire, d'une manière approchée, que la sensibilité est indépendante de la charge $2P + p$.

2. Dans le cas où les deux bras du fléau comprennent un angle moindre que 180°, la sensibilité diminue quand la charge $2P + p$ augmente.

3. Dans le cas où l'angle compris entre les bras du fléau est supérieur à 180°, la sensibilité augmente quand la charge $2P + p$ augmente.

4. Dans le cas où l'angle compris entre les bras du fléau est moindre que 180°, si le centre de gravité coïncide avec le point de suspension, la sensibilité est indépendante de la longueur des bras du fléau.

Cette dernière propriété, très importante au point de vue pratique, puisqu'elle permet de restreindre les dimensions de l'appareil, est de nature à solliciter vivement le constructeur. Mais elle a contre elle, que la disposition exigée pour l'obtenir donne à la balance une sensibilité décroissante, à mesure que la charge totale augmente.

Or, l'exactitude qu'il est le plus désirable d'atteindre, dans l'enregistrement du baromètre, demande que cette sensibilité soit aussi constante que possible.

Il faut donc l'abandonner pour prendre la disposition où cette constance est le mieux assurée. C'est celle où l'angle compris entre les deux bras du fléau est égal à 180°, c'est-à-dire, où les points de suspension des poids et le point de suspension du fléau lui-même sont en ligne droite.

La formule devient, dans ce cas, comme nous l'avons vu.

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{pl}{\varpi d}.$$

Je remarque que si l'on s'arrange de manière à avoir

$$d = l,$$

la formule devient

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{p}{\varpi},$$

et, dans ce cas, la sensibilité est également indépendante de la

longueur des bras du fléau. Il est vrai qu'elle est grandement diminuée; mais elle peut ne pas l'être plus que ne le demande la condition première, à laquelle la balance doit satisfaire, à savoir : de trouver une position d'équilibre stable, dans toutes les surcharges que les variations du baromètre peuvent lui imposer. C'est un point à calculer, dans chaque cas particulier.

Sous cette forme la balance se rapproche par son fonctionnement du peson.

Le poids normal moyen de l'appareil est contre-balancé par un poids égal P, établi à l'extrémité opposée du fléau, et la balance demeure horizontale. Les poids additionnels, positifs ou négatifs, survenant ensuite des variations du baromètre, inclineront la balance, et se trouveront contre-balancés par le couple, que formera aussitôt le poids du fléau, sur un bras de levier croissant avec la surcharge.

On peut, au reste, ne pas s'astreindre à la condition $d = l$ et se réserver par un procédé mécanique très simple, par le déplacement d'un écrou le long de OG, la faculté de donner à d, telle longueur que l'on voudra, et obtenir ainsi le degré de sensibilité désirable.

On peut faire un reproche à l'enregistrement obtenu par un appareil semblable. Tout enregistreur à balance doit l'encourir, et il importe d'en examiner ici la valeur.

Les variations de poids se manifestent dans la balance par des inclinaisons variables du fléau. Sous l'action d'une surcharge p, le fléau incline d'un angle α : sous une surcharge p', il incline d'un angle α'. Ce sont ces inclinaisons variables que nous pourrons seules enregistrer, car elles sont la seule manifestation mécanique de la variation de poids survenue.

Or, ces angles $\alpha, \alpha', \alpha''$.... ne sont pas proportionnels aux poids p, p', p''. Ce sont les tangentes de ces angles, tang α, tang α', tang α''.... qui sont proportionnelles aux poids, p, p', p''..... La formule trouvée

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{p}{\varpi},$$

le manifeste évidemment.

L'objection est d'une vérité incontestable; il n'y a pas à le nier. Toutefois elle n'est pas sans réponse. Il en est une qui se présente sur-le-champ à l'esprit. Les différences introduites ainsi sont, en effet, de l'ordre des erreurs négligeables tant que l'angle α garde une valeur assez réduite. On peut, sous cette condition, confondre la tangente avec l'arc. Il suffira donc d'imposer à l'appareil un angle d'oscillation maximum, qui ne dépassera jamais une valeur de α, pour laquelle l'arc et la tangente ne pourraient être sensiblement confondus.

Toutefois il convient de préciser la valeur de cette réponse, en examinant les valeurs absolues des tangentes des arcs d'un rayon donné.

On trouve, dans les Tables des lignes trigonométriques naturelles, les valeurs suivantes :

Le rayon étant 1

Arc.	Tang.	D.	Arc.	Tang.	D.
0°	0,000		12°	0,213	19
1°	0,017	17	13°	0,231	18
2°	0,035	18	14°	0,249	18
3°	0,052	17	15°	0,268	19
4°	0,070	18	16°	0,287	19
5°	0,087	17	17°	0,306	19
6°	0,105	18	18°	0,325	19
7°	0,123	18	19°	0,344	19
8°	0,141	18	20°	0,364	20
9°	0,158	17	21°	0,384	20
10°	0,176	18	22°	0,404	20
11°	0,194	18			

Pour saisir plus vivement la limite d'erreur à laquelle on peut arriver ainsi, soit p une surcharge déterminant une valeur de tang α égale à 0,017. C'est la tangente de l'arc 1°.

Une surcharge de $10p$ donnera pour tang α' une valeur de 0,170.

Dans le premier cas, la balance aura enregistré une variation

Établissons en E, un contact électrique, de façon que la languette de platine l'atteigne, au moment où la dent qui l'avait attaquée d'abord va la lâcher.

Le courant pénétrera en E et pourra actionner au loin un électro-aimant du récepteur. Il sera bientôt interrompu, car la dent *a* lâchera bientôt la languette; mais celle-ci retombera aussitôt sous la dent *b*, qui lui imprimera un mouvement analogue. Il y aura donc autant de courants, lancés en E, qu'il y aura de dents à la roue, dans un angle égal à celui dont le bras de fléau s'élèvera; chacun de ces courants actionnera l'électro-aimant compris dans le circuit ainsi fermé. Mettons maintenant que le bras du fléau AC vienne à descendre, la languette de platine fléchira à droite, et si elle rencontre de ce côté un contact E', en rapport avec un second électro-aimant du récepteur, ce second électro-aimant enregistrera le mouvement de descente, comme le premier, tout à l'heure, avait enregistré les mouvements d'ascension.

Mon appareil transmetteur semblait donc trouvé; le frottement du ressort contre les dents qui l'attaquent devait bien diminuer la sensibilité de la balance, mais d'abord, il y avait moyen de réduire ce frottement à des valeurs très minimes, le ressort ne devant être ici qu'en simple organe de contact; et du reste, puisqu'il fallait de toute force, nous l'avons vu, atténuer la sensibilité de la balance, autant valait l'atténuer par ce moyen, que par un déplacement plus considérable du centre de gravité du fléau.

La grande question, et pour ainsi dire l'unique question, était tranchée; le transmetteur étant trouvé, imaginer un récepteur était chose secondaire. Je la remis à plus tard, en me disant que j'aurais toujours à la main un système de récepteurs à signaux conventionnels, que chacun imagine.

Je m'occupai aussitôt à appliquer le système de la balance aux divers appareils du météorographe, et j'y réussis, comme je l'exposerai bientôt.

Mais ce travail fini, je ne tardai pas à m'apercevoir que ce système de transmission si simple avait un vice radical.

Il pouvait arriver qu'une inclinaison donnée du fléau amenât la languette de platine en contact avec la borne E ; puis, que soudain se manifestât une variation en sens contraire. Le mal n'eût pas été grand, si cette variation eût toujours été assez considérable pour amener un contact en E'; mais elle pouvait ne pas l'être. L'instrument pouvait osciller pendant longtemps, entre un contact en E et une approche, sans contact, en E'. Chacune de ces oscillations eût déterminé, au moment de chaque contact, dans l'appareil récepteur, un jeu d'électro-aimant, qui se fût traduit par une branche ascendante ou descendante sur le cylindre enregistreur, tandis qu'en réalité, au milieu de ces oscillations successives, la hauteur moyenne de l'instrument n'aurait pas varié. — Il y avait moyen de réduire grandement la course de E' en E', mais si réduite qu'on l'eût faite, la cause d'erreur persistait.

J'ai longtemps cherché et j'en étais arrivé presque à désespérer de réussir, lorsqu'un volume du journal *La Nature*, de Gaston Tissandier, me tomba sous la main. J'y lus la description d'un appareil indicateur du niveau de l'eau, imaginé par M. Yeates, de Dublin. Pour vaincre la difficulté qui m'arrêtait, et que lui-même avait rencontrée, il mettait en usage un organe mécanique, à peu près inconnu aux physiciens, mais d'un usage très antique en horlogerie : un *tout-ou-rien*.

Il suffisait de l'ajouter a mes appareils. (Fig. 4.)

La roue dentée fixée au fléau de mes balances, au lieu d'attaquer directement la languette de platine, met en mouvement une petite roue à chevilles.

Celle-ci entraine successivement les rayons d'une fine étoile, qui est à vrai dire le *tout-ou-rien* de l'appareil : l'étoile est maintenue en position par un sautoir. Or, quand un rayon s'incline, sous l'action d'une cheville, le sautoir se soulève sous l'action d'un autre rayon. Si le premier rayon s'incline, au point d'atteindre le voisinage extrême de la limite voulue, pour faire fonctionner l'appareil, au moment même le sautoir se trouve, arête contre arête, devant le rayon qui l'a soulevé. C'est un point d'équilibre instable : le contact n'a pas encore eu lieu, mais à

partir de ce moment critique, si la variation de l'appareil se poursuit dans le même sens, le sautoir se détend, pousse l'étoile en avant et le contact a lieu; si la variation rétrograde, le sautoir revient sur ses pas, ramène lentement l'étoile dans sa position primitive, et aucun contact n'a lieu.

Il y avait lieu de craindre que l'adjonction de ce mécanisme, si léger qu'il fût, ne diminuât dans une proportion très considérable la sensibilité de mes appareils. N'ayant pas sur l'heure le moyen d'instituer des expériences directes à ce sujet, je me suis adressé à un artiste, habile en horlogerie.

Il m'a assuré qu'il n'était point malaisé de construire des *tout-ou-rien* de ce genre, agissant sous l'effort de 1 gramme, suspendu par un fil à l'axe de la roue à chevilles; ce qui me rassura totalement.

Depuis lors j'ai monté, en me servant de vieilles pièces d'horlogerie, et dans des conditions que j'ai rendues aussi désavantageuses que possible, un appareil tel que je l'imagine pour mon transmetteur. Toutes les résistances, exagérées ici à plaisir, cèdent sous un poids de 5 grammes, appliqué à l'extrémité, d'un bras de levier de 15 centimètres.

Il est à remarquer d'ailleurs, que si nous introduisons la résistance du ressort qui actionne le sautoir, nous écartons du même coup la résistance qu'offrait le ressort platiné des contacts. Celui-ci n'est plus mis en œuvre par le fléau de la balance, comme il l'était d'abord, mais par la détente du sautoir lui-même.

L'introduction du *tout-ou-rien* n'amène donc aucune résistance nouvelle : il déplace la résistance ancienne.

Voici donc la description de la balance électrique que je me propose d'adapter à mes appareils enregistreurs. (Voir la planche.)

Un fléau de balance AB, long de 30 centimètres, repose, par des couteaux d'acier, sur une colonne de bronze portée par un trépied à vis calantes.

A l'une des extrémités du fléau est suspendue la cuvette de l'appareil mesureur, à l'autre, un contre-poids qui lui fait équilibre. Dans certains cas, comme nous le verrons bientôt, le contrepoids est remplacé par une deuxième cuvette.

Le couteau s'étend des deux côtés, au delà des tables d'agate qui le supportent, pour recevoir d'une part, une tige filetée à contre-poids, qui servira a régler la sensibilité de la balance; d'autre part, un secteur de roue dentée D, dont l'ouverture minimum doit être égale à l'angle maximum d'oscillation du fléau. Ce secteur attaque le pignon d'une roue multiplicatrice E: celle-ci commande une roue à chevilles R, qui, à son tour, fait jouer l'étoile F du *tout-ou-rien.*

On voit aisément que les rayons de l'étoile seront toujours jetés du côté vers lequel la balance fléchit, et suivront ainsi la marche de son oscillation.

Le ressort platiné I devra présenter une résistance un peu moindre que le ressort du sautoir G. Il y aurait peut-être lieu de craindre qu'après avoir été conduit en L, par exemple, abandonné ensuite à lui-même, son élasticité ne le rejetât en L'; mais il y aura toujours moyen d'éviter cet inconvénient, en limitant par des points d'ivoire la course qu'il peut prendre en liberté.

En donnant à la balance du baromètre une course maximum de 45°, soit 22°30' de part et d'autre de l'horizontale, et en réglant sa sensibilité, de manière que ces deux positions extrêmes répondent à deux hauteurs extrêmes du baromètre, 710^{mm} et 780^{mm}, par exemple, — si l'on veut d'ailleurs arriver à l'enregistrement du $^1/_{10}$ de degré, il faut que, durant cette course, la balance puisse lancer 700 fois le courant.

On peut y arriver aisément.

Il suffit de donner au secteur 30 dents; à la roue D, 84 dents au pourtour et 6 au pignon; à la roue R, 6 dents au pignon et 10 chevilles. On aura pour une course du pignon, 5 tours de la roue R, et 70 tours de la roue à chevilles.

Tout ce mécanisme doit d'ailleurs être construit avec une délicatesse extrême, comme de fins rouages d'horlogerie. Il en est de même du mécanisme des contacts. Or, je crois ne pas trop présumer du talent et de l'habileté de nos constructeurs, en affirmant qu'ils peuvent arriver à donner à une balance, ainsi surchargée de résistances, une sensibilité qui la fera osciller sous le poids de 1 gramme.

CHAPITRE III.

Choix et description des instruments appliqués à la balance.

---

1. Baromètre.

Le baromètre à balance date de 1670. Nous l'avons dit plus haut.

Samuel Morland l'imagina et le construisit à cette époque; on l'appelait alors baromètre statique. Le P. Secchi le remit en honneur dans son météorographe. Dans ces deux instruments, c'est la tige du baromètre qui est suspendue au fléau de la balance, la cuvette est fixe.

Dans le baromètre construit par Salleron, sous la direction de M. Marié-Davy, pour l'Observatoire de Montsouris, ce n'est plus la tige, mais la cuvette qui est suspendue.

Ce dernier mode me semble préférable : il assure la stabilité de la partie la plus délicate de l'appareil et ne met en mouvement que la plus assurée. Elle permet de réduire les proportions de la balance, qui, par suite, devient beaucoup moins encombrante. Un motif plus sérieux recommande d'ailleurs cette disposition comme préférable.

Pour écarter d'un baromètre les erreurs de capillarité, il convient de donner au tube un diamètre intérieur d'environ 3 c. Ne lui donner ce diamètre que sur la hauteur correspondant à la chambre barométrique, comme le faisaient Morland et le P. Secchi, c'est bien, si l'on veut écarter l'erreur due à la capillarité, mais c'est exposer l'instrument à de grandes incorrections dues à la température. C'est tomber d'un mal dans un pire.

L'introduction d'un tube de section étroite, à la suite d'une chambre barométrique à section large, rend en effet, comme l'a

montré M. Marié-Davy, le baromètre très sensible aux variations de température.

Si l'on appelle

x la hauteur du mercure dans la cuvette, sous pression actuelle,

x_1 la valeur de x sous pression 760° à 0°,

m le coefficient de dilatation du mercure,

K le coefficient de dilatation du verre,

S la section de la chambre barométrique,

σ la section du tube qui lui fait suite et l sa longueur,

S' la section du plongeur.

On aura

$$x = \frac{1+mt}{1+2kt}\left[x_1 + \frac{S}{S'+\sigma-S}760 - \frac{S(1+2kt)}{S'+\sigma-S}H_0 + \frac{S-\sigma}{S'-\sigma-S}l(m-2k)t\right].$$

Nous verrons tantôt que, si l'on veut obtenir du baromètre-balance, millimètre pour millimètre, il faut que l'on ait

$$S = S' + \sigma - S \quad \text{ou} \quad S' = 2S - \sigma.$$

La formule devient donc

$$x = \frac{1+mt}{1+2kt}\left[x_1 + 760 - (1+2kt)H_0 - \frac{S-\sigma}{S}l(m-2k)t\right].$$

Que l'on fasse dans cette formule $S = 3\sigma$ seulement et l'on verra que la correction exigée, du fait de la température, est égale à celle du Fortin ordinaire. Si, au contraire, on pose $S = \sigma$, la correction descend à un chiffre environ huit fois moindre [1].

Il faut donc donner au tube du baromètre une section uniformément large sur toute sa longueur, mais alors son poids devient très considérable, et il est malaisé de le suspendre.

---

[1] V. Marié-Davy, *Annuaire de l'Observatoire de Montsouris* pour 1879.

La suspension de la cuvette ne présente pas cet inconvénient. C'est donc la cuvette qui, dans mon météorographe, sera portée par le fléau de la balance.

On adapte généralement, à l'extrémité des baromètres à balance, un flotteur qui plonge dans la cuvette et dont voici le jeu.

Appelons S la section de la cuvette et s la section du tube (fig. 5, A).

Soit une variation de niveau H, au sommet de la colonne mercurielle, résultant d'une diminution dans la pression atmosphérique.

Un volume Hs de mercure a passé dans la cuvette. Si la cuvette est fixe, ce volume a élevé le niveau dans l'espace annulaire d'une quantité h déterminée par l'équation.

$$Hs = h\,(S - s),$$

D'où l'on tire

$$\frac{H}{h} = \frac{S - s}{s}.$$

Si l'on veut avoir $h = H$, il faut que l'on fasse

$$S - s = s.$$

Or, il est utile d'y arriver en se servant, dans le baromètre-balance, d'un flotteur F, car sa présence équilibrera la variation de poids, déterminée dans la cuvette par cet accroissement de volume.

Mettons que la cuvette baisse d'une hauteur h' (fig. 5, B) sous cet accroissement de poids

$$Hsdg$$

le flotteur émergera de h' également, et diminuera la poussée de

$$h'\,(S - \sigma)\,dg.$$

Pour que l'action du flotteur équilibre, à elle seule, le poids survenu, il faut que l'on ait encore

$$Hs = h' (S - \sigma),$$

d'où

$$\frac{H}{h'} = \frac{S - \sigma}{s}.$$

Et si l'on veut avoir $h' = H$, il faut que l'on fasse encore une fois

$$S - \sigma = s.$$

Un baromètre, dont la tige aurait 3 centim. de diamètre intérieur, ajoute ou retranche au poids de la cuvette, pour une variation de 1 millimètre, un poids de 9 gr. 6 décigr.

Une variation de $^1/_{100}$ de millimètre développe donc une force motrice de 96 milligrammes.

La balance construite par M. Salleron, pour le baromètre de Montsouris, trébuche sous un poids de 10 milligrammes, c'est-à-dire sous un poids plus de neuf fois moindre.

Or, il est dérisoire de songer à enregistrer le $^1/_{100}$ de millimètre.

En nous bornant au $^1/_{10}$ de millimètre, nous disposerons d'un poids de 96 milligrammes et, sans présomption nous semble-t-il, nous pourrons lui demander de vaincre la résistance en plus, que le mécanisme transmetteur aura opposée à la sensibilité de la balance.

2. Thermomètre.

Les thermomètres à air, ou à un gaz quelconque, ont une amplitude de dilatation de loin supérieure aux autres, mais leurs variations de volume étant fonction à la fois des variations de température et des variations de pression, il n'y fallait pas songer pour l'enregistrement des seules variations de température.

La dilatation de l'alcool, beaucoup plus grande que la dilatation du mercure, inclinerait à choisir le thermomètre à alcool,

mais, le mince poids du volume de liquide que la dilatation apparente déverserait en dehors de la tige, ou y déplacerait, serait sans action sensible sur le fléau d'une balance. C'est alors que je songeai à construire des thermomètres à alcool et à mercure, comme Walferdin l'avait fait autrefois dans un autre but, mais avec grand succès.

Dans ces thermomètres, le réservoir contient, au fond, une petite masse de mercure et est rempli pour le reste d'alcool rectifié. La tige plonge jusqu'au fond du réservoir et, par suite, ne se remplit que de mercure.

En supposant que l'on établisse le thermomètre, réservoir en haut et tige en bas, aucun changement ne doit être apporté dans la construction du tube, et la tige peut tout bonnement faire suite au réservoir.

En donnant au réservoir une capacité de 500 centimètres cubes, chaque variation d'un degré se manifeste par le déplacement d'une colonne de mercure pesant plus de 7 grammes et, par suite, une variation de $^1/_{10}$ de degré, par le déplacement d'une colonne de 7 décigrammes; mais rien n'empêche qu'on n'aille plus loin et que l'on ne développe davantage le réservoir en volume.

On objectera que, dès lors, on augmentera à proportion la paresse du thermomètre et son retard sur les températures ambiantes. A quoi je réponds en distinguant : oui, si l'on développe le réservoir en volume, sans le développer proportionnellement en surface.

Or, rien n'est plus simple que d'arriver à ce résultat. Nous avons vu que M. Hervé-Mangon en a déjà donné l'exemple.

Un tube de 3 centim. de diamètre, long de 80 centim., renferme au delà de 550 cc.

Le thermomètre, tel que je me propose de l'appliquer à mon enregistreur, est tout franchement un long tube barométrique en verre mince, replié au besoin sur lui-même, dont la base plonge dans une cuvette à déversement, supportée par le fléau de la balance. Il formera, dans son aspect du moins, un pendant au baromètre-balance, et réalisera ainsi, entre les deux instruments,

une symétrie qui n'est pas absolument à dédaigner, même dans des appareils de science.

Il est à remarquer que la transformation des thermomètres ordinaires en thermomètres à déversement ou à poids, permet de fixer invariablement l'appareil thermométrique proprement dit, et écarte ainsi l'action nuisible des coups de vent, auxquels il doit nécessairement être exposé.

Un thermomètre ainsi modifié fait aujourd'hui fonctionner, avec une aisance et une régularité parfaites, dans mon observatoire, le thermographe de Kreil dont les indications troubles et indécises étaient presque sans valeur autrefois.

3. Psychromètre.

On déduit le degré d'humidité relative de l'air, des hauteurs comparées de deux thermomètres, l'un à réservoir sec, l'autre à réservoir humide. Dans les enregistreurs les plus perfectionnés, chacun de ces deux thermomètres décrit sa courbe propre. Les deux courbes, mises en regard, s'écartent l'une de l'autre, à des distances proportionnelles à la différence des températures. C'est à l'observateur à tracer lui-même, ensuite, la courbe propre de ces différences. Bref, au lieu de donner directement la différence cherchée, ces instruments donnent les deux termes de la soustraction, mais la soustraction reste à faire. Sans compter que, pour juxtaposer deux courbes qui parfois se rencontrent, et empêcher toutefois qu'elles ne se confondent alors, on est obligé de poser l'un des deux thermomètres à un ou à deux degrés plus bas que ne le voudrait l'échelle des températures.

Je me suis proposé de faire tracer directement, dans mon appareil, la courbe de l'humidité relative et de donner ainsi, non pas les deux termes de la soustraction, mais son excès lui-même.

La difficulté grandissait, car je n'avais plus même ici, comme force motrice, le poids de mercure correspondant à une variation de température, mais le poids beaucoup moindre qui répondait

à la différence de deux variations, généralement assez voisines l'une de l'autre.

L'idée m'est venue d'employer ici des thermomètres à air.

Pourquoi avons-nous rejeté tantôt les thermomètres à air et à gaz, dont l'ample dilatation semblait si favorable ? Pour ce motif capital, que la pression de l'air intervenait comme facteur dans la variation de leur volume. Mais deux thermomètres, placés l'un à l'un des bouts du fléau d'une balance, l'autre à l'autre bout, subiront également cette influence étrangère, et leur action antagoniste la réduira à zéro dans le tracé de la courbe.

En donnant aux réservoirs une capacité de 300 cc., on arrive à développer plus de force motrice qu'il n'en faut pour actionner la balance.

Le psychrographe se composera donc de deux thermomètres à air, à réservoir sphérique, l'un sec, l'autre humide, dont les tiges plongeront dans deux godets remplis de mercure et supportés, l'un par l'extrémité droite du fléau de la balance, l'autre par l'extrémité gauche. L'inclinaison du fléau sera proportionnelle à l'excès de la température de droite sur la température de gauche, et elle sera enregistrée électriquement à la manière que nous avons dit.

4. Actinomètre. — Udomètre. — Évaporomètre.

L'ACTINOMÈTRE, comme le psychromètre, se compose généralement de deux thermomètres, l'un à réservoir transparent ou argenté, l'autre à réservoir enduit de noir de fumée, tous deux introduits au sein d'une enveloppe de verre où l'on a fait le vide. C'est encore de la différence des hauteurs marquées par ces deux instruments que l'on déduit, par l'inspection de tables à double entrée, le degré actinométrique de l'atmosphère.

Il y aurait donc lieu de répéter ici ce que je disais tantôt du psychromètre. L'actinographe se composera donc également des deux thermomètres à air, l'un à réservoir argenté et l'autre à réservoir noirci. Leurs tiges plongeront dans deux godets rem-

plis de mercure et suspendus, l'un à l'extrémité droite du fléau, l'autre à l'extrémité gauche. L'inclinaison du fléau, proportionnelle à la différence de leurs températures, enregistrera directement cette différence.

L'UDOMÈTRE et L'ÉVAPOROMÈTRE se disposent tout naturellement pour l'enregistrement par la balance. Il suffira d'attacher au fléau de la balance, pour le premier, une cuvette où aborde l'eau recueillie, pour le second, une cuvette contenant l'eau qui s'évapore. La première cuvette sera munie d'un siphon automatique, etc. Il est inutile d'entrer dans plus de détails.

Les dimensions du collecteur des eaux de pluie et celles de la cuvette de l'évaporomètre seront calculées, de manière à fournir la force motrice exigée par la balance.

Jusqu'ici, nous n'avons pas dû nous départir du principe qui m'a guidé dans la construction de mon météorographe :

« Traduire les variations de toutes les données meteorologiques par des variations de poids, et mesurer ces dernières par l'appareil qui leur est propre : la balance ».

Au point où nous en sommes, nous avons abouti pour le baromètre, le thermomètre, le psychromètre, l'actinomètre, l'udomètre et l'évaporomètre.

Chacun d'eux est porté par sa balance; chacun d'eux peut être établi comme il convient, et indépendamment de tous les autres; chacun d'eux peut être fixé invariablement sur la face supérieure d'une boite de bois ou de métal, qui protégera le fléau et les organes plus délicats de la transmission électrique, contre les intempéries auxquelles il peut être nécessaire d'exposer l'instrument. Enfin, ce qui n'est pas à dédaigner, toutes ces balances sont parfaitement semblables, ce qui diminuera notablement les frais de l'appareil, qui se composera d'organes presque toujours les mêmes.

Reste la partie anémométrique de mon instrument.

5. Anémoscope et anémomètre.

On demande à l'anémoscope de marquer la direction du vent dans un plan horizontal, et à l'anémomètre de mesurer sa vitesse dans ce même plan.

Je crois que c'est trop peu, et dans l'état où la théorie des vents a été amenée de nos jours, après les recherches exposées dans les beaux mémoires du P. Dechevrens, sur les ouragans des côtes de la Chine, nous devons, je pense, faire un pas en avant. On a installé à l'Observatoire de Zi-ka-wey des girouettes universelles : nous ne pouvons pas être en retard sur les Chinois.

La girouette universelle du P. Dechevrens, sur laquelle j'ai donné de plus amples détails dans la *Revue des questions scientifiques*, peut-être ramenée à une pyramide à base quadrangulaire, suspendue à la Cardan en son sommet, et équilibrée autour de son point de suspension, par une tige armée d'un contre-poids. Sous le coup du vent, les faces latérales amènent l'axe de la pyramide dans le plan vertical qui comprend la direction du vent, tandis que les faces supérieure et inférieure amènent l'axe à s'incliner dans ce plan, jusqu'à coïncider avec la direction du vent lui-même.

Les variations d'un appareil semblable sont à peu près impossibles à enregistrer électriquement, à cause de la brusquerie des sauts du vent.

Depuis plusieurs années, déjà cette brusquerie avait fait remplacer les girouettes antiques par les roues ailées de Piazzi Smyth, qui en réduisent notablement l'effet; mais, même avec ces roues ailées, l'enregistrement est pénible et, en tout cas, il n'indique que la direction horizontale du vent. J'ai cru utile de suivre un tout autre système.

Quelles que soient la direction et l'intensité du vent, on peut toujours les ramener à trois composantes perpendiculaires entre elles : deux horizontales et une verticale. Étant donné, réciproquement, ces trois composantes, la diagonale du parallélipipède

formé sur les droites qui les représentent, représentera elle-même la direction et l'intensité vraie du vent. Voilà le principe : c'est un théorème très élémentaire de géométrie.

Pour l'appliquer au cas présent, il suffirait d'orienter au N., au S, à l'E., à l'W., vers le haut et vers le bas, six plaques dynamométriques à ressort, comme celles qu'Osler et Jelineck emploient dans leur anémomètre, et à enregistrer l'écart que chacune d'elle subit sous le coup du vent. Une d'entre elles au moins, trois au plus, seront mises en jeu et, en les comparant entre elles, on pourra, comme je l'ai dit, en déduire immédiatement la direction et l'intensité cherchées.

Or, l'enregistrement de cet écart n'offre aucune difficulté. On peut, en effet, tailler la tige des plaques en crémaillère et faire jouer les dents sur une lame platinée, qui distribuera le courant à droite ou à gauche d'après le mouvement de la plaque, comme fait la lame platinée qu'actionne le secteur denté de ma balance.

On peut, et ceci amène une réduction considérable dans l'appareil, attacher à une même tige les deux plaques opposées, N et S, E et W, H et B. Voici la disposition à laquelle je me suis arrêté (Fig. 6). P et P′ sont les deux plaques dynamométriques : elles glissent, à frottement très doux, entre deux anneaux fixes O et O, traversés par la tige qui les unit. En C est la crémaillère. Dans la figure, elle attaque directement la lame platinée L, mais pour les mêmes motifs que nous avons exposés en parlant de la balance, il faudra disposer entre les deux une roue à chevilles, actionnant un *tout-ou-rien*.

Pour éviter la brusquerie des coups du vent, il sera nécessaire de mettre en rapport avec la crémaillère le pignon d'un volant à ailettes, qui régularisera en les adoucissant les mouvements de la tige.

L'anémomètre comportera trois dispositifs semblables, orientés le premier suivant la ligne NS, le deuxième suivant la ligne EW, le troisième suivant la verticale HB.

Chacun de ces trois appareils sera en rapport avec un récepteur. A l'état de repos le crayon marquera une droite médiane; ses excursions à gauche répondront à l'action de la plaque de droite et celles de droite à l'action de la plaque de gauche.

CHAPITRE IV.

Description du récepteur et de l'enregistrement.

Il me reste à décrire les appareils récepteurs de mon météorographe. Je pourrai être plus bref ici, car tous sont parfaitement identiques.

Comme je l'ai insinué dès l'abord, le courant passant dans un fil où dans un autre, d'après que les variations de l'appareil se produisent dans un sens ou dans le sens inverse, un électro-aimant placé sur le parcours du premier fil, oscillera dans toutes les hausses de l'instrument, un second électro-aimant placé sur le parcours du second fil, fonctionnera dans toutes les baisses. En les forçant à marquer leurs points sur deux droites juxtaposées, le pointé de l'une de ces droites mesurerait la hausse, tandis que la baisse serait mesurée par le pointé de l'autre.

Le passage de la première à la deuxième ligne répondrait au changement d'allure de la variation; mais ce système d'enregistrement, tout conventionnel, ne dit rien à l'œil de l'observateur, et je n'ai pas voulu m'y arrêter un seul instant.

Je me suis proposé de faire suivre par une aiguille verticale ou horizontale, dans le récepteur, les mouvements mêmes du fléau qui oscille dans le transmetteur. Un crayon, attaché à cette aiguille, aurait inscrit les mouvements ainsi rigoureusement reproduits.

J'y étais arrivé : mais ce mode d'enregistrement a un inconvénient qui m'a toujours rebuté. Le crayon, attaché à une semblable aiguille, décrit autour de l'axe de celle-ci des courbes circulaires et non pas des droites. Or, dans les tableaux enroulés généralement sur les cylindres enregistreurs, l'abscisse du temps et de l'heure est représentée par une droite, une génératrice du cylindre, et c'est suivant cette droite que le crayon est censé marquer ses positions.

Je sais qu'il est aisé de graver, au lieu de ces droites, des courbes parallèles, d'un rayon égal à celui de l'aiguille, mais ces tracés sont disgracieux et fatigants pour l'œil qui les étudie.

J'ai donc voulu que le crayon, dans toutes ses positions, rencontrât la génératrice, qui devenait l'abscisse de l'heure présente. Mes courbes sont donc rigoureuses et n'ont nul besoin d'être corrigées par un tracé définitif.

Voici d'ailleurs le mécanisme fort simple de ces récepteurs. (Voir la planche.)

Les deux électro-aimants E, E′ sont placés en regard : leur armature mobile porte un doigt d'acier T, qu'un poids antagoniste tient soulevé à l'état de repos.

Entre ces deux doigts, une roue dentée D, à dents symétriques, est maintenue en position par un sautoir S.

Quand l'un des deux électro-aimants fonctionne, le doigt correspondant s'abaisse, pousse la roue dans un sens donné et lui fait décrire un angle, plus grand que celui qui mesure la moitié de la distance qui sépare deux dents consécutives; le sautoir a donc dépassé sa position d'équilibre instable, et quand, par suite de l'interruption du courant, le doigt abaissé se relève, le sautoir continue le mouvement commencé et remet la roue dentée, qui a marché d'un cran, dans les mêmes conditions qu'à l'origine.

Le deuxième électro-aimant agit de même, mais il imprime à la roue un mouvement en sens inverse. Il est évident que dans ces conditions, la roue dentée du récepteur suivra rigoureusement tous les mouvements de la roue à chevilles du transmetteur.

Un rouage intermédiaire, R′ monté sur le même axe, transmet par une crémaillère C, ces mouvents à une règle de cuivre. La règle roule sur des galets G, et porte un crayon M, qu'un léger ressort presse contre les papiers du cylindre.

Ici, les questions de résistance et de frottement ne sont plus un obstacle, les contacts mis en jeu par le transmetteur, dévoloppant toute l'énergie électrique que l'on voudra : il sera donc possible par l'addition d'un rouage intermédiaire de donner aux courbes le développement désirable.

Tous les récepteurs sont ainsi construits : on peut cette fois les réunir, les placer côte à côte sans nul inconvénient, et donner pour moteur à tous les cylindres une seule et même horloge.

En somme, voici comment j'imagine de les ranger, dans l'appareil que j'espère construire bientôt, et exposer un jour devant les membres de la Société scientifique.

Au centre d'une table de marbre ou d'ardoise, est établi le mécanisme moteur : c'est un fort mouvement d'horlogerie à pendule et à poids, le pendule et les poids descendent sous la table. L'horloge attaque simultanément, par l'intermédiaire de roues dentées, deux axes d'acier s'étendant d'un bout à l'autre de la table et portant chacun, fixés à distance par des ressorts mordant dans des entailles de l'axe, six cylindres dont les dimensions devront être déterminées d'après les convenances de l'observateur et la vitesse de rotation des axes.

Devant chaque cylindre est fixé invariablement le récepteur et le crayon qui lui répondent.

Le premier axe déroule, devant quatre récepteurs juxtaposés, les cylindres du baromètre, du thermomètre, du psychromètre et du radiomètre.

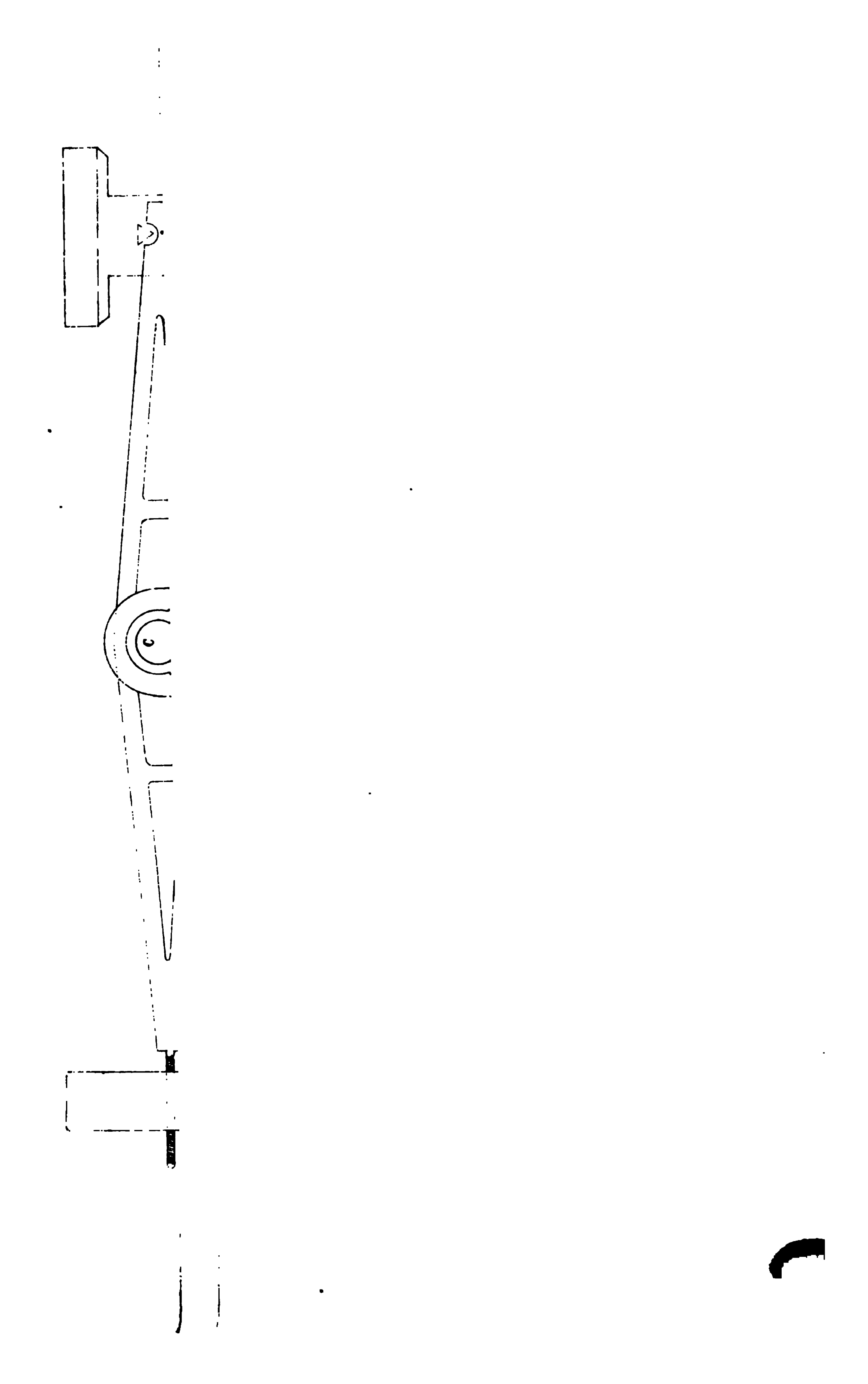
Le deuxième axe déroule ses cylindres devant les trois récepteurs de l'anémomètre, de l'actinomètre et du psychromètre.

Enfin, il faudra trouver place pour établir en quelque endroit de la table, un galvanomètre et une sonnerie, dont les signaux conventionnels permettront de régler, au besoin, la position des crayons, sur les indications fournies au loin par les instruments, ce qui se fera aisément, en établissant successivement, à un moment donné au 0, d'une part tous les fléaux des balances, de l'autre tous les crayons, et au signal donné, en les abandonnant à eux-mêmes.

A cet effet, il conviendra d'établir au pied de chaque appareil transmetteur et récepteur, un commutateur dont le rôle soit de transporter le courant de l'appareil à la sonnerie, etc. Ce sont là du reste des détails secondaires, sur lesquels il est inutile d'insister.

Mais il en est un auquel j'attache plus d'importance.

La règle de cuivre, qui porte le crayon, est soudée par le bas



à une crémaillère, qui s'engage dans les dents d'une roue. Si l'on place sur l'axe de cette roue, à côté d'elle, une deuxième roue, dont le rayon et le nombre des dents soient doubles, et si l'on soude à la règle par le haut, une crémaillère adaptée pour cette deuxième roue, il suffira de retourner la règle, pour que la courbe ainsi enregistrée prenne un développement double de la première. On pourra obtenir ceci par un simple renversement de la règle, et mettre à volonté C en rapport avec R, ou C′ en rapport avec R′; le crayon se montant sur celle des deux crémaillères qui est relevée.

Tel est le météorographe que je me propose de faire construire pour mon observatoire du Collège de la Paix.

L'essai que j'ai pu faire jusqu'ici des résistances introduites dans le jeu de la balance, par le mécanisme destiné à la transmission électrique, m'a donné bon espoir de succès.

Racine, après avoir conçu le plan de ses tragédies, disait : « Il n'y a plus que les vers à faire. »

Dans le genre de travaux que je viens d'exposer, quand le plan est fait, tout reste encore à faire.

L'expérience est le seul juge en effet qui puisse apprécier un appareil de ce genre.

NOTE

SUR LES

CUBATURES APPROCHÉES

PAR

P. MANSION,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE GAND.

---

1. Première formule. Considérons une surface convexe, projetée horizontalement suivant un carré, un rectangle ou un parallélogramme *abcd* ayant pour centre le point *e*. Appelons h_1, h_2, h_3, h_4, H les hauteurs; au-dessus du plan horizontal, des points A, B, C, D, E, projetés en *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, et proposons-nous d'évaluer, d'une manière approchée, le volume V, compris entre la surface, les plans projetants verticaux menés suivant *ab*, *bc*, *cd*, *da* et le plan horizontal.

Pour fixer les idées, supposons que la concavité de la surface soit tournée vers le plan horizontal. Par le point E, menons un plan tangent à la surface coupant les arêtes latérales en α, β, γ, δ, Le volume M du prisme oblique $abcd\delta\gamma\beta\alpha$ est supérieur à V. On a d'ailleurs, en appelant B l'aire *abcd*,

$$M = BH.$$

Le volume *m* des quatre prismes triangulaires

*abe*EBA, *bce*ECB, *cde*EDC, *dae*EAD

est au contraire inférieur à V. On trouve, pour *m*,

$$m = \frac{B}{4}\left\{\frac{h_1 + h_2 + H}{3} + \frac{h_2 + h_3 + H}{3} + \frac{h_3 + h_4 + H}{3} + \frac{h_4 + h_1 + H}{3}\right\}$$

$$= \frac{B}{6}\left\{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + 2H\right\}.$$

Pour des raisons analogues à celles que nous avons données dans notre Mémoire sur les aires approchées, la valeur la plus convenable pour V est, en général,

$$V = \frac{1}{2}(M + m) \quad \text{(approximativement)},$$

ou

$$V = \frac{B}{12}\{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + 8H\} \quad \text{(approximativement)}, \qquad (1)$$

laquelle comporte une erreur maxima ε, moindre que

$$\frac{1}{2}(M - m) = \frac{B}{12}\{4H - h_1 - h_2 - h_3 - h_4\}.$$

Si l'on appelle h la moyenne arithmétique des hauteurs h_1, h_2, h_3, h_4, on peut encore écrire les résultats précédents comme il suit :

$$M = BH, \quad m = \frac{B}{3}\{2h + H\}$$

$$V = \frac{B}{3}(h + 2H) \text{ (approximativement)}. \quad . \quad . \quad (1')$$

$$\varepsilon < \frac{B}{3}(H - h).$$

Remarque. Il est facile de représenter géométriquement $H-h$, et même Bh et, par suite, d'exposer ce qui précède sous une autre forme.

Les prismes *abd*DBA, *cbd*DBC, ont un volume

$$\frac{B}{6}\{h_1 + 2h_2 + 2h_4 + h_3\}$$

inférieur à V. Il en est de même des prismes *bac*CAB, *dac*CAD dont le volume est

$$\frac{B}{6}\{2h_1 + h_2 + h_4 + 2h_3\}.$$

La demi-somme

$$m' = Bh$$

est donc aussi inférieure à V. Par le calcul intégral, ou par des considérations équivalentes de géométrie infinitésimale, on

prouve que Bh est le volume du paraboloïde hyperbolique dont quatre génératrices sont AB, BC, CD, DA.

Le volume V étant compris entre M et m', on reconnaît que la valeur la plus convenable pour V est donnée par la formule approximative :

$$V = \frac{1}{3}(m' + 2M) = \frac{B}{3}(h + 2H),$$

ce qui est le résultat trouvé plus haut.

Cette seconde manière d'établir la relation (1) est moins bonne que la précédente, parce que l'on est forcé de prendre pour estimation de l'erreur, la plus grande des deux différences $M - \frac{1}{3}(m' + 2M) = \frac{1}{3}(M - m')$, $\frac{1}{3}(m' + 2M) - m' = \frac{2}{3}(M - m')$, c'est-à-dire la seconde. On devrait donc écrire

$$\varepsilon < \frac{2B}{3}(H - h).$$

Cette limite de l'erreur est double de celle qui a été trouvée plus haut.

2. Deuxième formule. Appelons h_{12}, h_{23}, h_{34}, h_{41} les hauteurs au-dessus du plan horizontal des points F, G, H, I de la surface, projetés en f, g, h, i, milieux de ab, bc, cd, da. Posons

$$h_{12} + h_{23} + h_{34} + h_{41} = 4\eta.$$

Je dis que η est compris entre h et H. En effet, la surface étant convexe, on a

$$2h_{12} > h_1 + h_2, \quad 2h_{23} > h_2 + h_3, \quad 2h_{34} > h_3 + h_4, \quad 2h_{41} > h_4 + h_1.$$

Ajoutant et divisant par 8, il vient

$$\eta > h.$$

On a, de même, en considérant les arcs convexes FEH, GEI,

$$h_{12} + h_{34} < 2H, \quad h_{23} + h_{41} < 2H,$$

et par addition, puis division par 4,

$$\eta < H.$$

Puisque η est compris entre h et H, Bη est compris, comme V, entre Bh et BH et l'on peut poser approximativement

$$V = B\eta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

en commettant une erreur moindre que la plus grande des deux différences $B(\eta - h)$, $B(H - \eta)$.

Dans le cas le plus favorable, cette limite supérieure de l'erreur est au moins égale à $\frac{1}{4}B(H - h)$, donc supérieure à celle qui a été obtenue dans le cas de la formule (1). Par le calcul intégral, on trouve aussi qu'en général la formule (2), un peu plus simple que la formule (1), est un peu moins exacte.

3. Troisième formule. On peut combiner la valeur approximative $B\eta$ avec la valeur trop grande BH de manière à avoir une valeur en général plus exacte que celle qui vient d'être donnée, comme on le prouve au moyen de développements en série. Il suffit pour cela de poser

$$V = \frac{1}{3}(2B\eta + BH) = \frac{B}{3}(2\eta + H). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

L'erreur est moindre que la plus grande des différences :

$$\frac{B}{3}(2\eta + H) - Bh = \frac{B}{3}(2\eta + H - 3h),$$
$$BH - \frac{B}{3}(2\eta + H) = \frac{2B}{3}(H - \eta).$$

Pour la même raison que dans le cas précédent, cette limite de l'erreur est au moins égale à $\frac{1}{4}B(H - h)$; donc encore supérieure à celle qui a été trouvée pour la formule (1). En revanche, d'après le calcul intégral, il semble que la formule (3) soit un peu plus exacte que la formule (1).

4. Historique. D'après M. Merrifield (*), les formules (1), (3), analogues à celle de Simpson, sont dues à Woolley. La formule (2) est nouvelle, croyons-nous.

Voici, d'après M. Merrifield, comment Woolley arrive aux formules (1), (3). Appelons $2m$, $2n$ la base ab et la hauteur de

(*) *Report on the Present State of Knowledge of the Application of Quadratures and Interpolation to Actual Data*, by C. W. Merrifield F. R. S. (Read at the Meeting of the British Association, Swansea, 1880). London, Spottiswoode and C°, 1880; 58 p. in-8°. Voir p. 20-22. Ce rapport est très complet au point de vue historique et contient tous les renseignements désirables sur l'origine de la plupart des formules de quadrature et d'interpolation.

abcd. Les aires y_1, y_2, y_3, des sections du volume suivant *afb*, *ieg*, *dhc*, calculées par la formule de Simpson, sont

$$y_1 = \frac{m}{3}(h_1 + 4h_{12} + h_2), \quad y_2 = \frac{m}{3}(h_{14} + 4\mathrm{H} + h_{23}),$$
$$y_3 = \frac{m}{3}(h_4 + 4h_{34} + h_3).$$

La même formule de Simpson donne ensuite pour le volume,

$$\mathrm{V} = \frac{n}{3}(y_1 + 4y_2 + y_3),$$

ou, tout au long,

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{B}}{36}\{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + 4h_{12} + 4h_{23} + 4h_{34} + 4h_{41} + 16\mathrm{H}\}.$$

Assimilons maintenant la surface qui limite supérieurement le volume à un paraboloïde ayant son axe vertical. On aura, dans cette hypothèse,

$$h_1 - 2h_{12} + h_2 = h_{14} - 2\mathrm{H} + h_{23} = h_4 - 2h_{34} + h_3,$$

et, par suite,

$$h_1 - 2h_{12} + h_2 - 2h_{14} + 4\mathrm{H} - 2h_{23} + h_4 - 2h_{34} + h_3 = 0. \quad (4)$$

Retranchant cette quantité nulle de la quantité qui multiplie $\frac{\mathrm{B}}{36}$ dans l'expression de V, il vient

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{B}}{6}\{h_{12} + h_{23} + h_{34} + h_{41} + 2\mathrm{H}\}$$

c'est-à-dire la formule (3).

En éliminant, au moyen de (4), de cette expression de V, la somme $h_{12} + h_{23} + h_{34} + h_{41}$, on trouve

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{B}}{12}\{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + 8\mathrm{H}\},$$

c'est-à-dire la formule (1).

Nous avons cru devoir faire connaître cette manière compliquée d'établir les formules (1), (3), afin de mieux faire ressortir la simplicité de la méthode exposée plus haut. Elle s'appuie seulement sur la géométrie élémentaire, conduit rapidement au résultat et permet de déterminer la limite supérieure de l'erreur commise.

LES GROTTES DE CRESWELL

(ANGLETERRE)

PAR

J. MAGENS-MELLO

MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ GÉOLOGIQUE DE LONDRES, ETC.

Quelques années se sont écoulées depuis qu'a eu lieu, en Angleterre, l'exploration des grottes de Creswell; mais peut-être un court résumé des résultats de cette exploration, une des plus importantes de ce pays, offrira-t-il quelque intérêt pour les membres de la 3ᵉ section, qui n'ont pas lu les comptes rendus des sociétés scientifiques anglaises. On pourra comparer ainsi les grottes anglaises à celles de la France, de la Dordogne, etc., ainsi qu'à celles de la Lesse, et des autres endroits renommés de la Belgique, qui ont été si savamment fouillées par M. Dupont et ses collaborateurs. Cette comparaison nous aidera à reconstruire l'histoire des temps quaternaires, et nous fournira des matériaux pour celle de l'espèce humaine dans l'Europe occidentale.

Les grottes en question se trouvent à la limite des comtés de Derby et de Nottingham, dans un petit ravin creusé au travers du calcaire dolomitique péruvien; au fond de ce ravin, un ruisseau, arrêté vers l'est, forme un lac, dont les eaux tranquilles réfléchissent les rochers et les arbres.

On a fouillé quatre de ces grottes, auxquelles on a donné les noms suivants : le Trou de l'Épingle (*Pin hole*), la Grotte de Robin-Hood (*Robin-Hood's cave*), le Trou de l'Église (*Church

hole) et le Parloir de la mère Grundy (*Mother Grundy's parlour*).

La première a été fouillée au printemps de l'année 1875 ; elle n'est qu'une crevasse dans le calcaire, longue de 30 mètres au plus. Sur le fond formé par la décomposition du calcaire se trouvait une couche de sable rouge, dans lequel nous avons rencontré des os et des dents d'animaux quaternaires, appartenant à peu près aux mêmes espèces que celles qui ont été découvertes dans les autres grottes, où les couches étaient plus épaisses et plus variées, et où nous avons obtenu les résultats les plus importants.

Les animaux dont les restes ont été trouvés seulement dans le Trou de l'Épingle, sont premièrement le *Canis lagopus*, si abondant dans quelques grottes belges et suisses, mais qui n'a pas été rencontré auparavant en Angleterre; l'autre animal est le Glouton (*Gulo luscus*), assez rare dans les cavernes anglaises.

La Grotte de Robin-Hood était divisée en trois ou quatre compartiments, dans lesquels les couches avaient une épaisseur de 6 à 8 pieds, mesure anglaise. A gauche était une brèche remplie de débris de calcaire, cimentés par la stalagmite qui unit çà et là le plafond au sol de la grotte. Dans cette brèche, il y avait une couche assez mince de terre noirâtre, renfermant plusieurs objets provenant de l'époque où les cavernes servirent d'abris aux réfugiés celtes qui y furent chassés, après le départ des légions romaines, par les invasions successives des tribus teutonnes. Des débris de céramique, quelques broches de bronze, et d'autres objets, mêlés aux os d'animaux vivant encore dans le pays, nous restent comme témoins de cet âge.

La brèche reposait sur de la terre brune ou rougeâtre, dont la couche inférieure était abondamment parsemée de petits morceaux de calcaire. Dans cette brèche, ainsi que dans la couche inférieure, nous avons trouvé, avec les os d'une grande variété d'animaux, les outils de l'homme quaternaire, taillés en silex et en os, preuve incontestable que l'homme habitait à cette époque les grottes et les forêts de cette partie de l'Angleterre, où il avait pour compagnons le Renne, le Mammouth, le Rhinocéros et

l'Hyène, au milieu desquels et de bien d'autres encore il vivait du produit de sa chasse.

Les outils de silex ne furent pas seulement des éclats ou des grattoirs, comme on en trouve presque partout; mais il y avait aussi des têtes de lance, bien taillées, et qu'on peut comparer aux silex de Solutré et de la Madeleine, dans la Dordogne. Les os taillés étaient plus abondants dans les couches correspondantes du Trou de l'Église, de l'autre côté du ravin. Ces outils étaient pour la plupart des alênes et des poinçons ou têtes de flèches, formés de morceaux de bois de renne, ou des os de lièvre.

La découverte la plus importante faite dans ces grottes est un petit morceau d'une côte, peut-être de renne, sur lequel on peut reconnaitre le dessin, très bien exécuté, de la tête et des épaules d'un cheval, ayant la crinière élevée, semblable aux gravures sur os des grottes de la Dordogne, de la Belgique et de la Suisse; cette découverte d'une parure de l'âge quaternaire est la seule qui ait été faite jusqu'à présent en Angleterre. Elle prouve que les tribus de chasseurs et de pêcheurs qui habitaient alors la France et la Belgique ne se sont pas cantonnées dans les limites de ces pays, mais que, dans leurs pérégrinations, elles ont traversé cette grande vallée, maintenant engloutie par la mer du Nord, qui à cette époque reculée formait le bassin d'une rivière magnifique, coulant entre les côtes actuelles de la Norwège et de l'Angleterre, et recevant pour tributaires la Tamise, l'Humber, et d'autres rivières de la Grande-Bretagne, ainsi que des fleuves sortant des glaciers qui descendaient des montagnes de la Scandinavie.

Quant aux animaux de cette époque, les couches supérieures des grottes de Creswell, la brèche et la terre brune ou rougeâtre inférieure, trouvées également dans la grotte de Robin-Hood et le Trou de l'Église, cavernes sans doute contemporaines, indiquent qu'ils appartenaient aux temps quaternaires.

Le *Machairodus latidens* présente seul une exception; cet animal si formidable nous semble avoir survécu des temps pliocènes. Ses os ont été rencontrés en France; mais avant la découverte d'une de ses canines à Creswell, Kent's hole en Devonshire

était la seule grotte anglaise dans laquelle il eût laissé des traces. La dent trouvée à Creswell est absolument semblable, quant à l'état de sa conservation et à la couleur, aux dents des animaux avec lesquels elle était ensevelie; si l'animal même n'habitait pas alors les environs de la grotte, il nous semble qu'il devrait avoir été contemporain des autres bêtes féroces de cette époque. Peut-être l'homme n'a-t-il trouvé que son squelette et s'est-il emparé des dents pour s'en servir comme outils ou comme ornements.

Les autres carnivores dont les os et les dents ont été recueillis sont le Lion (*Felis spelæus*), le Léopard (*Felis pardus*), le Chat sauvage (*Felis catus*), le Putois (*Mustela putorius*), l'Hyène (*Hyæna crocuta*), le Renard (*Canis vulpes*), le Loup (*Canis lupus*) et deux Ours (*Ursus arctos, U. ferox.*). Les herbivores de ces grottes sont le Renne (*Cervus tarandus*), le grand Cerf d'Irlande (*Cervus megaceros*), l'Aurochs (*Bison priscus*), le Cheval (*Equus caballus*), le Rhinocéros laineux (*Rhinoceros tichorhinus*), le Mammouth (*Elephas primigenius*) et le Lièvre (*Lepus timidus*). Tous ces herbivores servirent de nourriture aux animaux carnivores, mais surtout aux Hyènes, qui non seulement habitaient les grottes par centaines, mais y élevaient leurs petits et ont laissé les traces de leurs dents sur les os rongés des Rennes, des Chevaux, des Rhinocéros, et des autres animaux nommés plus haut; presque tous ces os sont brisés et portent la marque de leurs dents. Dans une des grottes se trouvaient des coprolithes d'Hyènes.

Au-dessous des couches renfermant les ossements et les outils que nous venons de détailler, est une couche de sable rouge, avec de l'argile rouge, en certains endroits, contenant des débris des mêmes animaux, mais spécialement des outils faits de main d'homme, bien différents des silex du type de Solutré; ces outils sont l'indice matériel d'un âge dans lequel la civilisation était beaucoup plus rudimentaire; au-dessous des silex taillés, nous avons rencontré des éclats assez bruts de même matière; ces éclats ne paraissent plus dans le sable rouge où la présence de l'homme est constatée seulement par des outils grossiers de quartzite, et

plus rarement de chalybite. Ces outils ont été façonnés au moyen de cailloux du voisinage qui, rudement cassés, servirent sans doute à fabriquer des haches, des grattoirs et des marteaux; ils ont presque le caractère Acheuléen ou de Moustier, et nous croyons que leurs auteurs furent les premiers hommes qui aient parcouru les forêts et habité les grottes après la retraite des grands glaciers du commencement de l'âge quaternaire.

Quand nous passons à la dernière de nos grottes, le « parloir de la mère Grundy, » nous atteignons, à ce qu'il nous semble, un âge un peu plus reculé que celui dont les traces nous restent dans les autres cavernes de Creswell. Dans le « Parloir, » où le sable rouge, mêlé d'os et d'outils pareils à ceux de la grotte de Robin-Hood et du Trou de l'Église se rencontre aussi, les couches inférieures sont composées d'un sable blanchâtre, jaune, quelquefois rouge ou noir, avec des concrétions ferrugineuses. Ici nous avons exhumé les os de deux animaux étrangers aux autres grottes. Ces animaux sont le *Rhinoceros leptorhinus* ou *hemitœchus* de quelques auteurs, et l'Hippopotame (*H. major*). Ces deux animaux se trouvent souvent ensemble avec leur compagnon l'*Elephas antiquus*, mais ce dernier n'a pas laissé de traces à Creswell. Dans le sable rouge de cette grotte, il y avait des outils de quartzite; il n'y avait aucune trace de la présence de l'homme dans la couche contenant le *Rhinoceros leptorhinus* et l'Hippopotame. Il est possible qu'alors l'homme qui, sans doute, vivait dans le sud, n'avait pas encore abandonné sa demeure pour combattre les Lions et les Hyènes des forêts de cette région de l'Angleterre primitive. La seule grotte de la Grande-Bretagne où l'on ait rencontré les os du *Rhinoceros leptorhinus* et de l'Hippopotame est celle de Pont-Newydd, dans le pays de Galles, mais ici leurs restes étaient accompagnés d'outils de quartzite ressemblant à ceux de Creswell.

Dans les couches supérieures du Parloir de la mère Grundy, quelques morceaux de quatre squelettes humains furent déterrés avec deux crânes; l'un d'eux appartenait à la race brachycéphale, l'autre avait la forme dolichocéphale; ils avaient été enfouis dans de la terre remaniée, et, par suite, nous ne pouvons pas établir

leur ancienneté; l'un pourrait bien avoir appartenu à un Celte, l'autre probablement à cette race ibérique, originaire de l'époque de la pierre polie, qui a succédé à la race quaternaire; mais nous ne pouvons pas démontrer la présence absolue de la race de la pierre polie dans les grottes de Creswell. Nous arrivons brusquement, à ce qu'il nous semble, de l'âge du Renne, du Mammouth et de l'homme à la pierre taillée, aux temps historiques, aux objets de bronze et de fer de la civilisation romaine.

C'est une chose bien remarquable que la soudaineté avec laquelle on passe partout de l'âge quaternaire, avec ses hommes incultes, ou ne possédant que des notions rudimentaires des arts, à cet autre âge où les chasseurs du Mammouth ont disparu aussi bien que les bêtes contemporaines, âge qui nous présente les animaux vivant avec nous aujourd'hui : les Moutons, les Chèvres et les Chiens, et où les hommes d'une race nouvelle ont appris à polir leurs outils, et commencent à abandonner les grottes pour des huttes et des cabanes.

Les découvertes faites à Creswell. comme celles faites dans certaines grottes françaises, démontrent que les âges de la pierre furent non seulement de bien longue durée, mais aussi que, pendant l'âge quaternaire, il y eut un progrès graduel dans la culture de l'espèce humaine; il est constaté par les couches successives des grottes de Creswell, comme dans celle de Saint-Martin à Excideuil (France), que la théorie d'un âge de Moustier, suivi par des âges solutréen et magdalénien, théorie promulguée par M. de Mortillet, est plus qu'une théorie. Nous commençons par des outils faits de cailloux brisés, bruts, informes; de ceux-ci on passe aux silex taillés, et des ébauches de ces silex aux formes de Solutré, à l'art de la Madeleine, aux têtes de lances et aux gravures et dessins sur les os qui les accompagnent. Assurément, nous voyons ici un progrès, un avancement, rudimentaire si vous le voulez, vers la civilisation; mais cette civilisation ne se confond pas avec les travaux de l'âge de la pierre polie, selon l'opinion de la plupart des géologues; on ne voit ni la filiation directe des animaux quaternaires avec ceux de l'âge suivant, ni des hommes du silex taillé avec les hommes de la pierre polie.

Le climat de l'Europe occidentale a changé; des changements aussi sont survenus dans la forme des continents, et, entre les deux âges, on peut bien croire qu'il y a un hiatus ethnographique; selon M. Le Hon, « la dernière grande inondation, dont le souvenir nous a été transmis d'âge en âge par notre race, marque la fin de l'époque quaternaire. » Cela n'est pas impossible; mais nous ne pouvons pas le contrôler. Si cette hypothèse est vraie, les outils de l'âge de la pierre polie et les animaux domestiques ont dû être introduits par une nouvelle race; sinon, nous pouvons admettre l'hypothèse de M. Dupont, qui voit dans ces outils le résultat de longues expériences, faites par les habitants des plaines qui ont supplanté les troglodytes des grottes, race indépendante (?). Mais reste encore à résoudre la question du changement survenu parmi les animaux, la disparition d'un grand nombre d'espèces, suivie de l'introduction d'autres absolument différentes; il est vrai que quelques-unes des espèces survécurent, par exemple, un des Ours, le Loup, le Renard et plusieurs autres; mais un grand nombre se sont éteintes, et d'autres ont émigré, quelques-unes vers le Nord. Peut-être les Esquimaux sont-ils les descendants des hommes quaternaires, et continuent-ils, à leur exemple, à chasser le Renne et à tuer les Phoques. D'autres espèces de ces animaux, comme le Lion, l'Hyène et l'Hippopotame, sont allées vers le sud.

Quelle que soit l'hypothèse admise pour expliquer tous ces changements, il nous faut reconnaître une durée à laquelle nous ne pouvons pas donner de mesure en années, peut-être pas même en siècles.

COUPES

DES COUCHES TROUVÉES DANS LES GROTTES DE CRESWELL.

Trou de Robin-Hood

1. Couche de terre historique.
2. Brèche et stalagmite . . . .
3. Terre brune ou rougeâtre . .
4. Terre avec galets de calcaire.

(2 à 4) Os quaternaires avec des outils de silex et d'os. Type de Solutré.

5. Sable rouge . . . .
6. Argile rouge. . . . .

(5 et 6) Os quaternaires avec des outils de quartzite. Type de Moustier.

8. Sable blanc du fond . . . . | Ni fossiles ni outils.

Trou de l'Église.

1. Couche de terre historique.
2. Brèche et stalagmite . . . .
3. Terre : *a*, rougeâtre; *b*, brun ou gris.
4. Terre avec galets de calcaire.

(2 à 4) Os quaternaires avec des outils d'os et de silex. Type de Solutré.

5. Sable rouge . . . . | Os quaternaires avec des outils de quartzite. Type de Moustier.

8. Sable blanc du fond . . . | Ni fossiles ni outils.

COUPES

DES COUCHES TROUVÉES DANS LES GROTTES DE CRESWELL.

Trou de Robin-Hood

1. Couche de terre historique.
2. Brèche et stalagmite . . . . }
3. Terre brune ou rougeâtre . . } Os quaternaires avec des outils de silex et d'os. Type de Solutré.
4. Terre avec galets de calcaire. }
5. Sable rouge . . . . }
6. Argile rouge. . . . . . . } Os quaternaires avec des outils de quartzite. Type de Moustier.
8. Sable blanc du fond . . . . | Ni fossiles ni outils.

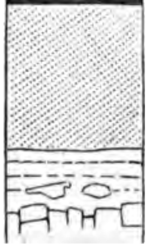
Trou de l'Église.

1. Couche de terre historique.
2. Brèche et stalagmite . . . . }
3. Terre : a, rougeâtre; b, brun ou gris. } Os quaternaires avec des outils d'os et de silex. Type de Solutré.
4. Terre avec galets de calcaire. }
5. Sable rouge . . . . } Os quaternaires avec des outils de quartzite. Type de Moustier.
8. Sable blanc du fond . . . | Ni fossiles ni outils.

COUPES

DES COUCHES TROUVÉES DANS LES GROTTES DE CRESWELL.

Trou de l'Épingle.

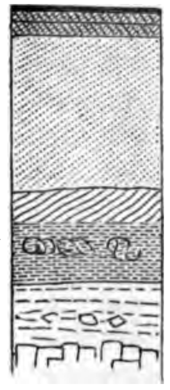


1. Couche de terre historique.

5. Sable rouge . . . . . . Os quaternaires.

8. Sable blanc . . . . . . Pas de fossiles.

Parloir de la Mère Grundy.



1. Couche de terre historique.
3. Terre brune . . . . Éclats de silex.

5. Sable rouge . . . . Os quaternaires, outils de quartzite. Type de Moustier.

6. Argile rouge.

7. Sable jaune et blanchâtre avec concrétions. | Os quaternaires, Hippopotame, etc. Sans outils.

8. Sable blanc du fond . . . . Ni fossiles ni outils.

NOTE
D'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE

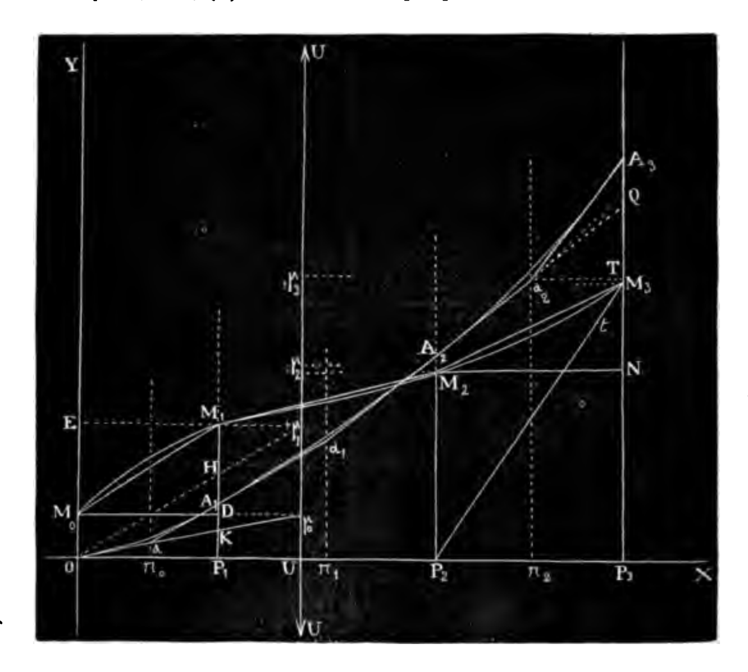
D'APRÈS ROSSIN

INGÉNIEUR DE LA MARINE FRANÇAISE

Par M. H. DE LISLEFERME

Ingénieur de la marine en retraite.

Aire. Courbe intégrale. — Une courbe $M_0M_1 \ldots M_3$, représentée par $y = f(x)$, étant tracée, proposons-nous de construire



celle dont les ordonnées représenteraient les portions de surface de la première limitées aux mêmes ordonnées.

A la courbe donnée, on peut substituer une série de cordes la représentant avec une approximation d'autant plus grande que ces cordes se rapprocheront davantage des arcs sous-tendus et on en déduira autant de trapèzes dont il est aisé de représenter graphiquement les surfaces.

En effet, le premier trapèze se décompose par l'horizontale M_0D en un rectangle et un triangle. Soit une longueur quelconque OU prise pour unité et sur la verticale UU, projetons en μ_0, μ_1 ... les points de division M_0, M_1 ... On voit aisément que la ligne $O\mu_0$ déterminera la longueur P_1K représentant la mesure du rectangle OM_0DP_1. Semblablement $O\mu_1$ donnera P_1H pour la mesure du rectangle OEM_1P_1. Il s'ensuit que $\frac{1}{2}$ KH sera celle du triangle M_0DM_1. Si donc, π_0 étant le milieu de OP_1, on trace αA_1 parallèle à $O\mu_1$, la longueur P_1A_1 représentera la surface du premier trapèze élémentaire.

Continuant la construction d'une manière analogue, les lignes α_1A_2, α_2A_3 parallèles à $O\mu_2$, $O\mu_3$ détermineront les points A_2, A_3 ... appartenant à la courbe cherchée qui, en ces points, aura pour tangentes α_1A_2, α_2A_3... On pourra ainsi la tracer, et en désignant d'une manière générale ses ordonnées par a elle répondra à la relation $a = \int ydx$ et sera dite la courbe intégrale de la première.

Supposons qu'en M_2 la surface soit tronquée par une horizontale M_2N qui, à partir de ce point, n'ajoute qu'un rectangle, il suffira de prolonger $A_2\alpha_2$ pour obtenir P_3Q représentant la nouvelle surface.

Si la troncature était produite par une oblique telle que P_2M_3 retranchant le triangle $P_2M_3P_3$, on voit aisément que l'horizontale α_2T conduira à P_3T comme représentant la surface $OM_0 \dots M_3P_2$.

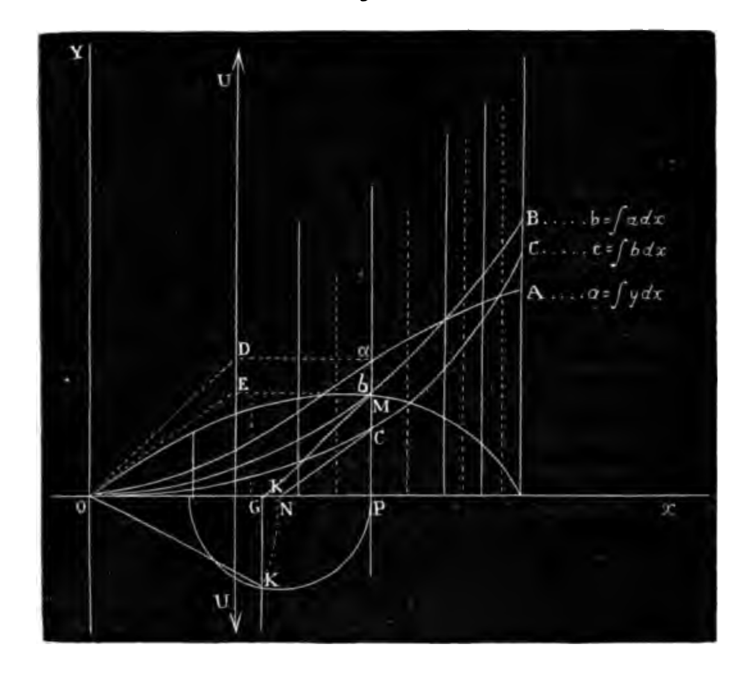
Cette construction est utile quand on veut représenter les diverses portions de surface limitées par des rayons vecteurs rayonnant d'un point P_2. Il convient alors de porter sur P_2M_3 la longueur $P_2t = P_3T$; on a ainsi la représentation polaire de la surface donnée.

On voit encore sans peine combien il est facile de partager

une surface en un certain nombre de parties ayant entre elles un rapport quelconque, soit par des ordonnées, soit par des rayons vecteurs.

Il est clair que si, de la représentation graphique, on voulait passer à l'évaluation numérique, il faudrait rétablir les unités.

Centre de gravité. — La courbe des aires peut être traitée comme la courbe primitive et donne lieu à une nouvelle représentée analytiquement par $b = \int a dx$.



Voici son utilité :

Proposons-nous de trouver la distance à l'axe Oy du centre de gravité de la portion de surface OMP.

Cette distance étant désignée par g et l'aire par a, on a d'une manière générale

$$ag = \int xydx$$

ou, à cause de $ydx = da$

$$ag = \int xda = ax - \int adx = ax - b$$

d'où

$$g = x - \frac{b}{a}.$$

Or, si l'on mène la tangente au point b la sous-tangente sera

$$GP = \frac{b}{\frac{db}{dx}} = \frac{b}{a}$$

et par suite

$$OG = g$$

Pour mener cette tangente avec plus d'exactitude on remarquera qu'elle est parallèle à OD.

Moment d'inertie. — Nous ne savons plus au juste comment était traitée par Rossin la question du moment d'inertie, mais en se laissant guider par l'esprit de la méthode on reconnait aisément que ce devait être de la manière suivante :

Construisons la courbe des c intégrale de celle des b, on aura

$$c = \int b dx.$$

L'expression du moment d'inertie par rapport à l'axe Oy est :

$$I = \int a^2 y dx.$$

Il est facile de voir que, d'après les relations précédentes, on a successivement

$$\begin{aligned} I = \int x^2 da &= ax^2 - 2\int axdx \\ &= ax^2 - 2\int xdb \\ &= ax^2 - 2(bx - \int bdx) \\ &= ax^2 - 2bx + 2c \end{aligned}$$

d'où, posant

$$I = K^2 a,$$

il vient

$$K^2 = x^2 - 2\frac{b}{a}x + 2\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{b}.$$

Désignons les sous-tangentes GP, NP par m et n; décrivons une circonférence ayant pour centre le point N, et NP pour rayon. On aura :

$$\begin{aligned} K^2 &= x^2 - 2mx + 2mn \\ &= (x - m)^2 + m(2n - m) \\ &= g^2 + \overline{GK}^2 = \overline{OK}^2 \end{aligned}$$

et par suite

$$OK = K.$$

Volumes. — Les ordonnées de la courbe primitive peuvent représenter des surfaces aussi bien que des longueurs, et alors sa courbe intégrale deviendra celle des volumes. La suivante donnera les centres de gravités et ainsi de suite.

Ces différentes constructions appliquées à la carène d'un navire permettent de l'étudier soit dans une position droite, soit dans une position inclinée.

Applications diverses. — Ajoutons seulement, et sans insister, que la méthode que nous venons d'exposer est susceptible de nombreuses applications. Pour ne citer qu'un exemple, on voit qu'ayant tracé une courbe quelconque, on en déduira aisément celle qui est représentée par

$$z = x(ma + ny).$$

RECHERCHES

SUR LE

PANCRÉAS DES CYCLOSTOMES

ET SUR LE

PANCRÉAS ET LE FOIE

dénués de canal abducteur propre chez le Petromyzon marinus;

PAR

Le R. P. LEGOUIS, S. J.

DOCTEUR ÈS SCIENCES.

INTRODUCTION

État de la question. — Exposé sommaire du sujet.

Dans un travail, de date déjà lointaine [1], où la question du pancréas des Poissons se trouve, je crois, élucidée, en concluant à l'existence de cet organe, j'avais expressément réservé les Cyclostomes. Ce n'est pas que leur appareil pancréatique me fût inconnu; mais les recherches dont il venait d'être l'objet avaient fortuitement révélé, dans l'anatomie de la Grande Lamproie (*Petromyzon marinus*, Cuv.), des particularités qui semblaient étranges. Complétée, depuis lors, et définitivement éclaircie par une longue série d'études, l'histoire des grosses glandes diges-

[1] Cf. *Recherches sur les tubes de Weber et sur le pancréas des Poissons osseux.* (Annales des sciences naturelles. — Zoologie. — 1873.)

tives de cette espèce sera, je crois, jugée digne de quelque intérêt. La certitude était depuis longtemps acquise sur un grand nombre de points particuliers, quand mes observations de l'année courante (mars à mai 1882) vinrent mettre en lumière tout l'ensemble des relations mutuelles dont dépendent ces faits. Le temps paraît donc arrivé où il convient de livrer ces résultats à l'appréciation des hommes compétents.

Le pancréas *normal* se reconnaît au premier coup d'œil. Comme toujours il en est chez les osseux, ce pancréas se réduit à une masse petite, mais bien délimitée, occupant sa place ordinaire entre le foie et la cavité intestinale (fig. 1) (1).

Comme toujours encore, avec cette masse *typique*, la glande totale comprend toute une formation *accessoire*. Cette partie additionnelle se compose de corpuscules très petits ou même microscopiques disséminés en grand nombre et comme au hasard sur les feuillets de la valvule médiane; et, en outre, d'une dernière masse, beaucoup plus volumineuse, de situation constante à l'extrémité antérieure de la même valvule, au point où elle va s'éteindre au-dessus de la ventouse cardiaque (fig. 2 et 5).

En un mot le pancréas conserve ici, trait pour trait, quant à sa disposition morphologique, et dans ses rapports immédiats, l'aspect qu'il prend chez les Poissons osseux d'organisation dégradée.

On sait que la membrane appelée depuis Cuvier et Duméril, valvule ou repli médian, représente chez la Lamproie un analogue très réduit du mésentère des autres Vertébrés. Mais par un renversement organique spécial aux suceurs, elle flotte dans l'intestin où elle soutient la veine et l'artère mésentériques.

Remarquons, d'après cela, que la majeure partie de la glande se trouve, avec le repli médian, son support, plongée dans la cavité duodénale.

Quoique la nature de cet organe pancréatique ne puisse être un seul instant l'objet d'un doute, si l'on essaie de découvrir les

(1) Les dessins feront suite à la deuxième partie du mémoire, qui paraîtra dans le prochain volume des *Annales*.

wébériens de la glande, c'est-à-dire ses canaux abducteurs [1], on n'en trouve pas la moindre trace. Bien plus, leurs associés naturels, les biliaires proprement dits, qu'on est ainsi conduit à chercher, font, à leur tour, complètement défaut.

Ce manque général d'excréteurs, il importe de le dire, est un fait certain, vérifié, incontestable.

Dès lors se trouve posée une difficulté très sérieuse; car l'intestin et le foie paraissent conformés exactement comme dans les espèces supérieures, leurs connexions relatives semblent les mêmes. L'absence des canaux abducteurs constitue donc, au premier abord, une anomalie sans exemple, et renferme au point de vue physiologique, une sorte de contradiction.

Telles sont les questions qui ont provoqué mes recherches. Je désire suivre ici l'ordre même dans lequel les vérités m'ont apparu, portant la conciliation entre tant de faits disparates.

Pour démontrer avec rigueur l'absence des biliaires, il est indispensable d'étudier soigneusement tout le système de la veine porte. On reconnaît alors que, dans cet animal, la circulation intestino-hépatique s'accomplit à travers des cavités, plus ou moins régularisées, pour former les troncs principaux, mais absolument dénuées de paroi propre. Les gros vaisseaux s'arrêtant à la forme lacunaire et intersticielle, ne prennent jamais qu'un revêtement d'emprunt; et comme ces méats traversent toute la substance du foie, on est amené à faire l'anatomie détaillée de la fibreuse qui circonscrit et la glande et ses lacunes sanguines. En exécutant ce travail, je reconnus, sans grande difficulté, mais non sans surprise, que le tissu hépatique occupe un vaste cul-de-sac, simple renflement de la véritable paroi intestinale. Cette annexe latérale s'ouvre même sur le cylindre digestif par un col très large ($1^{cm},5$ environ; fig. 3 et 4).

Reprenant alors la dissection des deux pancréas massifs, je constatai qu'ils sont aussi, chacun, logés dans une sorte de niche dépendant de la paroi fibro-muqueuse.

---

[1] Cf. *Rech. sur les tubes de Weber*, etc., *ut suprà*, pp. 16 et pass.

Ainsi, par la disposition de ses glandes, la Lamproie se rapproche de l'*Amphioxus*. Elle en diffère cependant en ce que, chez ce dernier, la substance sécrétante, loin de remplir le sac unique, s'étale en couche de cellules, à la surface des membranes; de plus, les tissus restent trop peu distincts pour qu'on puisse reconnaître les caractères du pancréas.

Le foie et tous les pancréas peuvent donc, dans le *Petromyzon marinus*, être considérés au point de vue anatomique, comme intérieurs au système intestinal, à peu près au même titre que la mésentérique. J'ajoute qu'on *doit* les considérer tous comme intérieurs au véritable intestin, si l'on veut respecter des analogies fondamentales, et se rendre mieux compte du progrès de la digestion dans ces singuliers animaux. En conséquence, j'aurai soin de distinguer désormais dans le langage, l'*Intestin* qui contient le foie et la veine porte, des *Cavités* intestinales, *Tube* ou *Cylindre* digestif, qui forment, ici comme partout, la voie par laquelle les résidus sont éliminés.

Quoi qu'il en soit, on commence à comprendre pourquoi les orifices biliaires se dérobent aux recherches. En effet, d'après ce qui précède, il sera bien inutile d'aller chercher les canaux abducteurs ailleurs qu'entre les bords du col par lequel le sac hépatique communique avec le canal alimentaire. Et l'absence de leurs orifices sur toute l'étendue de la fibreuse d'enveloppe n'a rien que de très naturel.

Reste maintenant à étudier l'ouverture du sac hépatique.

Les deux principaux feuillets du grand repli valvulaire se détachent des bords du col exactement comme ailleurs ils partent ensemble de la ligne médiane. Puis, se portant l'un vers l'autre, ils se soudent dans le plan moyen, formant ainsi une cloison ADVENTICE entre la cavité intestinale, en haut, et le double système du foie avec la veine porte, en bas. D'autre part le repli valvulaire reprend, en avant comme en arrière du col, ses adhérences sur la ligne médiane, aussitôt qu'elle se reconstitue, de sorte que le sac hépatique se trouve, en résultat final, complètement bouché du côté des cavités duodénales. Le tube digestif est donc fermé, en cet endroit, sur tout son pourtour, non point,

comme dans les autres espèces, par sa propre paroi fibro-muqueuse, mais par l'intermédiaire des lames du repli médian.

Une telle disposition dissimule si bien le diverticulum hépatique et son entrée, qu'elle ôte, à première vue, tout soupçon de leur existence. Ainsi s'expliquent, au sujet des biliaires, les hésitations des grands anatomistes du commencement du siècle; Duvernoy (¹) pousse l'illusion jusqu'à décrire l'orifice de déversement de la bile, alors que, en vérité, il n'y a même pas de canal. Cette erreur, pour être mise en évidence parfaite, m'a condamné à des travaux longs et minutieux.

La clôture du tube digestif par les lames médianes soudées est corrélative d'un second fait anatomique d'importance capitale. Par là même, le col du sac se trouve réservé, tout entier, pour le service de la veine porte, dont il forme le confluent à l'entrée du foie. De la sorte le sac hépatique communique en définitive non avec la cavité duodénale proprement dite, mais avec les sinus veineux qui constituent le tronc principal de cette veine. Et si on revient à la comparaison de la Lamproie à l'*Amphioxus*, on voit que le progrès de la localisation fonctionnelle s'est fait par adaptation du repli médian, et au profit de la veine porte.

Au reste le repli médian, sans perdre son rôle principal de tissu absorbant, se prête, sur toute sa longueur, à une foule d'adaptations diverses, trop variées pour être toutes énumérées ici. En particulier, après avoir fourni des parois à la mésentérique, il constitue encore la veine pancréatique, et enfin une troisième veine (pancréato-splénique?) (²). Ces trois vaisseaux, représentant les trois racines ordinaires de la veine porte, vont, comme il convient, se jeter ensemble dans l'espèce de bassinet que forme le foie, sur le pourtour du col fibreux. Ils complètent ainsi régulièrement le confluent de la veine.

Le lien de nécessité anatomique qui joint entre elles toutes ces particularités, isolément étranges, devient facile à saisir.

(¹) CUVIER-DUVERNOY, *Leç. d'anat. comp.*, 2ᵉ édit., t. IV, 2ᵉ part., p. 548.

(²) Je l'appelle ainsi parce qu'elle vient d'un lobule glandulaire que, d'après Leydig, je considérerais volontiers comme une sorte de rate ébauchée. Cette rate (?) serait intérieure au duodenum comme le pancréas auquel elle fait suite.

Si, comme dans les autres animaux, les trois veines-racines étaient extérieures à l'intestin, il faudrait bien que le sac vînt décharger, dans le duodenum, par un canal quelconque, le liquide produit par la glande; mais l'introduction de la mésentérique et de ses congénères à l'intérieur du conduit alimentaire oblige la veine porte à profiter de l'*hiatus* de la fibreuse pour pénétrer dans le foie. Et comme les troncs et branches de cette veine, ainsi que tous les canaux de cette région, sont dépourvus de paroi propre, il lui faut, sous peine de perdre son individualité, du moment qu'elle passe par l'*hiatus*, s'emparer de la totalité de cette ouverture.

L'insuccès éprouvé dans la recherche des orifices biliaires ordinaires se présente dès lors comme la suite légitime de la rencontre d'une organisation exceptionnelle. Des biliaires ordinaires iraient finalement se déverser dans le tube digestif, ils passeraient donc par le col du sac hépatique; or, nous venons de voir ce col occupé tout entier d'avance par la veine porte, donc des orifices biliaires ne peuvent exister sur la paroi duodénale.

Quand même la bile serait amenée de la profondeur du parenchyme hépatique jusqu'à la surface de la glande par des canaux propres, ces tubes, obligés de jeter leur contenu, non dans l'intestin, mais dans le sang de la veine porte, ne pourraient être appelés biliaires ordinaires sans danger d'induire en erreur grave.

C'est là un raisonnement justificatif, mais quant au fait de l'absence complète de tout orifice — il est établi — je le répète — d'une manière directe et irréfragable.

J'ai été plus loin. J'ai pu constater expressément qu'il n'existe, même dans le foie, aucun tronc abducteur propre à la bile, réservé à son usage. Du moins il n'en est point qui ait un calibre appréciable à la loupe.

Non seulement la bile ne parvient pas à la cavité duodénale, mais elle n'a même pas de tronc excréteur exclusivement à elle. Le sang de la veine porte envahit tout.

Cependant la bile existe; la couleur, l'aspect général de l'organe qui porte le nom de foie, ne laissent aucun doute à cet égard. Ce foie, de l'aveu de tous, est un foie véritable.

Donc — conséquence curieuse — c'est dans le sang de la veine porte réduite en système lacunaire, en d'autres termes au sein même du foie, que s'effectue l'action biliaire, et non dans le duodenum; on peut dire cependant qu'elle s'exécute dans l'intestin, comme chez tous les animaux, puisque le foie, rigoureusement parlant, est intra-intestinal.

Une réflexion bien simple montre que ce fait, si insolite qu'il soit, rentre dans le plan général d'après lequel a été conçue l'organisation de l'espèce.

Du moment qu'il existe un foie d'une part, et de l'autre une veine porte, il est évidemment impossible, il serait, j'ose dire absurde, que la veine porte ne traversât pas le foie. Or, comme on l'a déjà remarqué, cette veine, dépourvue de paroi propre, se présentant en concurrence avec les biliaires, également dénués de paroi propre, pour passer par l'*hiatus* du col, il fallait que cet orifice appartînt tout à l'une ou tout aux autres; tout entier à la circulation nutritive, ou tout entier à l'épanchement de la bile. La puissance organisatrice, dans cette alternative, pour préserver la première fonction, d'importance majeure, a sacrifié la seconde.

On comprend que, dans les suceurs, l'aliment, tout entier liquide, si l'on excepte les globules du sang ingéré, réclame avec moins d'urgence, pour être absorbé, une digestion préalable; dès lors la bile, n'ayant plus un rôle très utile comme liquéfiant, peut, sans grand inconvénient, ne point arriver jusqu'aux cavités duodénales, et exercer ailleurs les fonctions nécessaires qui lui restent. La part qui lui incombe dans les transformations ultérieures en peptones assimilables s'opérera aussi bien en un point différent du trajet sanguin. Ce liquide pourra réagir, par exemple, au point même, où, venant d'être sécrété, il se mêle au sang de la veine porte, chargé des matériaux alimentaires. Je croirais volontiers que les immenses lacunes creusées dans le parenchyme du foie lui servent de réservoir où il s'accumule dans l'intervalle entre les périodes d'activité digestive, sans pourtant s'y trouver jamais à l'état de pureté.

Dans ces animaux, grâce à la nature de l'aliment et aux exi-

gences médiocres d'un organisme peu perfectionné, la digestion ne diffère peut-être pas beaucoup d'une transfusion simple avec filtrage des globules.

On prévoit plus aisément encore que les pancréas, typique et autres, plongés dans le liquide à digérer qui les infiltre de toutes parts, n'auront, de leur côté, aucun besoin de wébériens.

Quoi qu'il en soit de ce commentaire, les faits demeurent ce qu'ils ont été dits. Les preuves vont suivre, développées en proportion de l'inattendu des résultats, et environnées de la discussion qu'elles exigent. Bien loin de penser que la démonstration pèche par insuffisance, je craindrais plutôt qu'elle ne parût surabondante à certains esprits plus facilement convaincus.

La difficulté du sujet tenait à la forme négative de la thèse fondamentale : Il n'existe pas d'abducteurs. Tournant la question, j'ai pu démontrer d'une manière positive que la zone totale de communication entre le foie et l'intestin, zone très nettement circonscrite, est occupée exclusivement par le confluent de la veine porte en arrière, et en avant par une fibreuse de continuité visible. Je dois le succès, dans ces études d'une anatomie souvent très délicate, surtout à deux circonstances fortuites : l'épaisseur de la fibreuse, et l'extrême mobilité du sang qui stationne dans le système lacunaire, d'un bout à l'autre de ce système. Il n'est pas de vaisseau dans lequel, grâce à cette propriété, on ne puisse faire pénétrer, à volonté, une injection sanguine, aussi nette que fine, et d'une profondeur illimitée ; les capillaires eux-mêmes se remplissent.

Je n'ai rien à dire sur la manière dont la bile s'isole du sang pour se répandre ensuite dans ce même sang chargé des matières alimentaires. Il semble probable qu'au pourtour du lobule, la bile possède des biliaires d'origine en réseau capillaire, propres à elle, où elle circule à l'état de pureté, jusqu'à sa chute dans les troncs ou cavités veineuses. Mais les difficultés de cette analyse micrographique resteront longtemps encore — je dois le craindre d'après quelques essais — insurmontables aux moyens d'observation les plus perfectionnés.

En résumé, si l'on met à part l'*Amphioxus* assez différent des

autres Cyclostomes pour qu'il convienne peut-être de le rejeter hors du groupe ([1]), je regarde comme démontré que :

1° Les Cyclostomes ont un appareil pancréatique distinct, se rapprochant beaucoup plus de celui des osseux que de la forme conglomérée propre aux Plagiostomes.

Conclusion qui s'autorise d'une ancienne observation de Duvernoy sur les Myxines.

2° L'orifice biliaire décrit par Duvernoy n'est qu'une simple apparence, produite par une illusion très ordinaire de l'œil; un point d'une membrane veineuse ténue et transparente devient invisible et donne l'impression d'un point noir, grâce au fond obscur d'une grande cavité sous-jacente.

3° Chez le *Petromyzon marinus* le foie, dénué ainsi que tous les pancréas de canal excréteur, est, comme eux, intra-intestinal au même titre que le système de lacunes tenant lieu de veine porte. Il se trouve, avec le pancréas typique, plongé dans le sang de cette veine, où ces deux glandes déversent leurs produits, tandis que les autres pancréas contenus dans la cavité duodénale s'y déchargent directement.

([1]) Cf. Claus, 3e édit. Traduction Moquin-Tandon, p. 805.— Cf. Milne-Edwards, *Leçons d'anat. et de phys.*, passim, ce qui se rapporte à l'*Amphioxus*.

PREMIÈRE PARTIE

DU PANCRÉAS CHEZ LES CYCLOSTOMES.

1. Intérêt des types aberrants. — 2. Plagiostomes et Cyclostomes, *Petromyzon marinus*. — 3. Caractère général des viscères abdominaux. — 4. Position correspondante du pancréas principal. — 5. Glande disséminée intérieure au duodenum, — 6. certainement pancréatique. — 7. Pancréas cardiaque intra-duodénal. — 8. Ses rapports avec la première partie de l'appareil qui maintient le sang ingéré. — 9. Rapports des massettes disséminées avec l'autre partie — partie valvulaire — du même appareil. — 10. Cette concomitance, quoique absolue et exclusive, semble n'avoir aucune portée physiologique — son interprétation probable. — 11. Questions accessoires — pancréas *diffus* : nappe latérale gauche; raison d'une telle situation. — 12. Veinule de Duvernoy : constance de la nappe. — 13. Limites probables des expansions diffuses sur la fibreuse. — 14. Motifs pour admettre l'existence d'une expansion de pancréas accessoire vers le foie. — 15. Conclusion : Discussion résumée. — 16. Absence des wébériens. — 17. Tous les Cyclostomes ont un pancréas. — 18. Observation de Duvernoy sur la Myxine.

1. Un intérêt spécial s'attache toujours à l'examen des espèces qui occupent, comme les Cyclostomes parmi les Poissons, une situation extrême dans le groupe de leurs analogues. Toutefois, en abordant l'étude de la Lamproie, je ne m'attendais point à rencontrer ces particularités étranges, qui m'ont obligé de soumettre ces animaux à des recherches très prolongées.

2. Les Plagiostomes ont tous, comme on sait, un pancréas lobulé et aggloméré, connu depuis longtemps; il en est de même des Chimères et des Esturgeons; mais, quoique les Cyclostomes aient été autrefois rapprochés de ces familles, en raison de la consistance gélatineuse de leur squelette, des différences si profondes ont été depuis reconnues entre les uns et les autres, qu'il faut les placer, au contraire, à une très grande distance dans l'échelle zoologique. Toute analogie *a priori* serait donc illégitime entre deux types dont l'un représente la forme la plus parfaite, et l'autre la plus dégradée de tous les Poissons.

Je puis dire que toute idée préconçue d'assimilation s'efface

par degrés à mesure qu'on pénètre mieux les secrets de la constitution des Lamproies. (*Petromyzon marinus*, Lin.)

3. Essentiellement suceurs à la période de leur existence où nous pouvons nous les procurer, ces animaux ont, par cela même, un régime alimentaire d'une digestion, d'une absorption, d'une assimilation tout à fait aisées. Aussi l'aspect général de leur système digestif diffère-t-il de tout ce que présentent les autres Poissons. La description (1) s'en ferait principalement par l'énumération des caractères qui leur manquent. Pas d'estomac distinct, pas de vésicule du fiel, pas de démarcation tranchée entre les différentes régions de l'intestin; point de mésentère, absence de circonvolutions, telles sont, avant tout, les particularités négatives qui les distinguent.

L'absence de mésentères est si complète qu'il n'en existe point, là même où toutes les espèces ordinaires en ont un bien développé, à savoir entre le duodenum et le foie. La tendance à la confusion des fonctions s'accuse par un rapprochement général des parties : tous les organes deviennent *sessiles*, pour ainsi dire; la localisation fondamentale et formelle, celle des tissus, existe encore; mais elle a cessé de s'exprimer au dehors par un intervalle laissé entre les appareils différents : tout se tient, tout est accolé en un seul bloc.

Le foie s'applique par son hile immédiatement sur la cavité intestinale, et un même repli fibreux passe de l'un sur l'autre. Ce viscère est d'ailleurs très réduit, surtout si l'on compare ses dimensions à celles qu'il acquiert dans tant d'autres des espèces de la classe. Il est unilobé, symétrique, et l'intestin repose dans un sillon peu profond dont sa face supérieure est creusée.

4. Le pancréas subsiste aussi; même sa masse typique (2) se sépare bien nettement des organes qui se pressent autour d'elle.

---

(1) Dans tout l'exposé qui va suivre les mots : *gauche, droite, avant, arrière*, sont entendus non de l'observateur, mais du sujet observé. En allant vers la tête du poisson, on marche en avant; vers son dos, on marche en haut; vers sa droite, on marche à droite.

(2) Cf. *Rech. sur les pancréas des poissons osseux*. Obs. sur le *Scomber scombrus*.

Quand on l'aura une première fois aperçue au milieu d'un lacis compliqué de vaisseaux, de renflements muqueux et de lamelles valvulaires, on n'aura plus de difficulté à la reconnaître, même de l'extérieur, et avant d'ouvrir l'intestin.

Comme toujours, c'est entre ce tube et le foie que s'organise cette masse principale, celle qui ne peut faire défaut dans aucune espèce. D'ailleurs l'intervalle entre ces deux viscères étant réduit à une suture linéaire, ce sera précisément parmi les points d'adhérence qu'il faudra aller chercher la glandule pancréatique.

On trouvera sur le côté gauche, à peu près exactement au milieu de l'étroite surface de contact entre l'intestin et le foie, un petit corps très distinct des parties voisines. Sa couleur blanchâtre plus ou moins nuancée de rose tranche très vivement sur celle du foie, dont la teinte est beaucoup plus sombre.

Je ne doutai point que ce corpuscule ne fût un pancréas; il réunissait toutes les convenances de rapports, de situation, de couleur. Ce n'était pas la première fois que j'avais occasion de constater des adhérences entre cet organe et le foie ([1]), et même une association bien plus intime des tissus. D'un autre côté, son application immédiate sur la paroi du duodenum, ou plus exactement sur la première zone du haut bout de l'intestin, cette connexion, dis-je, ne laissait aucune incertitude. Enfin, si ce n'était le pancréas, que pouvait-il être autre chose?

Je pus en effet vérifier très aisément, dès ma première observation microscopique, que j'avais affaire à une glande, avec cellules à noyau et *acini* fort bien marqués.

Il faut beaucoup de soin pour isoler ce corpuscule dont toute la périphérie offre des adhérences soit glandulaires, soit surtout fibreuses. Le plus souvent même il est complètement engagé dans la substance du foie, sauf par sa face superficielle, quoique la contiguïté immédiate entre les deux tissus n'ait lieu (si même elle a lieu) que sur une bande étroite à l'extrême. Une lame fibreuse, souvent épaisse, les sépare en réalité sur la majeure

([1]) Cf. *Rech. sur les pancréas des poissons osseux*. Obs. sur le *Cyprinus sinensis*, *Zeus*, etc.



partie de leur surface apparente de contact. Ce petit pancréas, qui s'enfonce, en bas, assez profondément dans le foie, en haut, s'avance aussi beaucoup dans la paroi de l'intestin ; il vient jusqu'au contact de la muqueuse d'aspect fort singulier qui forme la tunique externe du repli médian.

5. Conformément aux prévisions qu'une longue habitude du sujet m'avait fait concevoir, la masse pancréatique précitée ne fut pas la seule que mes recherches mirent à découvert. Mais grand fut mon étonnement quand ces annexes, que je cherchais en dehors du tube digestif, se trouvèrent au dedans, flottant, avec la mésentérique, au sein du liquide stomacal.

J'avais dû supposer que ce pancréas, si intimement uni au foie, s'irradiait dans l'épaisseur de cet organe à l'aide d'un système de canaux wébériens, comme dans la Carpe, les Cyprins et beaucoup de Poissons osseux. Mais l'idée ne me vint point qu'il pût avoir des dépendances intra-intestinales. La recherche infructueuse du canal excréteur me les fit rencontrer.

Ces petites glandules, parfaitement comparables à celles du pancréas disséminé chez le Bar ou le *Zeus faber*, sont logées dans l'épaisseur du prolongement des lames latérales de la valvule rectiligne, au delà du point où elle cesse de contenir la veine mésentérique, devenue veine porte, et l'artère mésentérique, qui, à la hauteur du pancréas massif principal, prend son chemin vers la droite pour rejoindre la cavité cardiaque.

Comme dans les pancréas disséminés ordinaires (*Cyprinus sinensis*, *Labrax lupus*, *Atherina presbyter*, etc.), il en est de toutes tailles, depuis la glandule microscopique ne renfermant qu'un acinus à deux ou trois cellules, jusqu'à la grosseur d'une tête de forte épingle. C'est un pancréas disséminé et diffus *intra-intestinal*.

L'idée que Claude Bernard se faisait du pancréas des Poissons se trouve donc à peu près réalisée, par exception, dans les suceurs.

6. Soit extérieurement, soit quant à leur histologie, ces cor-

puscules ne diffèrent en rien de la glande principale. Ils sont formés de cellules glandulaires à noyau avec *acini;* dès lors, il devient impossible de les confondre avec les glandes de Lieberkühn, qui, d'après tous les auteurs, et selon mes propres observations, ont dans les Poissons où elles existent un aspect fort différent.

D'ailleurs, il suffirait de noter un seul caractère distinctif : tandis que les glandes sécrétoires des sucs gastrique ou intestinal s'enfoncent dans l'épaisseur de la muqueuse indifféremment sur toute la paroi, les massettes pancréatiques vont se placer exclusivement sur la valvule médiane, en rapport évident de voisinage et de connexion avec la masse typique.

Les *acini* se montrent dessinés avec toute la perfection désirable, plus clairement isolés que sur les glandes salivaires ou les pancréas de Mammifères. Il en est de même des cellules; elles sont au nombre des plus régulières, des plus faciles à distinguer que les Poissons m'aient jamais offertes.

Le caractère acineux se prononce assez dans ces organites pour donner à leur surface l'apparence rognonnée d'une framboise; la nature morphologique du stroma et de leurs cellules les distingue sans hésitation possible de tous les tissus glandulaires conglomérés, foie, rate, corps lymphatiques, desquels on pourrait les rapprocher. Enfin, à partir de la masse intra-hépatique, ils s'alignent en traînée *continue,* disposition qui, jointe à l'identité histologique des tissus, suffirait à elle seule pour lever toute indécision.

En un mot, par leur volume, leur agencement, leur constitution, leurs rapports immédiats, ils ressemblent exactement aux pancréas disséminés que l'étude des canaux de Weber fit passer si souvent sous mes yeux ; et, aussi évidemment ils se rapprochent du pancréas, aussi évidemment ils se séparent de tout autre tissu.

7. L'expansion de la glande se fait plutôt en avant qu'en arrière. C'est même entre la massette adhérente au foie et le cardia que se déposent les glandules les plus volumineuses. L'une d'elles, la plus avancée vers la tête du Poisson, toujours visible

à l'œil nu, atteint souvent des dimensions supérieures à celles de la massette du hile. Elle s'appuie contre la paroi du canal digestif au point où l'œsophage va succéder à l'intestin.

8. Ce tube présente en effet, à cet endroit, une disposition spéciale à l'espèce, en rapport avec son mode d'alimentation, qui influe d'une manière prépondérante sur l'arrangement des masses pancréatiques. L'intestin-estomac, très large, comme on sait, se rétrécit brusquement pour former l'ouverture cardiaque; mais le pourtour de cet étranglement se creuse de façon à fermer très exactement l'accès de l'œsophage à la nourriture entrée déjà dans la dilatation intestinale. Tant que cette cavité n'est pas encore remplie, ni totalement distendue par le sang que suce l'animal, le trajet œsophagien reste libre et aisément perméable. Mais du moment que l'intestin dilaté par le poids du liquide a occupé toute la vaste cavité viscérale, le sang ingéré commence à remonter dans une sorte de diverticulum qui, par compression, ferme l'orifice, à la manière du *cuir embouti* des presses hydrauliques. Qu'on imagine le cylindre digestif coupé transversalement par une cloison à la hauteur du cardia; puis l'orifice œsophagien percé, non au centre de cette section circulaire, mais tout en bas; si ensuite on conçoit que la partie de cloison supérieure à l'orifice se bombe fortement vers la tête de l'animal pour devenir ainsi concave vers l'intestin, on aura une sorte de ventricule surplombant l'œsophage. La pression hydrostatique produite par l'organe suceur gonfle d'abord l'intestin, comme cela se fait dans la Sangsue, à cette différence près que l'effet doit s'arrêter aux limites, d'ailleurs très spacieuses, de la cavité viscérale; mais enfin le diverticulum se remplit à son tour, et, aussitôt que la ventouse perforante cesse de fonctionner, la pression qui s'exerce sur ses parois achève de les dilater dans le sens de la largeur et vers le bas, parce que, de ce côté seul, les ligaments permettent l'expansion. L'œsophage se trouve donc comprimé, aplati sous une portion de sa longueur, et le renvoi du sang devient impossible; il reste ainsi maintenu par une soupape automatique d'efficacité très parfaite.

C'est au fond de cette poche à compression que la principale masse du pancréas plongé vient se développer, conformément à la loi, jadis remarquée, que les tissus pancréatiques tendent à s'accumuler au contact des obstacles. Comme le bourrelet dont elle occupe le fond, cette masse affecte une forme semi-circulaire (fig. 2). Elle contourne, en haut, l'orifice œsophagien.

9. Le stationnement du sang se trouve en outre assuré par une modification du repli médian. A la hauteur du pancréas hépatique, après avoir embrassé cet organe revêtu de sa fibreuse, la membrane médiane s'en détache, puis (fig. 2) se sépare en deux feuillets, qui, à mesure qu'on avance, s'écartent de plus en plus, l'un à droite, l'autre à gauche, conservant tous les deux une hauteur notable, de beaucoup supérieure à leur écartement. Parvenus à l'entrée de l'œsophage, ces feuillets se soudent par leur bord libre, au-dessus de l'ouverture cardiaque, tandis que leur pied s'attache, en avant, à l'anneau membraneux qui clôt l'intestin autour de cet orifice.

Tel est l'appareil décrit par les anciens anatomistes sous le nom de valvule-œsophagienne, mais qui n'a guère avec les valvules ordinaires des veines qu'une ressemblance de noms. En effet, les trois lames, en retombant l'une sur l'autre, celle de gauche sur celle de droite, et la troisième transverse au-dessus des deux autres forment en arrière de l'entrée œsophagienne un obstacle à peu près infranchissable. Leur jeu, sous la pression sanguine, ressemble à celui de la voile carrée d'un navire sous l'action du vent. La fente médiane se trouve masquée, par le chevauchement des bords, tandis que la soudure et l'attache des membranes par leur base, au-dessus de l'anneau œsophagien, empêche les lames de glisser l'une sur l'autre, et leurs bords de se séparer.

Deux appareils à fermeture hermétique, différents de principe et de forme, à savoir : la valvule trilobée d'une part, et d'autre part le renflement intestinal sus-œsophagien, concourent donc au maintien du sang dans l'estomac-duodenum; une fonction de première importance pour le mouvement régulier de la

pompe aspirante et pour la digestion ultérieure de l'aliment se trouve ainsi remplie et assurée.

Il est curieux de remarquer que, si l'on excepte le pancréas immergé dans le foie, la presque totalité de la formation pancréatique (peut-être même la totalité) se trouve concentrée dans les limites du double appareil de clôture. Le pancréas disséminé court sur les bords latéraux des valves obturatrices, la masse principale se tient au fond de la poche comprimante.

10. Cette concomitance, qui ne peut être fortuite, m'a beaucoup frappé; elle devait être signalée, quoique je ne lui connaisse pas d'explication certaine. Est-elle le résultat d'une nécessité physiologique? Je penserais plutôt que le tissu pancréatique s'est développé là de préférence, simplement parce que les surfaces membraneuses ne lui étaient disputées par aucun autre élément de vitalité plus vigoureuse. Comme sur les plages abdominales du Maquereau ([1]) telle ou telle cellule tend à prédominer suivant les conditions de nutrition favorables ou fâcheuses qu'elle rencontre autour d'elle. De même qu'entre les microphytes d'une liqueur fermentiscible, un véritable *struggle for life* s'engage entre les tissus lymphatique, pancréatique et graisseux, à qui restera maître du champ des membranes. Or, le long de la mésentérique, l'absorption se fait d'une manière tellement intense que les incrustations cellulaires de la membrane se trouvent, par les conditions du milieu, entraînées, si l'on peut dire ainsi, dans l'ordre lymphatique. Reste donc au pancréas la seule partie des lames où la mésentérique ne se prolonge pas; c'est-à-dire en avant du bassinet hépatique, tout le terrain membraneux qui s'étend jusqu'au *cardia*. L'association des fonctions pancréatique et obturatrice me semble, en conséquence, l'effet d'un simple hasard, la physiologie n'a pas à s'en préoccuper.

11. Ici se présentent les questions, débattues ailleurs ([2]), que

---

([1]) *Pancréas des poissons osseux*, art. *Maquereau, Caranx, Trochurus*; art. *Pancréas et appareil lymphatique*, et passim.

([2]) *Pancréas des poissons osseux*. Loco supra citato.

soulève la détermination *des limites* d'un appareil pancréatique de cette espèce.

Je regarde comme certain que, outre ces deux formes bien constatées, glande massive et glande disséminée, il existe un troisième pancréas simplement diffus.

Quand on regarde le pancréas en masse hépatique, par le dehors de l'intestin, il semble qu'on le voie émettre une lame de sa substance, en haut, à gauche et en avant, dans l'épaisseur de la paroi intestinale, entre la fibreuse de recouvrement et la couche vasculaire. Je ne doute pas que le pancréas ne se mette par l'intermédiaire de cette partie diffuse en continuité avec le tissu cellulo-lymphatique; comme cela se voit sur tant de types parmi les osseux et d'ordinaire chez ceux où la localisation est le moins avancée; mais le temps m'a manqué pour faire de cette nappe une observation définitive. Consiste-t-elle en un pancréas pur de tout alliage? S'il en est autrement, quelle proportion de matière lymphatique contient-elle? Je dois laisser le soin de remplir ces *desiderata* à des histologistes plus habiles.

Je suis mieux renseigné sur la manière dont ce prolongement se relie à la masse typique. Il s'échappe à gauche, par un interstice laissé entre les lames ou replis de la fibreuse d'enveloppe. Il ne faudrait pas, en effet, imaginer que le pancréas soit contenu dans un sachet aussi complètement dessiné que celui du foie. Le fond de son petit renflement est très complet; de même le dessus et le dessous du pancréas sont, presque sur tous les sujets, absolument isolés de l'intestin et du foie par une épaisse couche fibreuse que je prendrais volontiers pour un repli; mais à sa droite et à sa gauche il n'a pas de paroi limitante propre et immédiate sur toute sa profondeur. La fibreuse passant de l'intestin *sur le foie*, côtoie le corpuscule, mais n'adhère à sa substance ou à sa paroi propre, dans la région du fond où elle existe, que sur une partie de la profondeur du sachet. Il en résulte deux petites lacunes interstitielles dirigées toutes les deux d'arrière en avant et de bas en haut.

Celle de droite (fig. 3) est occupée par le tronc des veines pancréatique et splénique (?), qui de là entrent dans l'épaisseur de

la valvule médiane. Cette fissure de droite communique, en effet, à droite et en dessous du pancréas avec le bassinet sanguin, tronc d'entrée de la veine porte. Des trabécules fibreuses en grand nombre, d'une disposition aussi instable que compliquée, unissent les deux faces de la fissure, avec les couches fibreuses supérieure et inférieure au pancréas; le tronc des deux veines représente donc un système de lacunes, il n'a rien d'un canal régulier; dans des proportions microscopiques c'est quelque chose comme le *delta* des grands fleuves.

La fissure de gauche est bien plus simple de structure. Plus petite, et surtout plus étroite, libre de tout vaisseau, sauf une exception sur laquelle j'aurai à revenir, elle permet au pancréas de s'étendre en lamelle de ce côté. La traînée glandulaire, comme d'habitude, s'attache sur la membrane la plus solide, c'est-à-dire sur la fibreuse, de préférence aux lames absorbantes insérées sur la fibro-muqueuse.

Cette portion laminaire du pancréas rappelle donc plus spécialement la glande un peu problématique de l'*Amphioxus*.

12. Je n'ai noté l'existence de cette expansion que chez trois ou quatre au plus des sujets qui, au nombre d'une vingtaine, ont été soumis à un examen approfondi. Mais l'eau, les moindres actions chimiques détruisent ces nappes minces, et j'ai une raison très forte à considérer celle-ci comme constante.

La veine pancréato-splénique (?), outre une foule de veinules destinées au pancréas en masse typique, émet de droite à gauche et en haut, tout à fait à sa base et en dessous de la massette conglomérée, une branche plus grosse. Cette veinule dont j'ai toujours constaté la présence, n'est, bien probablement, autre chose que la ramification destinée à desservir la dépendance laminaire du pancréas. Si donc son existence est constante, il y a lieu de croire qu'il en est de même pour le tissu qu'elle concourt à vivifier.

Cette même petite veine prendra, au chapitre suivant, une importance extrême; c'est elle qui porte au point où elle devient visible le prétendu trou de Duvernoy, dont j'ai dû étudier sur

plus de dix sujets, par tous les procédés imaginables, la véritable nature.

13. L'injection de ce ramuscule, parfois admirablement réussie, prouve que l'aire sur laquelle s'étendent ses plus fines divisions est très restreinte; je n'ai pu constater avec netteté sa pénétration dans aucune des lames flottantes; je crois qu'elle ne s'y engage pas. *A fortiori* on en peut conclure, ce semble, que la coulée pancréatique ne s'étend pas jusque-là, du moins à l'état de tissu glandulaire pur, bien spécifié et continu.

Je n'ai vu aucune ramification de la pancréato-splénique marcher, d'un mouvement rétrograde, vers les régions de la valvule médiane, qui sont en arrière du pancréas-type, non plus que dans aucune des lames absorbantes, primaires ou d'ordre plus élevé, soit à droite, soit à gauche. La sûreté et la facilité de mes injections me permettent à cet égard d'affirmer qu'elle n'a point de rameau allant dans ces parties. Le pancréas bien spécifié est donc aussi, très probablement, exclu de ces parages.

14. J'incline à croire que la glande pancréatique s'irradie dans le foie. Elle ne peut, comme chez la Carpe et les herbivores à foie volumineux, s'enfoncer en s'attachant à la paroi des veines portes, puisque, dans cette espèce, ces vaisseaux n'ont point de tissu particulier qui les circonscrive; mais elle semble quelquefois émettre certaines dépendances sur la face interne du sac hépatique. La communication de cette cavité avec le sachet pancréatique reste en effet ouverte à gauche, grâce à la fissure dont on a déjà parlé. Aussi les taches de teinte blanc-mat, très voisines du pancréas principal, qui maculent la surface du foie, entre son tissu et la fibreuse, sous forme de traînée irrégulière, sont-elles exclusivement à gauche. Ces points blancs forment évidemment, quelque chose de distinct soit par rapport au tissu hépatique, soit par rapport aux éléments ordinaires de la fibreuse. Mais sont-ils pancréatiques? Les analogies de situation, de disposition, de couleur invitent à le penser; et je m'arrête à cette hypothèse, la seule qu'on puisse imaginer; attribuant l'incertitude où le

microscope m'a laissé, sur ce point, à l'extrême difficulté qu'on éprouve à réunir autour de l'observation d'un tissu aussi exposé aux altérations, toutes les conditions qu'elle exige.

Ces granules blancs, quelle que soit leur nature, sont en effet en continuité parfaite, tissu à tissu, avec le foie; la ténuité extrême du stroma conjonctif se révèle encore ici par ses conséquences.

Le contraste n'en est que plus marqué avec la fibreuse générale d'enveloppe gastrique, qui circonscrit le pancréas principal, si nettement délimité.

Bien souvent les autres Poissons m'avaient montré ce fait d'inclusion au sein du foie de certains granules de pancréas. Jamais cependant je ne trouvais les glandules défendues par une enveloppe aussi forte; cela vient, à n'en pas douter, de ce que dans les autres espèces les globules immergés dépendent du pancréas accessoire et disséminé; raison principale à laquelle s'en joint une autre : le pancréas typique restant dans l'intestin par arrêt d'évolution, profite pour s'isoler des tissus voisins de l'épaississement de la fibreuse d'enveloppe. Cette membrane, au contraire, se serait extrêmement amincie, comme toujours, autour des glandes, si la séparation du sac glandulaire avait à partir de l'état fœtal, suivi son progrès accoutumé.

15. Quelles que soient les incertitudes qui subsistent encore sur quelques points secondaires, il est, je crois, permis de conclure : la glande totale comprend trois parties; — 1° deux masses très grosses relativement; — 2° une première dépendance disséminée; — 3° une seconde annexe en lames diffuses, d'une localisation peu tranchée. Entre ces trois parties la continuité n'est pas partout gardée. Mais les bandes, soit disséminées, soit diffuses, forment comme des rubans dont les grandes masses occuperaient les extrémités et les plis.

Si donc cette glande est un pancréas, les Cyclostomes à l'égard de cet organe portent le trait d'une ressemblance parfaite avec les autres familles de leur classe zoologique : rien n'y manque, pas même la masse typique, et sa place régulière est marquée de ses caractères spéciaux.

On ne peut, du reste, concevoir un seul instant le moindre doute sur la fonction principale d'un tel ensemble glandulaire; et dès le premier moment, je n'hésitai pas à l'appeler un pancréas. Les preuves surabondent : à la démonstration résultant des rapports anatomiques, vient se joindre celle que fournit le microscope, alors que les analogies multiples de l'organe avec les pancréas les mieux caractérisés, dans certaines espèces de Poissons suffiraient à elles seules pour contraindre l'esprit le plus prévenu.

16. J'insiste à dessein sur la force des motifs qui obligent d'attribuer à ces glandules, et à tout le système auquel elles se rattachent, une fonction d'ordre pancréatique, parce que l'absence, autour des masses et massettes, de tout wébérien leur servant d'abducteur, n'est pas moins facile à reconnaître que la nature des organites n'est en soi évidente.

Au reste, lorsqu'il s'agit de massettes pareilles, dont la plus grosse n'atteint pas le volume d'un petit pois, disposées de manière a être profondément imbibées par le liquide même sur lequel elles doivent agir, on n'a guère à s'étonner de ne leur point trouver de tube abducteur. Un canal est nécessaire lorsque la localisation des fonctions et la séparation des tissus met un large intervalle entre le point où l'humeur est sécrétée et celui où son rôle physiologique doit s'exercer. Ici, ces deux points se confondent; à quoi bon un canal? Quelle place lui reste-t-il?

Mais le moment serait mal choisi pour aborder une discussion complète; le chapitre suivant nous fera voir que l'absence de canaux propres, réservés à l'abduction des sucs digestifs est une loi générale dans cette espèce et non certes la moins étrange, parmi tant de faits extraordinaires que le *Petromyzon marinus* offre à l'anatomiste.

17. Guidé par l'ensemble des considérations précédentes, et en présence d'organes pancréatiques d'une similitude aussi parfaite chez les osseux (Bar, Mugil...) et dans la Lamproie, je n'hésite pas de conclure à la présence de cette glande dans les

autres espèces Cyclostomes, voisines du *Petromyzon marinus*. Cette persistance de l'appareil, sous sa forme ordinaire, conservée jusque dans ses derniers détails, montre bien qu'il se maintient pour une raison supérieure aux variations (quelle qu'en soit l'origine) des formes spécifiques. Et qu'on veuille bien le remarquer, l'extrême dissemblance du type digestif de la Lamproie comparé à celui du Bar, par exemple, loin d'infirmer ce raisonnement, lui donne, au contraire, une force saisissante. Un tissu qui persiste à travers un pareil bouleversement de l'organisme est destiné à persévérer tant que la simplification de l'anatomie n'est pas, comme dans l'*Amphioxus*, devenue excessive et arrivée aux limites.

18. Enfin, l'observation faite sur la Lamproie ne reste pas isolée; il est impossible de ne pas reconnaître *un* pancréas typique dans le corpuscule indiqué par Duvernoy comme adhérent au foie de la Myxine glutineuse.

« [Le *Myxine glutinosa* a un petit corps ovale, situé sur la
» base du foie, vis-à-vis de l'origine du canal alimentaire abdo-
» minal, que je serais bien tenté de prendre pour la rate de ce
» Poisson] (1). »

A cette époque, on n'avait pas l'idée qu'un pancréas pût se disséminer; dès lors, ce corpuscule, fort différent d'un appendice pylorique, ne pouvait être pris que pour une rate, d'autant plus aisément même que, selon Leydig, et d'après mes propres observations, pancréas et rate peuvent être intimement unis; mais c'est encore là un point dont la discussion doit être réservée pour la fin de la seconde partie.

---

(1) CUVIER-DUVERNOY, *Anat. comp.*, 2e édit., t. IV, 2e part., p 624.

MÉMOIRE

SUR

L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DE LAGRANGE

A DIVERS PROBLÈMES DE MOUVEMENT RELATIF

PAR

Ph. GILBERT,

Professeur à l'Université catholique de Louvain.

Ce travail est la reproduction partielle, sauf de légers changements de rédaction, du mémoire que j'ai présenté le 30 janvier 1882 à l'Académie des sciences de Paris, et auquel, à la suite d'un savant rapport de M. C. Jordan, elle a accordé l'honneur de l'impression dans les *Mémoires des savants étrangers* (*).

Dans ce mémoire, je me suis surtout proposé d'étudier les mouvements relatifs d'un système de corps de révolution, par rapport à un système de comparaison animé d'un mouvement de rotation uniforme, en utilisant une équation fort remarquable, due à E. Bour (**). Cette équation, que Bour a établie par des calculs assez longs, approprie aux mouvements relatifs les formules dynamiques de Lagrange, et Bour s'en est servi pour former les équations canoniques de ce mouvement suivant la

---

(*) La commission était composée de MM. d'Abbadie, Yvon Villarceau, Resal et C. Jordan, rapporteur. Le rapport de M. Jordan a paru dans les *Comptes rendus*, séance du 17 juillet 1882.

(**) *Journal de Liouville*, 2me série, t. VIII 1863, p. 1. Il s'agit de l'équation (IV de ce mémoire.

méthode de Jacobi. Mais sous sa première forme, qui se démontre en quelques lignes, comme on le verra plus loin, cette équation est peut-être la plus commode pour l'étude des mouvements apparents, du moins lorsqu'on interprète géométriquement, comme je l'ai fait, les diverses quantités qui y figurent. On verra avec quelle facilité elle fournit directement, dans chaque problème, les équations différentielles du mouvement en fonction des variables les plus convenables, sans aucune transformation de coordonnées, sans qu'on doive recourir aux forces fictives de Coriolis.

J'ai eu aussi pour objet de réduire ces mouvements divers et assez compliqués à un petit nombre de types simples, tels que les mouvements pendulaires, de façon qu'ayant poussé jusqu'au bout, par l'emploi des fonctions elliptiques, la solution de ces problèmes types, il me suffit de simples substitutions dans les formules pour obtenir la solution également complète des problèmes gyroscopiques.

La méthode exposée plus haut donne immédiatement les équations de l'équilibre et du mouvement relatif d'un anneau, portant une petite masse additionnelle, et mobile autour d'un axe horizontal entraîné d'un mouvement uniforme autour d'un axe vertical. Les équations montrent que son mouvement se ramène à celui *d'un point pesant sur un cercle tournant uniformément autour d'un diamètre vertical.* C'est là un de ces mouvements types que l'on rencontrera fréquemment dans la suite, c'est pourquoi j'en ai développé complètement la solution, en exprimant les variables en fonction du temps au moyen des fonctions elliptiques. On y rencontre d'ailleurs des particularités intéressantes au point de vue mécanique.

J'étudie ensuite un gyroscope composé d'un disque D auquel on a donné une rotation autour de son axe de figure, d'un anneau intérieur I et d'un anneau extérieur E qui est maintenu en rotation uniforme autour de son diamètre OZ. Je trouve qu'il existe *deux* ou *quatre* positions d'équilibre *relatif* pour l'axe du disque, suivant la vitesse rotatoire imprimée au tore; que si cette vitesse est nulle, l'axe ne restera pas généralement

SUR L'APPLICATION

DE

LA MÉTHODE DE LAGRANGE

AUX MOUVEMENTS RELATIFS

PREMIÈRE PARTIE.

---

§ I.

1. La position du corps ou *système de corps* S que l'on considère, par rapport à un système de comparaison mobile OXYZ, est définie par un certain nombre de variables q entre lesquelles il n'existe pas de relations données *à priori*, et les équations auxquelles Lagrange a ramené les problèmes de dynamique (*) sont évidemment applicables au mouvement absolu du corps S. D'autre part, si X, Y, Z désignent les composantes, parallèles aux axes mobiles, de la force motrice totale qui sollicite un point m (x, y, z) du corps, U la fonction de ces forces pour le corps entier, J l'accélération absolue de l'origine O des axes mobiles, J_x, J_y, J_z ses composantes parallèles aux axes OX, OY, OZ, il est permis de regarder le point O comme immobile, pourvu que l'on remplace X, Y, Z respectivement par $X - mJ_x$, $Y - mJ_y$, $Z - mJ_z$, ce qui revient à remplacer U par U + K, en posant

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad K = -\Sigma m(xJ_x + yJ_y + zJ_z),$$

où le signe Σ indique une somme qui s'étend à tous les points du corps.

(*) *Mécanique analytique*, t. I, p. 290 (éd. Bertrand).

Soit donc T_2 la demi-force vive *absolue* du corps S, abstraction faite du mouvement de translation du système de comparaison OXYZ; nous avons immédiatement, par les formules de Lagrange,

$$(2) \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T_2}{\partial q'} - \frac{\partial T_2}{\partial q} = \frac{\partial (U + K)}{\partial q} \text{ (*)}.$$

C'est l'équation (IV) du mémoire de Bour. En prenant successivement pour q chacune des variables qui définissent la position du corps S, on en tirera toutes les équations différentielles du mouvement relatif de ce corps. Mais il faut chercher les expressions de K et de T_2.

2. On a d'abord, M désignant la masse totale du corps et x_1, y_1, z_1 les coordonnées de son centre de gravité,

$$K = -J_x \Sigma mx - J_y \Sigma my - J_z \Sigma mz = -M(x_1 J_x + y_1 J_y + z_1 J_z),$$

c'est-à-dire, si nous appelons ρ le rayon vecteur OG du centre de gravité, $\overline{\rho J}$ l'angle que sa direction fait avec celle de l'accélération J,

$$(3) \quad K = -MJ\rho \cos \overline{\rho J}.$$

Cette équation nous montre que la quantité K s'évanouit 1° quand l'origine O est fixe ou n'a qu'un mouvement rectiligne et uniforme; 2° quand elle coïncide avec le centre de gravité G du système S; 3° quand son accélération J est constamment normale au rayon vecteur du centre de gravité.

Pour évaluer T_2, nommons ω la vitesse angulaire de la rotation instantanée du système OXYZ; OS l'axe représentatif de cette rotation pour le point O (**); p, q, r ses composantes sui-

---

(*) L'accent affectant une variable indiquera toujours sa dérivée totale par rapport au temps.

(**) C'est-à-dire que la longueur OS sera proportionnelle à ω, et que la rotation aura lieu *de gauche à droite* pour un observateur ayant les pieds en O et la tête en S.

vant OX, OY, OZ; v_x, v_y, v_z celles de la vitesse ***relative*** d'un point quelconque *m*. On a, d'après la définition de T_2,

$$T_2 = \frac{1}{2}\Sigma m\left[(v_x + qz - ry)^2 + (v_y + rx - pz)^2 + (v_z + py - qx)^2\right],$$

ou, si nous posons

$$T = \frac{1}{2}\Sigma m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2),$$
$$G = \frac{1}{2}\Sigma m\left[(qz - ry)^2 + (rx - pz)^2 + (py - qx)^2\right],$$
$$V = \Sigma m\left[v_x(qz - ry) + v_y(rx - pz) + v_z(py - qx)\right],$$

on aura aussi

(4) . . . . $T_2 = T + G + V.$

T est visiblement *la demi-force vive du corps* S *dans son mouvement relatif par rapport au système* OXYZ; elle s'exprimera directement au moyen des variables *q* et de leurs dérivées *q'*.

G représente la demi-force vive de S, due à la rotation d'entraînement autour de l'axe OS. Elle a donc pour expression, d'après un théorème connu,

(5) . . . . $G = \frac{1}{2}H\omega^2,$

H étant le moment d'inertie, à l'instant actuel, du système matériel S par rapport à l'axe OS.

Enfin, la valeur de V peut s'écrire

$$V = p\Sigma m(yv_z - zv_y) + q\Sigma m(zv_x - xv_z) + r\Sigma m(xv_y - yv_x),$$

ce qui montre immédiatement que V *est le produit géométrique de l'axe instantané* OS *du système de comparaison par l'axe* OQ *du couple résultant des quantités de mouvement relatives du corps.* Nous nommerons OQ *l'axe d'impulsion relatif* du corps S; en représentant par Q sa valeur, nous aurons donc

(6). . . . . $V = \omega Q \cos \overline{Q\omega}.$

Le grand avantage que présentent ces formes géométriques données aux quantités K, T, G, V qui figurent dans l'équation (2), consiste en ce que, dans chaque problème particulier, elles fournissent directement les expressions de ces quantités en fonction des variables les plus convenables pour le problème posé, sans que l'on doive passer par les fastidieuses transformations de coordonnées qui alourdissent la marche du calcul.

Nous allons d'abord appliquer cette méthode à un problème très simple, mais dont la solution nous servira comme de type pour y ramener celle d'autres questions infiniment plus compliquées.

§ II.

3. Problème I. — *Un anneau* D *est mobile autour d'un axe horizontal* XX' *passant par son centre de gravité; l'axe* XX' *tourne lui-même, avec une vitesse angulaire constante* ω, *autour d'un axe vertical* ZOZ'. *En un point* M *de la droite* AOA' *perpendiculaire à* XOX' *est fixée une masse additionnelle* m. *Déterminer* 1° *l'inclinaison de l'anneau pour laquelle l'équilibre relatif aurait lieu;* 2° *son mouvement dans des conditions initiales données. On suppose que* XX', AA' *et* OC *sont les axes principaux d'inertie de l'anneau relatifs à son centre de gravité et que* A, B, C *désignent les moments correspondants* (fig. 1) (*).

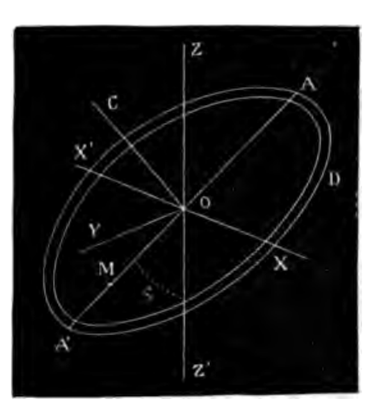


Fig. 1.

(*) Ce problème est une généralisation de celui qui a été posé au concours d'agrégation en 1873, et dont nous avons donné deux autres solutions (*Nouvelles Annales de mathématiques*, 2e série t. XVI 1875 p. 152). M Hioux a traité aussi cette question.

Prenons pour système de comparaison le système rectangulaire OXYZ tournant autour de OZ avec la vitesse ω. Appelons δ la distance OM, ζ l'angle Z'OA', compté positivement de OZ' vers OY, négativement en sens contraire; cet angle ζ suffisant pour définir la position relative de l'anneau, sera la variable q de l'équation (1) Le mouvement apparent est une rotation, avec la vitesse angulaire ζ', autour de l'axe OX. Nous avons donc immédiatement, pour l'anneau,

$$T = \tfrac{1}{2}A\zeta'^2, \quad G = \frac{\omega^2}{2}(B\cos^2\zeta + C\sin^2\zeta), \quad V = \omega A\zeta'\cos\overline{XZ} = 0,$$

et pour la masse additionnelle,

$$T = \tfrac{1}{2}m\delta^2\zeta'^2, \quad G = \frac{\omega^2}{2}m\delta^2\sin^2\zeta, \quad V = 0:$$

donc, pour le système entier,

$$T_2 = \tfrac{1}{2}(A + m\delta^2)\zeta'^2 + \tfrac{1}{2}\omega^2(C + m\delta^2 - B)\sin^2\zeta + \tfrac{1}{2}\omega^2 B.$$

L'origine O étant fixe, K est nul; de plus, le centre de gravité de l'anneau étant fixe, la force motrice se réduit au poids mg de la masse additionnelle; on a donc

$$U = mg\delta\cos\zeta.$$

L'équation (2) devient donc, dans le problème actuel,

$$(A + m\delta^2)\frac{d\zeta'}{dt} - \omega^2(C - B + m\delta^2)\sin\zeta\cos\zeta = -mg\delta\sin\zeta,$$

ou, après division par $A + m\delta^2$,

$$(7) \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta'}{dt} = \frac{\omega^2(C - B + m\delta^2)}{A + m\delta^2}\sin\zeta\cos\zeta - \frac{mg\delta}{A + m\delta^2}\sin\zeta.$$

Cette équation différentielle du second ordre détermine ζ en fonction du temps, mais il suffit de considérer un cas particulier

du problème. Supposons la masse de l'anneau négligeable : la question devient celle du *mouvement d'un point pesant* M *sur un cercle qui tourne autour de son diamètre vertical avec une vitesse angulaire constante*, ou du *mouvement d'un pendule simple dont le plan d'oscillation* A'OZ' *tourne uniformément autour de la verticale de son point de suspension* O. Remplaçons, dans cette hypothèse, ω par ω' et δ par r; l'équation (7) se réduira à

$$(8) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \frac{d\zeta'}{dt} = \omega'^2 \sin\zeta \cos\zeta - \frac{g}{r} \sin\zeta.$$

Or, on voit de suite que l'égalité (7) rentre dans (8), si l'on pose

$$\frac{\omega^2(C - B + m\delta^2)}{A + m\delta^2} = \omega'^2, \qquad \frac{m\delta}{A + m\delta^2} = \frac{1}{r},$$

d'où l'on tire

$$(9). \quad . \quad . \qquad \omega' = \omega \sqrt{\frac{C - B + m\delta^2}{A + m\delta^2}}, \qquad r = \delta + \frac{A}{m\delta},$$

valeurs toujours admissibles si $C + m\delta^2 \geqq B$. De là ce théorème : *Les oscillations du plan de l'anneau qui passe par* XX' *et par le point* M *suivent exactement la même loi que celles d'un pendule simple, dont le plan d'oscillation tournerait autour de la verticale de suspension avec une vitesse constante, la longueur* r *du pendule et la vitesse* ω' *du plan tournant étant données par les relations* (9).

Il suffit donc de développer la solution du problème du pendule simple à plan tournant, ou d'intégrer l'équation (8). Mais avant cela, il est utile d'observer que si la direction de la gravité venait à être renversée (OZ au lieu de OZ'), l'équation (8) ne subirait évidemment d'autre modification que le changement de signe de son dernier terme, ce qui revient à remplacer r par $-r$ dans l'équation. Donc, dans la suite, nous serons autorisés à interpréter les valeurs négatives de r comme correspondant à un renversement dans la direction de la pesanteur.

4. Nous tirons de l'équation (8) la condition d'équilibre *relatif* du point pesant M. Pour que ζ reste constant, il faut et il suffit, ζ' étant supposé nul pour $t=0$, que $\frac{d\zeta'}{dt}$ le soit aussi, ou que l'on ait à cet instant

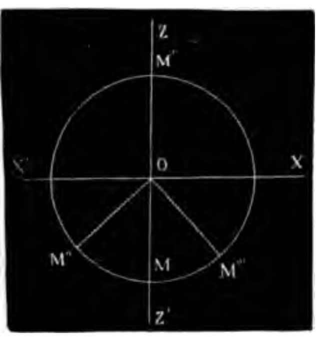


Fig. 2.

$$\omega'^2 \sin\zeta \cos\zeta - \frac{g}{r}\sin\zeta = 0.$$

Si donc E désigne l'angle que fait le pendule OM en équilibre avec la verticale OZ', nous aurons

$$\sin E\left(\cos E - \frac{g}{r\omega'^2}\right) = 0,$$

équation à laquelle on satisfait de deux manières (fig. 2) : 1° ou bien en posant $\sin E = 0$, d'où $E = 0$ ou π, le pendule reste alors dans la verticale; 2° ou bien, en posant

$$(10)\text{. . . . . } \cos E = \frac{g}{r\omega'^2},$$

équation qui détermine deux positions d'équilibre, symétriques par rapport à la verticale OZ', si la condition

$$\frac{g}{r\omega'^2} < 1, \text{ ou } \omega' > \sqrt{\frac{g}{r}}$$

est vérifiée; dans le cas contraire, l'équation (10) est impossible Ces résultats s'accordent avec la théorie connue du régulateur de Watt.

L'équation (8) fournit encore le moyen de discerner les positions d'équilibre stable des autres, mais cette distinction résultera naturellement de la discussion des formules du mouvement du pendule, dont nous allons nous occuper.

5. L'équation (8), multipliée par $2d\zeta$ et intégrée, donne, la valeur initiale de ζ' étant supposée nulle et celle de ζ désignée par ζ_0,

$$\zeta'^2 = -\omega'^2(\cos^2\zeta - \cos^2\zeta_0) + \frac{2g}{r}(\cos\zeta - \cos\zeta_0),$$

ou

$$(11) \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = \omega'^2(\cos\zeta - \cos\zeta_0)\left(\frac{2g}{r\omega'^2} - \cos\zeta_0 - \cos\zeta\right).$$

Posons, pour abréger,

$$f = \frac{2g}{r\omega'^2} - \cos\zeta_0,$$

il viendra

$$(11'). \quad . \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = \omega'^2(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(f - \cos\zeta).$$

Il faut évidemment que $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ et $f - \cos\zeta$ soient toujours de même signe, et comme le second facteur est d'abord égal à $f - \cos\zeta_0$, il suit de là que $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ aura le signe de cette quantité au début du mouvement. De là, trois cas à discuter :

$$f - \cos\zeta_0 > 0, \qquad f - \cos\zeta_0 = 0, \qquad f - \cos\zeta_0 < 0,$$

ou, eu égard à la valeur de f,

$$\text{I)} \quad \cos\zeta_0 < \frac{g}{r\omega'^2}, \qquad \text{II)} \quad \cos\zeta_0 = \frac{g}{r\omega'^2}, \qquad \text{III)} \quad \cos\zeta_0 > \frac{g}{r\omega'^2}.$$

Lorsque l'on a

$$\omega' \overline{\gtrless} \sqrt{\frac{g}{r}},$$

la première condition est toujours vérifiée. Au contraire, si l'on a

$$\omega' > \sqrt{\frac{g}{r}},$$

les conditions I), II) et III) reviennent, eu égard à l'équation (10), à

$$\cos\zeta_0 < \cos E, \qquad \cos\zeta_0 = \cos E, \qquad \cos\zeta_0 > \cos E.$$

Ier *cas.* $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ étant ici d'abord positif, le pendule se rapproche de la *nadirale* OZ', $d\zeta : dt$ est négatif, donc

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\omega'\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(f - \cos\zeta)}.$$

Le signe de ζ' ne peut changer que si ζ' s'annule, ou si le facteur $f - \cos\zeta$ s'évanouit, ce qui implique une nouvelle condition, $f \leqq 1$. De là, trois sous-hypothèses à examiner,

$$\text{I}, a)\quad f < 1, \qquad \text{I}, b)\quad f = 1, \qquad \text{I}, c)\quad f > 1,$$

ou bien

$$\omega' \cos\frac{\zeta_0}{2} > \sqrt{\frac{g}{r}}, \qquad \omega' \cos\frac{\zeta_0}{2} = \sqrt{\frac{g}{r}}, \qquad \omega' \cos\frac{\zeta_0}{2} < \sqrt{\frac{g}{r}}.$$

Discutons-les successivement.

I, *a*). On a ici

$$\frac{g}{r\omega'^2} > \cos\zeta_0 \qquad \text{et} \qquad < \cos^2\frac{\zeta_0}{2};$$

comme f est < 1, nous poserons

$$\cos\zeta_1 = f = \frac{2g}{r\omega'^2} - \cos\zeta_0 > \cos\zeta_0,$$

et la valeur de ζ' deviendra

$$(12). \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta}{dt} = -\omega'\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(\cos\zeta_1 - \cos\zeta)}.$$

Une discussion facile montre que l'angle ζ variera depuis sa valeur initiale ζ_0, qui est en même temps une limite supérieure, jusqu'à ζ_1, limite inférieure; puis, depuis ζ_1 jusqu'à ζ_0, et

ainsi de suite indéfiniment, ζ restant toujours compris entre ζ_0 et ζ_1. Le pendule oscillera donc, en restant toujours du même côté de la verticale, de part et d'autre de la position d'équilibre définie par l'équation (10), car on a, d'après l'expression de $\cos\zeta_1$,

$$\cos E = \frac{\cos\zeta_0 + \cos\zeta_1}{2},$$

Le cosinus de l'écart qui répond à la position d'équilibre est donc la moyenne des cosinus des écarts qui répondent aux positions extrêmes, de sorte que l'amplitude de l'oscillation n'est pas la même de part et d'autre de cette position d'équilibre.

I, *b*). $f = 1$. On a, dans ce cas,

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\omega'\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(1 - \cos\zeta)} = -\omega'\sin\frac{\zeta}{2}\sqrt{2(\cos\zeta - \cos\zeta_0)};$$

une intégration facile donne t en fonction de $\frac{\zeta}{2}$ et montre que t devient infini pour $\zeta = 0$. Le point mobile se rapproche indéfiniment de la verticale OZ' sans jamais l'atteindre.

I, *c*). Supposons maintenant $f > 1$. Comme $f - \cos\zeta$ ne peut plus devenir nul, il s'ensuit que ζ' ne peut s'annuler et par conséquent ne peut changer de signe, que si l'on a $\cos\zeta = \cos\zeta_0$. Donc $\frac{d\zeta}{dt}$ reste négatif, le pendule atteint la verticale OZ', la dépasse, et continue à se mouvoir dans le même sens jusqu'à ce que l'on ait $\zeta = -\zeta_0$. Cette valeur atteinte, ζ' s'annule, et comme ζ ne peut continuer à décroître, sans quoi le radical deviendrait imaginaire, il faut que ζ' devienne positif. On a donc, à partir de cet instant,

$$\frac{d\zeta}{dt} = \omega'\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(f - \cos\zeta)},$$

ζ varie de $-\zeta_0$ à $+\zeta_0$, où ζ' s'annule de nouveau et change de signe, et ainsi de suite. Le pendule oscille donc ici de part et d'autre de la position d'équilibre OZ', par des oscillations d'égale amplitude.

Le cas que nous venons de discuter se présente nécessairement toutes les fois que l'on a

$$\frac{g}{r\omega'^2} \geqq 1.$$

6. IIme *cas*. L'hypothèse

$$\cos\zeta_0 = \frac{g}{r\omega'^2}$$

transforme l'équation (11') en celle-ci :

$$\frac{d\zeta^2}{dt^2} = -\omega'^2(\cos\zeta - \cos\zeta_0)^2,$$

qui ne peut être satisfaite, évidemment, que si l'on pose

$$\cos\zeta = \cos\zeta_0, \qquad \frac{d\zeta}{dt} = 0,$$

en sorte que le point M reste en repos relatif dans sa position initiale. La valeur de cos ζ_0 montre, en effet, que nous sommes ici dans une des conditions d'équilibre définies par l'équation (10).

IIIme *cas*. Nous supposons enfin que l'on ait

$$f - \cos\zeta_0 < 0 \quad \text{ou} \quad \cos\zeta_0 > \frac{g}{r\omega'^2}.$$

L'angle ζ_0 est donc ici moindre que $\frac{\pi}{2}$; il est compris entre zéro et l'angle E de l'équation (10). D'après la relation (11'), $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ sera d'abord négatif, ζ commencera donc par croître, ζ' sera positif; on aura

$$(13) \quad \ldots \quad \frac{d\zeta}{dt} = \omega'\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(f - \cos\zeta)}.$$

Le signe du radical restera le même jusqu'à ce que ζ' s'annule, ou que l'on ait

$$f - \cos\zeta = 0, \quad \cos\zeta = \frac{2g}{r\omega'^2} - \cos\zeta_0 = \cos\zeta_1,$$

ζ_1 désignant l'angle dont le cosinus est f, quantité qui est évidemment toujours supérieure à -1. Lorsque ζ aura atteint la valeur ζ_1, comme il ne peut continuer à croître, sans quoi le radical deviendrait imaginaire, il faudra que ζ' devienne négatif, le pendule se rapprochera de nouveau de la verticale jusqu'à ce que ζ soit égal à ζ_0, puis s'en éloignera, et ainsi de suite.

L'angle ζ oscille donc entre sa valeur initiale ζ_0, limite inférieure, et ζ_1, limite supérieure, et cela périodiquement et indéfiniment en passant chaque fois par la position d'équilibre (10). On a encore la relation

$$\cos E = \frac{\cos\zeta_0 + \cos\zeta_1}{2}.$$

7. Il résulte encore de la discussion précédente que, lorsque les positions d'équilibre de l'équation (10) existent, c'est-à-dire lorsque ω' est plus grand que $\sqrt{\frac{g}{r}}$, elles sont des positions d'équilibre stable [*cas* I, *a*) et III]. Au contraire, si l'on a

$$\omega' < \sqrt{\frac{g}{r}},$$

il n'y a que deux positions d'équilibre, l'une stable OZ', l'autre instable OZ (*cas* I, *c*).

Il n'est pas nécessaire de discuter l'équation (8) dans l'hypothèse, indiquée plus haut, de $r < 0$. Il suffit, en effet, de remplacer dans l'équation ζ par $\pi - \zeta$, c'est-à-dire de compter l'angle ζ à partir de la zénithale OZ, pour ramener de nouveau l'équation (8) à la même forme que si r était positif. On retrouverait donc les mêmes cas que ci-dessus.

L'équation (8) marque aussi les positions du pendule pour lesquelles la vitesse atteint son maximum, car on doit avoir alors

$$\frac{d\zeta'}{dt} = 0,$$

d'où, en vertu de l'équation (8),

$$\sin\zeta\left(\cos\zeta - \frac{g}{r\omega'^2}\right) = 0.$$

Ces positions coïncident donc avec celles dans lesquelles le pendule resterait en repos apparent s'il n'avait aucune vitesse initiale.

§ III.

DÉVELOPPEMENT ANALYTIQUE DE LA SOLUTION DU PROBLÈME.

8. *Cas* I, *a*). Nous reprenons l'équation (12) sous la forme

$$\omega' dt = -\frac{d\zeta}{\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(\cos\zeta_1 - \cos\zeta)}},$$

ou, en posant

$$x = \cos\zeta, \quad \text{d'où} \quad d\zeta = -\frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}},$$

$$\omega' dt = \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x+1)(x-\cos\zeta_0)(x-\cos\zeta_1)}}.$$

Les racines du polynôme sous le radical sont, rangées par ordre de grandeur croissante,

$$-1 < \cos\zeta_0 < \cos\zeta_1 < 1.$$

Pour réduire la différentielle elliptique à la forme canonique, appliquons la méthode de Richelot, c'est-à-dire que nous poserons,

k étant le module, z une variable comprise entre -1 et $+1$ et variant dans le même sens que t et que x,

$$\frac{1-k}{1+k}=\sqrt{\frac{(1+\cos\zeta_0)(1-\cos\zeta_1)}{(1-\cos\zeta_0)(1+\cos\zeta_1)}}=\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\zeta_1}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\zeta_0},$$

$$\frac{\cos\zeta_1-x}{x-\cos\zeta_0}=\sqrt{\frac{(1-\cos\zeta_1)(1+\cos\zeta_1)}{(1-\cos\zeta_0)(1+\cos\zeta_0)}}\,\frac{1-z}{1+z}=\frac{\sin\zeta_1}{\sin\zeta_0}\,\frac{1-z}{1+z}.$$

De là on tire, par des transformations faciles,

$$k=\frac{\sin\frac{1}{2}(\zeta_0-\zeta_1)}{\sin\frac{1}{2}(\zeta_0+\zeta_1)},$$

$$x=\frac{\sin(\zeta_0+\zeta_1)+z\sin(\zeta_0-\zeta_1)}{(\sin\zeta_0+\sin\zeta_1)+z(\sin\zeta_0-\sin\zeta_1)},$$

ou, en posant pour abréger

$$\frac{\zeta_0+\zeta_1}{2}=\alpha,\quad \frac{\zeta_0-\zeta_1}{2}=\beta,$$

(14). . . . . $$k=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha},$$

(15). . . . . $$x=\frac{\sin\alpha\cos\alpha+z\sin\beta\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta+z\sin\beta\cos\alpha}.$$

On sait que, par cette transformation, la valeur de $\omega' dt$ prend la forme

$$\omega' dt=\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{2(\cos\zeta_1-\cos\zeta_0)}}\cdot\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

ou, après réduction au moyen de l'équation (14),

$$\omega'\sin\alpha\,.\,dt=\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}.$$

Posons, pour abréger l'écriture,

$$\rho = \omega' \sin \alpha,$$

et intégrons l'équation en observant que, d'après la relation établie entre x et z, $t = 0$ donne $x = \cos \zeta_0$ et $z = -1$. Il vient

$$\rho t = \int_{-1}^{z} \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}} = K + \int_{0}^{z} \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

K représentant ici, suivant la notation de Jacobi, l'intégrale

$$\int_{0}^{1} \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}.$$

Nous avons donc, enfin,

$$(16) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad z = \operatorname{sn}(\rho t - K) = -\operatorname{sn}(\rho t + K),$$

et, si nous substituons la valeur de z dans l'équation (15) en remplaçant x par $\cos \zeta$,

$$(17) \quad . \quad . \quad \cos \zeta = \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \sin \beta \cos \beta \operatorname{sn}(\rho t + K)}{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \operatorname{sn}(\rho t + K)}.$$

Cette formule montre 1° que pour $t = 0$, qui donne

$$\operatorname{sn}(\rho t + K) = \operatorname{sn} K = 1,$$

$\cos \zeta$ se réduit à $\cos \zeta_0$, comme cela devait être, tandis que, pour $\rho t = 2K$, ou $t = \frac{2K}{\rho}$, on a

$$\operatorname{sn}(\rho t + K) = \operatorname{sn}(3K) = -1, \qquad \cos \zeta = \cos \zeta_1;$$

2° que $\cos \zeta$ est une fonction périodique du temps t, la durée de la période, ou *la durée τ de l'oscillation complète du pendule dans son plan tournant*, étant donnée par l'équation

$$\rho \tau = 4K \qquad \text{ou} \qquad \tau = \frac{4K}{\rho},$$

ou encore

$$(18) \ldots\ldots \quad \tau = \frac{4K}{\omega' \sin \alpha}.$$

9. L'équation (17) se met sous différentes formes. On a d'abord, à cause de l'équation (14),

$$(19) \ldots \quad \cos \zeta = \frac{\cos \alpha - k \cos \beta \operatorname{sn}(\rho t + K)}{\cos \beta - k \cos \alpha \operatorname{sn}(\rho t + K)}.$$

On a aussi, par l'équation (15),

$$1 - x = \frac{(\cos \beta - \cos \alpha)(\sin \alpha - z \sin \beta)}{\sin \alpha \cos \beta + z \sin \beta \cos \alpha},$$

$$1 + x = \frac{(\cos \beta + \cos \alpha)(\sin \alpha + z \sin \beta)}{\sin \alpha \cos \beta + z \sin \beta \cos \alpha},$$

donc

$$\frac{1 - \cos \zeta}{1 + \cos \zeta} = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\cos \beta + \cos \alpha} \frac{1 - kz}{1 + kz},$$

ou, en transformant et mettant pour z sa valeur (16),

$$(20) \ldots \quad \operatorname{tg}^2 \frac{\zeta}{2} = \operatorname{tg} \frac{\zeta_0}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\zeta_1}{2} \cdot \frac{1 + k \operatorname{sn}(\rho t + K)}{1 - k \operatorname{sn}(\rho t + K)}.$$

Cette relation, commode pour le calcul numérique de ζ, fait voir en outre qu'à l'instant où l'on a

$$\rho t = K, \qquad \text{ou} \qquad t = \frac{K}{\rho},$$

l'angle ζ vérifie l'équation

$$\operatorname{tg} \frac{\zeta}{2} = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\zeta_0}{2} \operatorname{tg} \frac{\zeta_1}{2}},$$

c'est-à-dire que *la tangente de l'angle $\frac{1}{2}\zeta$ est moyenne géométrique entre les tangentes des angles $\frac{1}{2}\zeta_0$ et $\frac{1}{2}\zeta_1$.*

On tire aussi de l'équation (15)

$$\cos\zeta - \cos\zeta_0 = \frac{\sin\alpha\cos\alpha + z\sin\beta\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta + z\sin\beta\cos\alpha} - \cos(\alpha+\beta),$$

ou, après réduction et substitution de la valeur de z en fonction du temps,

$$(21) \quad . \quad . \quad \cos\zeta - \cos\zeta_0 = \sin\zeta_0 \frac{1 - \operatorname{sn}(\rho t + K)}{\cot\beta - \cot\alpha \operatorname{sn}(\rho t + K)}.$$

10. On peut aussi introduire les fonctions de Jacobi. D'après la relation

$$\operatorname{sn}(\rho t + K) = \frac{\operatorname{cn}(\rho t)}{\operatorname{dn}(\rho t)} = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\theta_2(\rho t)}{\theta_3(\rho t)}\text{(*)},$$

il viendra

$$(22) \quad . \quad . \quad . \quad \cos\zeta = \frac{\cos\alpha\,\theta_3(\rho t) - \sqrt{k}\cos\beta\,\theta_2(\rho t)}{\cos\beta\,\theta_3(\rho t) - \sqrt{k}\cos\alpha\,\theta_2(\rho t)}.$$

Nous ferons encore remarquer les relations suivantes:

$$\frac{1-z}{1+z} = \frac{1 - \operatorname{sn}(\rho t - K)}{1 + \operatorname{sn}(\rho t - K)} = \frac{\operatorname{cn}^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\operatorname{dn}^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}{k'^2 \operatorname{sn}^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)} = \frac{\theta_2^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}{\theta^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}.$$

De cette équation, combinée avec la relation ci-dessus

$$\frac{\cos\zeta_1 - \cos\zeta}{\cos\zeta - \cos\zeta_0} = \frac{\sin\zeta_1}{\sin\zeta_0}\,\frac{1-z}{1+z},$$

(*) Les fonctions θ, θ_1, θ_2, θ_3 sont respectivement les fonctions Θ, H, H_1, Θ_1, de Jacobi

on déduira facilement

$$(23).\quad \cos\zeta = \frac{\sin\zeta_0\cos\zeta_1\,\theta^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{\rho t}{2}\right) + \sin\zeta_1\cos\zeta_0\,\theta_2^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}{\sin\zeta_0\,\theta^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{\rho t}{2}\right) + \sin\zeta_1\,\theta_2^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}.$$

Si l'on considère le cas de $f=1$ comme un cas-limite relativement au précédent, on voit immédiatement que $f=1$ donne $\zeta_1=0$, $k=1$, et par suite

$$K=\int_0^{+1}\frac{dz}{1-z^2}$$

devient infini, ce qui montre bien que la position OZ′ est une position asymptotique pour le pendule OM.

11. *Cas* I, *c*). C'est celui dans lequel on a

$$f=\frac{2g}{\omega'^2 r}-\cos\zeta_0>1,$$

et où, comme on l'a vu, l'angle ζ varie indéfiniment entre $+\zeta_0$ et $-\zeta_0$ en passant par zéro; $\cos\zeta$ est donc toujours compris entre $\cos\zeta_0$ et $+1$. L'équation (11′) donne, ζ' étant d'abord négatif,

$$\omega' dt = -\frac{d\zeta}{\sqrt{(\cos\zeta-\cos\zeta_0)(f-\cos\zeta)}},$$

ou, en posant $x=\cos\zeta$,

$$\omega' dt = \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x+1)(x-\cos\zeta_0)(x-f)}}.$$

Les racines du polynôme en x sont, rangées par ordre de grandeur,

$$-1<\cos\zeta_0<1<f,$$

et la transformation de Richelot donnera, z désignant une variable croissant d'abord avec t et toujours comprise entre -1 et $+1$,

$$\frac{1-k}{1+k}=\sqrt{\frac{(f-1)(1+\cos\zeta_0)}{2(f-\cos\zeta_0)}}=\cos\frac{\zeta_0}{2}\sqrt{\frac{f-1}{f-\cos\zeta_0}},$$

$$\frac{1-x}{x-\cos\zeta_0}=\frac{1}{\cos\frac{\zeta_0}{2}}\sqrt{\frac{f-1}{f-\cos\zeta_0}}\,\frac{1-z}{1+z},$$

$$\omega' dt=\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{(1-\cos\zeta_0)(1+f)}}\,\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}.$$

Pour simplifier, nous ferons

$$\frac{\zeta_0}{2}=\alpha,\qquad \frac{f-1}{f-\cos\zeta_0}=\cos^2\beta,$$

ce qui est permis, puisque le premier membre de cette dernière égalité est compris entre zéro et l'unité. Il viendra ainsi

$$\frac{1-k}{1+k}=\cos\alpha\cos\beta,$$

$$\frac{1-x}{x-\cos\zeta_0}=\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\,\frac{1-z}{1+z},$$

d'où enfin

$$(24)\quad\ldots\ldots\quad k=\frac{1-\cos\alpha\cos\beta}{1+\cos\alpha\cos\beta},$$

$$(25)\quad x=\cos\zeta=\frac{(1+z)\cos\alpha+(1-z)\cos\beta\cos 2\alpha}{(1+z)\cos\alpha+(1-z)\cos\beta}.$$

On tire sans peine, de cette dernière équation,

$$(26)\quad\left\{\begin{aligned}\sin^2\frac{\zeta}{2}&=\sin^2\alpha\cos\beta\frac{1-z}{(1+z)\cos\alpha+(1-z)\cos\beta},\\ \cos\zeta-\cos\zeta_0&=\sin\alpha\sin 2\alpha\frac{1+z}{(1+z)\cos\alpha+(1-z)\cos\beta}.\end{aligned}\right.$$

Posons, d'autre part,

$$\rho = \frac{\omega'}{2}\sqrt{\frac{(1-\cos\zeta_0)(1+f)}{k}},$$

ce qui, à cause des relations

$$1-\cos\zeta_0 = 2\sin^2\alpha$$
$$\frac{1+f}{2} = \frac{1-\cos^2\alpha\cos^2\beta}{\sin^2\beta},$$

peut s'écrire aussi

(27). . . . . $$\rho = \frac{\omega'\sin\alpha}{\sin\beta}(1+\cos\alpha\cos\beta).$$

L'équation différentielle du mouvement deviendra

$$\rho dt = \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

et l'on aura, en intégrant et observant que $t=0$ donne $\zeta=\zeta_0$ et $z=-1$,

(28) . . . . $$z = \mathrm{sn}(\rho t - \mathrm{K}) = -\mathrm{sn}(\rho t + \mathrm{K}).$$

Cette valeur de z, substituée dans les équations (25) et (26), les transformera comme il suit :

(29) $$\begin{cases} \cos\zeta = \dfrac{\cos\alpha + \cos\beta\cos 2\alpha - (\cos\alpha - \cos\beta\cos 2\alpha)\,\mathrm{sn}(\rho t+\mathrm{K})}{(\cos\alpha+\cos\beta)-(\cos\alpha-\cos\beta)\,\mathrm{sn}(\rho t+\mathrm{K})}; \\ \sin^2\dfrac{\zeta}{2} = \sin^2\alpha\cos\beta\,\dfrac{1+\mathrm{sn}(\rho t+\mathrm{K})}{(\cos\alpha+\cos\beta)-(\cos\alpha-\cos\beta)\,\mathrm{sn}(\rho t+\mathrm{K})}; \\ \cos\zeta - \cos\zeta_0 = \sin\alpha\sin 2\alpha\,\dfrac{1-\mathrm{sn}(\rho t+\mathrm{K})}{(\cos\alpha+\cos\beta)-(\cos\alpha-\cos\beta)\,\mathrm{sn}(\rho t+\mathrm{K})}; \end{cases}$$

La deuxième des équations (29) est commode pour la discussion. Elle montre que, pour

$$t=0,\quad t=\frac{2K}{p},\quad t=\frac{4K}{p},\ldots$$

on a successivement

$$\zeta=\zeta_0,\qquad \zeta=0,\qquad \zeta=-\zeta_0,\ \ldots;$$

la durée d'une oscillation complète du pendule est donnée par la formule

$$(30)\quad \ldots\quad \tau=\frac{8K}{p}=\frac{8K\sin\beta}{\omega'\sin\alpha(1+\cos\alpha\cos\beta)}.$$

12. La loi du mouvement peut être présentée sous une forme plus élégante, au moyen de la relation rappelée plus haut

$$\frac{1-z}{1+z}=\frac{1-\mathrm{sn}(pt-K)}{1+\mathrm{sn}(pt-K)}=\frac{\theta_2^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{pt}{2}\right)}{\theta^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{pt}{2}\right)}.$$

Les expressions (26) s'écrivent alors comme il suit :

$$(31)\quad \left\{\begin{aligned}
&\sin^2\frac{\zeta}{2}=\sin^2\alpha\cos\beta\,\frac{\theta_2^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{pt}{2}\right)}{\cos\alpha\,\theta^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{pt}{2}\right)+\cos\beta\,\theta_2^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{pt}{2}\right)},\\
&\cos\zeta-\cos\zeta_0=\sin\alpha\sin 2\alpha\,\frac{\theta^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{pt}{2}\right)}{\cos\alpha\,\theta^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{pt}{2}\right)+\cos\beta\,\theta_2^2\left(\frac{pt}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{pt}{2}\right)}.
\end{aligned}\right.$$

L'angle ζ est donc ainsi exprimé en fonction explicite du temps sous des formes variées.

18. IIIme *cas*. Nous avons ici

$$f < \cos \zeta_0,$$

et l'angle ζ_0 est compris entre zéro et l'angle E défini par l'équation (10). Nous avons établi que, dans ce cas, ζ varie entre ζ_0 et une limite supérieure ζ_1 dont le cosinus est égal à f. L'équation (13) devient

$$\omega' dt = \frac{d\zeta}{\sqrt{(\cos\zeta - \cos\zeta_0)(\cos\zeta_1 - \cos\zeta)}}$$

$$= -\frac{dx}{\sqrt{(x+1)(x-\cos\zeta_1)(x-\cos\zeta_0)(x-1)}},$$

x désignant toujours $\cos\zeta$. Un calcul tout semblable à celui du cas (I, a), dans lequel on posera

$$\frac{\zeta_1 + \zeta_0}{2} = \alpha, \quad \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{2} = \beta,$$

donnera

$$\frac{1-k}{1+k} = \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\zeta_0}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\zeta_1}, \quad \text{d'où} \quad k = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha},$$

puis

$$\frac{x - \cos\zeta_1}{\cos\zeta_0 - x} = \frac{\sin\zeta_1}{\sin\zeta_0}\cdot\frac{1-z}{1+z},$$

d'où

$$x = \cos\zeta = \frac{\sin\alpha\cos\alpha - z\sin\beta\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta - z\sin\beta\cos\alpha}.$$

D'autre part, en posant

$$\rho = \omega' \sin\alpha,$$

on transformera l'égalité ci-dessus par la substitution de z à x, en celle-ci

$$\rho dt = \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

et comme $t=0$ donne $x=\cos\zeta_0$ et $z=-1$, on aura

$$z = \operatorname{sn}(\rho t - \mathrm{K}) = -\operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K}).$$

Portant cette valeur de z dans l'équation ci-dessus, on trouvera

$$(32) \quad . \quad . \quad \cos\zeta = \frac{\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta\operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K})}{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha\operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K})}.$$

On peut aussi, comme nous l'avons fait aux nos 9 et 10, donner à cette équation les formes suivantes :

$$(33). \quad . \quad . \quad . \quad \operatorname{tg}^2\frac{\zeta}{2} = \operatorname{tg}\frac{\zeta_0}{2}\operatorname{tg}\frac{\zeta_1}{2}\,\frac{1 - k\operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K})}{1 + k\operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K})},$$

$$(34) \quad . \quad . \quad \cos\zeta - \cos\zeta_0 = -\sin\zeta_0\,\frac{1 - \operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K})}{\cot\beta + \cot\alpha\operatorname{sn}(\rho t + \mathrm{K})},$$

$$(35) \quad . \quad . \quad . \quad \cos\zeta = \frac{\cos\alpha\,\theta_3(\rho t) + \sqrt{k}\cos\beta\,\theta_2(\rho t)}{\cos\beta\,\theta_3(\rho t) + \sqrt{k}\cos\alpha\,\theta_2(\rho t)},$$

$$(36). \quad . \quad \cos\zeta = \frac{\sin\zeta_0\cos\zeta_1\,\theta^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{\rho t}{2}\right) + \sin\zeta_1\cos\zeta_0\,\theta_2^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}{\sin\zeta_0\,\theta^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_1^2\left(\frac{\rho t}{2}\right) + \sin\zeta_1\,\theta_2^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)\theta_3^2\left(\frac{\rho t}{2}\right)}.$$

La durée d'une oscillation complète du pendule sera

$$\tau = \frac{4\mathrm{K}}{\rho} = \frac{4\mathrm{K}}{\omega'\sin\alpha}.$$

Il existe une analogie évidente entre les solutions dans le cas (I, a) et dans le cas III.

§ IV.

14. Problème II. — *On a un gyroscope* (fig. 3 et 4) *composé d'un disque ou tore* D, *d'un anneau intérieur* I, *d'un anneau extérieur* E. *L'anneau* E *est maintenu en mouvement de rotation uniforme autour de son diamètre* ZOZ′, *avec une vitesse angulaire* ω. *L'anneau* I *peut pivoter librement autour de son diamètre* X_1OX_2, *perpendiculaire à* ZOZ′; *le disque* D *a reçu, à l'instant initial, une rotation autour de son axe de figure* Oζ *maintenu immobile, ainsi que l'anneau* I, *par rapport à l'anneau* E. *On demande de déterminer le mouvement relatif du système* (D, I) *par rapport à l'anneau extérieur.*

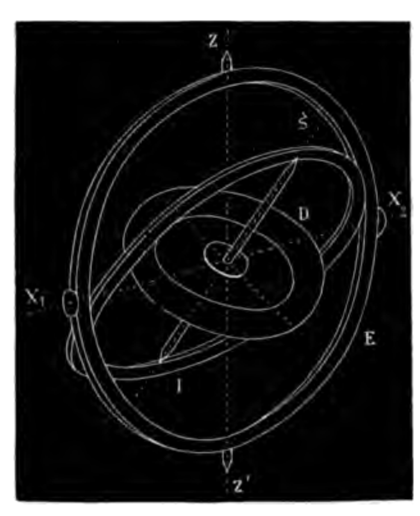


Fig. 3.

L'axe Oζ est porté par l'anneau I dont il forme un diamètre perpendiculaire à X_1OX_2; de même, l'anneau I repose sur des pivots supportés par l'anneau E, et le diamètre X_1OX_2 est la ligne passant par ces pivots. Les axes de rotation ZOZ′, X_1OX_2 et Oζ se coupent en un même point fixe O, centre de gravité commun des trois corps, qui sont supposés de révolution, D autour de Oζ, I autour de OY_1 perpendiculaire à Oζ et

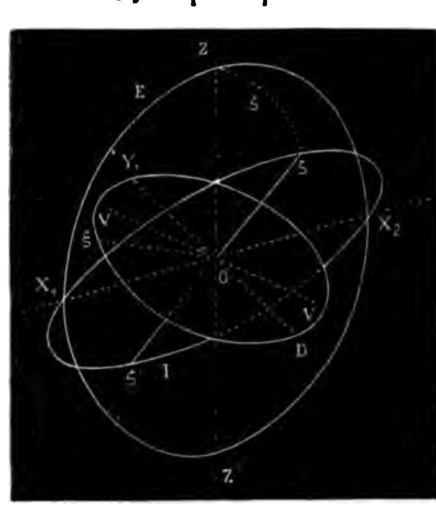


Fig 4.

à OX_1, E autour de OV perpendiculaire à OX_1 et à OZ. Pour chacun des trois corps D, I, E, nous appelons *équateur* le plan mené par le point O normalement à l'axe de révolution; ***moment d'inertie axial*** (C, ou C_1, ou C_2) le moment d'inertie relatif à l'axe de révolution; *moment d'inertie équatorial* (A, ou A_1, ou A_2) celui qui se rapporte à un rayon quelconque de l'équateur. Le système de comparaison auquel se rapportent les mouvements relatifs est ici le système rectangulaire OX_1VZ tournant autour de ZOZ'; le corps mobile S se compose du disque D et de l'anneau I.

Nous appelons ζ l'angle $ZO\zeta$ que fait l'axe de figure du tore avec la droite fixe OZ, compté positivement de gauche à droite par rapport à OX_1; φ l'angle que fait un rayon mobile $O\xi$ de l'équateur du tore avec la trace OX_1, angle compté positivement dans le sens $X_1 Y_1$ ou de gauche à droite par rapport à $O\zeta$; *n* la rotation initiale du tore, prise avec le signe + ou — suivant le sens de cette rotation par rapport à $O\zeta$.

Nous appliquons les équations (2), (3), (4), (5), (6). Les composantes de la rotation *apparente* du disque suivant OX_1, OY_1, $O\zeta$ sont respectivement égales à ζ', 0, φ'; on a donc, d'après des théorèmes de mécanique bien connus, pour le tore

$$T = \frac{1}{2}(A\zeta'^2 + C\varphi'^2),$$

$$G = \frac{\omega^2}{2}(A \sin^2\zeta + C \cos^2\zeta),$$

$$V = \omega(A\zeta' \cos \overline{X_1Z} + C\varphi' \cos \overline{\zeta Z}) = C\omega\varphi' \cos\zeta;$$

et pour l'anneau intérieur, dont le mouvement relatif se réduit à une rotation ζ' autour de l'axe OX_1,

$$T = \frac{1}{2}A_1\zeta'^2, \qquad G = \frac{\omega^2}{2}(A_1 \cos^2\zeta + C_1 \sin^2\zeta), \qquad V = 0.$$

On a donc, pour l'ensemble des deux corps D, I, en vertu de l'égalité (4),

$$T_2 = \frac{1}{2}(A + A_1)\zeta'^2 + \frac{1}{2}C\varphi'^2 + C\omega\varphi'\cos\zeta + \frac{\omega^2}{2}\left[(A + C_1)\sin^2\zeta + (C + A_1)\cos^2\zeta\right],$$

ou, en posant pour abréger,

$$A + A_1 = a, \qquad A + C_1 - A_1 = b,$$

$$(37). \quad T_2 = \frac{1}{2}a\zeta'^2 + \frac{1}{2}C(\varphi' + \omega\cos\zeta)^2 + \frac{\omega^2}{2}(A_1 + b\sin^2\zeta).$$

Le centre de gravité des corps D, I étant fixe, il n'y a pas de force motrice, U est donc nul, et d'autre part, K est nul aussi (n° 2). L'équation (2) se réduit donc ici à

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_2}{\partial q'} - \frac{\partial T_2}{\partial q} = 0,$$

ou, en prenant successivement $q = \varphi$, ζ et remplaçant T_2 par sa valeur (37),

$$\frac{d}{dt}(\varphi' + \omega\cos\zeta) = 0,$$

$$a\frac{d\zeta'}{dt} + C(\varphi' + \omega\cos\zeta)\omega\sin\zeta - \omega^2 b\sin\zeta\cos\zeta = 0.$$

La première de ces équations s'intègre immédiatement et donne, l_1 désignant une constante,

$$\varphi' + \omega\cos\zeta = l_1$$

ou

$$\varphi' = l_1 - \omega\cos\zeta,$$

et la valeur de l_1, déterminée par les données initiales, sera

$$l_1 = n + \omega\cos\zeta_0,$$

puisque l'on a supposé $\zeta'_0 = 0$. φ est donc déterminé par l'équation

$$(38) \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \varphi' = n - \omega(\cos\zeta - \cos\zeta_0),$$

et l'élimination de $\varphi' + \omega\cos\zeta$ dans la seconde des équations du mouvement donnera

$$(39) \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad a\frac{d\zeta'}{dt} = \omega^2 b \sin\zeta\cos\zeta - Cl_1\omega\sin\zeta.$$

Intégrons cette équation, déterminons la constante par la condition $\zeta'_1 = 0$, nous aurons

$$(40) \quad . \quad . \qquad a\frac{d\zeta^2}{dt^2} = 2Cl_1\omega(\cos\zeta - \cos\zeta_0) - \omega^2 b(\cos^2\zeta - \cos^2\zeta_0),$$

ce que nous écrirons aussi sous la forme

$$(41) \quad . \quad . \qquad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{\omega^2 b}{a}(\cos\zeta - \cos\zeta_0)\left(\frac{2Cl_1}{\omega b} - \cos\zeta_0 - \cos\zeta\right).$$

15. L'équation (39) fournit immédiatement les conditions pour que, ζ'_0 étant supposé nul, l'axe $O\zeta$ du tore garde une inclinaison constante ζ_0 sur la droite OZ.

Il faut et il suffit, pour cela, que l'on ait

$$\left(\frac{d\zeta'}{dt}\right)_0 = 0,$$

d'où

$$\omega\sin\zeta_0(Cl_1 - \omega b\cos\zeta_0) = 0.$$

Cette équation ne peut être vérifiée que de deux manières :

1° Soit en posant $\sin\zeta_0 = 0$, c'est-à-dire $\zeta_0 = 0$ ou π, et alors l'axe du disque coïncide, dans sa position initiale, avec l'axe de rotation OZ ou avec son prolongement. Il est clair, en effet, que dans ces conditions l'axe $O\zeta$ ne prendrait aucun mouvement par rapport à l'anneau E;

2° Soit en posant

$$Cl_1 - \omega b \cos \zeta_0 = 0,$$

ou, d'après la valeur de l_1,

$$(42) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad n = \frac{b - C}{C} \omega \cos \zeta_0 = \nu.$$

Si donc ζ_0 est donné, il suffira d'imprimer au tore une vitesse initiale de rotation égale à ν, pour que son axe garde une inclinaison constante sur OZ.

Il suit d'ailleurs de l'équation (38) que si ζ est constant, φ' reste constant et égal à n; *la vitesse relative de rotation du disque restera donc invariable.*

Il suit encore de l'équation (42) que si le tore n'a reçu aucune rotation initiale ($n = 0$), il ne restera cependant pas en repos, *généralement*, par rapport à l'anneau E. Pour que l'équation (42) soit vérifiée par $\nu = 0$, il faut que $\cos \zeta_0$ soit nul, ce qui place l'axe $O\zeta$ du disque à angle droit sur l'axe OZ, à l'époque $t = 0$; ou bien, que l'on ait

$$b - C = 0,$$

c'est-à-dire

$$C - A = C_1 - A_1.$$

Cette condition peut évidemment être réalisée par une construction convenable du gyroscope (*), et, dans ce cas, l'équation (42) donnera $\nu = 0$ quel que soit ζ_0; de plus, φ' sera constamment nul. On peut donc énoncer cette propriété :

Quand l'excès du moment d'inertie axial sur le moment

(*) Si, par exemple, D était un disque cylindrique de rayon R et d'épaisseur h; I un anneau cylindrique d'épaisseur h_1, dont les rayons interne et externe seraient représentés par R_1 et R_2, cette condition reviendrait à celle-ci :

$$R^2 h \left(\frac{R^2}{4} - \frac{h^2}{3}\right) = h_1 (R_2^2 - R_1^2) \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{4} - \frac{h_1^2}{3}\right),$$

ou, approximativement,

$$R^4 = R_2^4 - R_1^4.$$

d'inertie équatorial a la même valeur dans le tore et dans l'anneau intérieur, si le tore est en repos relatif à l'instant initial, il y restera indéfiniment, quelle que soit l'inclinaison initiale de son axe de figure sur l'axe de rotation du système de comparaison.

16. Développons maintenant les conséquences de l'équation (41).

Pour identifier cette équation avec l'égalité (11), il suffit évidemment de poser

$$\omega'^2 = \frac{\omega^2 b}{a}, \qquad \frac{g}{r} = \frac{Cl_1\omega}{a},$$

d'où l'on tire

$$(43) \quad . \; . \; . \; . \quad \omega' = \omega\sqrt{\frac{b}{a}}, \qquad r = \frac{ga}{C\omega l_1},$$

ou, si l'on a égard aux valeurs des quantités a, b, l_1,

$$\omega' = \omega\sqrt{\frac{A + C_1 - A_1}{A + A_1}}, \qquad r = \frac{g(A + A_1)}{C\omega(n + \omega\cos\zeta_0)}.$$

Dans les gyroscopes tels qu'ils sont habituellement construits, $A + C_1 - A_1$ a une valeur nécessairement positive et ω' est réel. En vertu des formules (43), le problème actuel est donc ramené à celui du n° 5, et l'on peut énoncer ce théorème remarquable :

Lorsque l'anneau extérieur du gyroscope tourne uniformément autour d'un diamètre OZ, et que le disque a reçu une rotation initiale autour de son axe de figure maintenu en repos par rapport à cet anneau, l'axe de figure du disque oscille, par rapport à l'axe OZ, comme le ferait par rapport à la verticale de son point de suspension un pendule simple, dont le plan d'oscillation tournerait uniformément autour de cette verticale, la vitesse angulaire ω' de la rotation du plan et la longueur r du pendule étant données par les égalités (43).

Si la masse de l'anneau intérieur était négligeable, on aurait $\omega' = \omega$.

On voit qu'il reste simplement à appliquer ici les formules trouvées précédemment pour le mouvement du pendule, ce qui n'offre aucune difficulté. Nous pouvons d'ailleurs supposer ω positif, cela revient à prendre la direction OZ du côté pour lequel la rotation de l'anneau E serait vue se faisant de gauche à droite. Nous supposerons aussi $\zeta_0 < 90°$, puisque l'on choisit à volonté le *sens* dans lequel est dirigé l'axe de figure $O\zeta$.

17. Considérons d'abord la valeur de r, qui donne lieu à trois hypothèses distinctes :

$$\text{A)} \quad n + \omega \cos \zeta_0 > 0;$$
$$\text{B)} \quad n + \omega \cos \zeta_0 < 0;$$
$$\text{C)} \quad n + \omega \cos \zeta_0 = 0.$$

Dans l'hypothèse A), r est positif; la solution développée dans les §§ II et III s'applique sans modification. D'après ce que nous avons dit au n° 5, nous avons à considérer trois cas, suivant que

$$f - \cos \zeta_0 = 2\left(\frac{Cl_1}{\omega b} - \cos \zeta_0\right)$$

est > 0, $= 0$, ou < 0, ce qui revient, par la substitution de la valeur de l_1, à considérer ces trois cas :

$$\text{I)} \quad n > \frac{b-C}{C} \omega \cos \zeta_0;$$

$$\text{II)} \quad n = \frac{b-C}{C} \omega \cos \zeta_0;$$

$$\text{III)} \quad n < \frac{b-C}{C} \omega \cos \zeta_0.$$

On remarquera que le second membre de ces inégalités n'est autre chose que la vitesse angulaire ν qui répond à l'équilibre

relatif de l'axe Oζ. De plus, le cas I) comporte trois hypothèses subsidiaires *a*), *b*), *c*), selon que l'on a

$$f < 1, \quad = 1, \quad \text{ou} \quad > 1,$$

ou, sous une autre forme,

$$a) \quad n < \frac{\omega}{C}\left(b \cos^2 \frac{\zeta_0}{2} - C \cos \zeta_0\right),$$

$$b) \quad n = \frac{\omega}{C}\left(b \cos^2 \frac{\zeta_0}{2} - C \cos \zeta_0\right),$$

$$c) \quad n > \frac{\omega}{C}\left(b \cos^2 \frac{\zeta_0}{2} - C \cos \zeta_0\right).$$

Cas I, *a*).

$$n > \frac{b - C}{C} \omega \cos \zeta_0, \qquad n < \frac{\omega}{C}\left(b \cos^2 \frac{\zeta_0}{2} - C \cos \zeta_0\right).$$

L'axe Oζ du gyroscope oscille en s'approchant et s'éloignant alternativement de la direction OZ sans l'atteindre, l'angle ζ variant entre une limite supérieure ζ_0 et une limite inférieure ζ_1 donnée par l'équation

$$\cos \zeta_1 = \frac{2Cl_1}{\omega b} - \cos \zeta_0.$$

L'angle ζ s'exprime en fonction du temps par les équations (19), (20) et (22), dans lesquelles on fera

$$\alpha = \frac{\zeta_0 + \zeta_1}{2}, \qquad \beta = \frac{\zeta_0 - \zeta_1}{2},$$

$$k = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \qquad \rho = \omega \sqrt{\frac{b}{a}} \sin \alpha.$$

La durée d'une oscillation complète de l'axe Oζ sera

$$\tau = \frac{4K}{\rho} = \frac{4K}{\omega \sin \alpha} \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

Cas I, *b*). C'est un cas-limite du précédent. L'axe $O\zeta$ s'approche indéfiniment de OZ sans atteindre jamais cette position limite.

Cas I, *c*).

$$n > \frac{b - C}{C}\omega \cos\zeta_0, \qquad n > \frac{\omega}{c}\left(b\cos^2\frac{\zeta_0}{2} - C\cos\zeta_0\right).$$

L'angle ζ varie entre les valeurs extrêmes $+\zeta_0$ et $-\zeta_0$, de sorte que *l'axe de figure du tore oscille également de part et d'autre de la position* OZ, *et périodiquement*. L'angle ζ est exprimé en fonction de t par les équations (29), dans lesquelles on a

$$\alpha = \frac{\zeta_0}{2}, \qquad \sin\beta = \sin\tfrac{1}{2}\zeta_0 \sqrt{\frac{\omega b}{Cn + (C - b)\omega\cos\zeta_0}},$$

$$k = \frac{1 - \cos\alpha\cos\beta}{1 + \cos\alpha\cos\beta}, \qquad \rho = \omega\sqrt{\frac{b}{a}\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}}(1 + \cos\alpha\cos\beta).$$

La durée de l'oscillation complète de l'axe $O\zeta$ sera

$$\tau = \frac{8K}{\rho}.$$

18. L'hypothèse II) correspond, d'après ce que l'on a vu au n° 15, à l'équilibre relatif de l'axe $O\zeta$; ζ est ici constant et égal à ζ_0, φ' est constant et égal à n.

Enfin, le cas III) se rapporte, dans le mouvement du pendule, au cas que nous avons discuté au n° 13. *L'axe* $O\zeta$ *oscille encore en restant toujours du même côté de* OZ, *mais en s'éloignant d'abord, puis se rapprochant périodiquement de* OZ. L'angle ζ varie entre son *minimum* ζ_0 et son *maximum* ζ_1 déterminé par l'équation

$$\cos\zeta_1 = \frac{2Cl_1}{\omega b} - \cos\zeta_0$$

Le mouvement de l'axe est représenté par les formules (32) à (36), et la durée d'une oscillation a pour valeur

$$\tau = \frac{4K}{\omega \sin \alpha} \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

Nous aurions maintenant à examiner l'hypothèse B), qui donne pour r une valeur négative. Mais nous avons expliqué au n° 3 que la supposition d'une valeur négative de r dans le problème du pendule répond à un renversement dans le sens de la pesanteur, en sorte qu'il suffira, dans tout ce qui précède, de remplacer OZ par OZ′ ou de compter l'angle ζ à partir de OZ′ pour retomber sur les mêmes formules. La discussion est donc inutile, et le problème, dans l'hypothèse B), sera résolu par cette seule modification.

19. Reste enfin l'hypothèse C) où l'on a

$$n + \omega \cos \zeta_0 = 0, \qquad n = -\omega \cos \zeta_0.$$

La vitesse initiale absolue du tore a donc une composante nulle suivant l'axe Oζ. Dans ce cas intéressant, l'équation (40) se réduit à la forme

$$(44) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{\omega^2 b}{a} (\cos^2 \zeta_0 - \cos^2 \zeta).$$

Il en résulte évidemment que $\cos^2 \zeta$ est toujours plus petit que $\cos^2 \zeta_0$, de sorte que ζ varie entre les limites extrêmes ζ_0 et $\pi - \zeta_0$. Donc

L'axe Oζ *exécute des oscillations d'égale amplitude et d'égale durée de part et d'autre de la perpendiculaire* OV′ *à* OZ. Pour exprimer l'angle ζ en fonction du temps, nous poserons

$$\frac{b}{a} = \mu,$$

d'où nous tirerons, suivant que ζ_0 est $<$ ou $> \frac{\pi}{2}$,

$$\omega \sqrt{\mu} . dt = \pm \frac{d\zeta}{\sqrt{\cos^2 \zeta_0 - \cos^2 \zeta}}.$$

Si nous faisons ensuite

$$\cos\zeta = x\cos\zeta_0, \qquad k^2 = \cos^2\zeta_0,$$

x variera entre -1 et $+1$, et la substitution donnera

$$\omega\sqrt{\mu}\,dt = -\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}},$$

d'où l'on tire, en intégrant et observant que pour $t=0$ on a $\zeta=\zeta_0$ et $x=1$,

$$\omega\sqrt{\mu}.t = \int_x^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = \mathrm{K} - \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}},$$

d'où, enfin,

(45). . . $x = \mathrm{sn}\,(\mathrm{K} - \omega t\sqrt{\mu}) = \mathrm{sn}\,(\omega t\sqrt{\mu} + \mathrm{K}),$

ou, si l'on fait usage des fonctions θ,

$$\cos\zeta = \frac{\cos\zeta_0}{\sqrt{k}}\,\frac{\theta_2(\omega t\sqrt{\mu})}{\theta_3(\omega t\sqrt{\mu})},$$

ou enfin, à cause de la relation entre k et ζ_0,

(46) . . . . . $\cos\zeta = \pm\sqrt{k}\,\dfrac{\theta_2(\omega t\sqrt{\mu})}{\theta_3(\omega t\sqrt{\mu})},$

le signe + se rapportant au cas où $\cos\zeta_0$ est positif, le signe — au cas où il est négatif.

Il suit de la formule (45) que $\cos\zeta$, égal à $\cos\zeta_0$ pour $t=0$, devient nul pour $\omega t\sqrt{\mu} = \mathrm{K}$, ou

$$t = \frac{\mathrm{K}}{\omega\sqrt{\mu}};$$

puis égal à $-\cos\zeta_0$ pour

$$t = \frac{2\mathrm{K}}{\omega\sqrt{\mu}},$$

et ainsi de suite; et que la durée d'une oscillation entière de l'axe du tore est

$$\tau = \frac{4K}{\sqrt{\mu}}.$$

20. Il est encore un cas particulier qui mérite d'être signalé. Dans la construction ordinaire du gyroscope, la quantité

$$b = A + C_1 - A_1$$

est positive; mais on pourrait cependant, par une disposition exceptionnelle, réaliser la condition

$$b = 0, \qquad \text{ou} \qquad A + C_1 - A_1 = 0\ (*).$$

Dans ce cas, l'équation (40) se réduirait à

$$\frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{2Cl_1\omega}{a}(\cos\zeta - \cos\zeta_0),$$

c'est-à-dire à l'équation ordinaire du mouvement du pendule simple. La longueur r du pendule synchrone serait

$$r = \frac{ga}{Cl_1\omega} = \frac{ga}{C\omega(n + \omega\cos\zeta_0)},$$

la même, par conséquent, que celle de la formule (43) qui se rapporte au cas général. Mais il n'y aurait plus, dans ce cas-ci, de rotation du plan d'oscillation du pendule.

Dans cette hypothèse toute particulière, *le mouvement d'oscillation de l'axe du gyroscope serait donc un simple mouvement pendulaire ordinaire.*

(*) Il suffirait pour cela que le disque fût un cylindre massif de rayon R et d'épaisseur $2h$; l'anneau intérieur un tube cylindrique de hauteur $2h'$, dont les rayons intérieur et extérieur seraient R' et R'', et que l'on eût entre ces éléments la relation

$$R^2 h\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{3}\right) = h'(R''^2 - R'^2)\left(\frac{h'^2}{3} - \frac{R'^2 + R''^2}{4}\right),$$

avec la condition

$$R'' > R' > R.$$

On trouvera toujours une valeur de h' propre à vérifier cette équation.

§ V.

(*Suite.*) ROTATION DU TORE DANS SON PLAN.

21. Il nous reste, pour achever la détermination du mouvement du disque, à trouver l'expression de l'angle φ en fonction du temps. Pour cela, nous reprenons l'équation (38), nous multiplions les deux membres par dt, et en intégrant entre 0 et t, nous trouverons, φ_0 étant la valeur initiale de φ,

$$\varphi = \varphi_0 + nt - \omega \int_0^t (\cos\zeta - \cos\zeta_0)\, dt,$$

ou, si nous posons

$$u = \rho t + \mathrm{K}$$

et si nous observons que $t = 0$ donne $u = \mathrm{K}$,

$$(47)\quad . \quad . \quad . \quad \varphi = \varphi_0 + nt - \frac{\omega}{\rho} \int_{\mathrm{K}}^{u} (\cos\zeta - \cos\zeta_0)\, du.$$

On remplacera $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ par sa valeur, donnée, suivant le cas, par l'une des égalités (21), (29) ou (34), et l'on effectuera l'intégration. Mais, pour cela, nous devrons faire usage de certaines formules de la théorie des fonctions elliptiques que nous allons d'abord établir d'une manière générale, parce qu'elles nous seront souvent utiles par la suite.

Soit à trouver la valeur de l'intégrale

$$\int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{\alpha + \beta \operatorname{sn} u}{\gamma + \delta \operatorname{sn} u}\, du,$$

α, β, γ, δ étant des constantes données quelconques.

On a identiquement

$$\frac{\alpha + \beta \operatorname{sn} u}{\gamma + \delta \operatorname{sn} u} = \frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\gamma}\, \frac{\delta \operatorname{sn}^2 u}{\gamma^2 - \delta^2 \operatorname{sn}^2 u} - (\alpha\delta - \beta\gamma)\, \frac{\operatorname{sn} u}{\gamma^2 - \delta^2 \operatorname{sn}^2 u}.$$

Multiplions toute l'équation par du et intégrons depuis $u = \mathrm{K}$ jusqu'à u; posons en outre, k désignant le module de la fonction elliptique sn u,

$$\frac{\delta}{\gamma} = k \operatorname{sn} a,$$

l'*argument* a étant déterminé par cette équation. Il viendra

$$(48)\left\{\begin{aligned} \int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{\alpha+\beta \operatorname{sn} u}{\gamma+\delta \operatorname{sn} u} du = \frac{\alpha}{\gamma}(u-\mathrm{K}) + \frac{\alpha\delta-\beta\gamma}{\gamma}\int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{k \operatorname{sn} a \operatorname{sn}^2 u}{1-k^2 \operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 u} du \\ - \frac{\alpha\delta-\beta\gamma}{\gamma^2}\int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{\operatorname{sn} u\, du}{1-k^2 \operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 u}. \end{aligned}\right.$$

Mais une formule très connue de la théorie des fonctions elliptiques donne d'abord

$$\int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{k \operatorname{sn} a \operatorname{sn}^2 u \; du}{1-k^2 \operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 u} = \frac{1}{k \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a}\left[\frac{\theta'(a)}{\theta(a)}(u-\mathrm{K}) + \frac{1}{2}\,\mathrm{l.}\,\frac{\theta(u-a)}{\theta(u+a)}\right],$$

le logarithme népérien l. étant d'ailleurs supposé s'annuler en même temps que u. Pour obtenir la valeur de l'autre intégrale, posons

$$a = a_1 + \mathrm{K}, \qquad u = z + \mathrm{K},$$

et observons que

$$\operatorname{sn}(z+\mathrm{K}) = \frac{\operatorname{cn} z}{\operatorname{dn} z}.$$

Il viendra

$$\int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{\operatorname{sn} u\, du}{1-k^2 \operatorname{sn}^2 a \operatorname{sn}^2 u} = \int_{0}^{z} \frac{\operatorname{sn}(z+\mathrm{K})\, dz}{1-k^2 \operatorname{sn}^2(a_1+\mathrm{K}) \operatorname{sn}^2(z+\mathrm{K})}$$

$$= \int_{0}^{z} \frac{\operatorname{dn}^2 a_1 \operatorname{cn} z \operatorname{dn} z\, dz}{\operatorname{dn}^2 a_1 \operatorname{dn}^2 z - k^2 \operatorname{cn}^2 a_1 \operatorname{cn}^2 z} = \frac{\operatorname{dn}^2 a_1}{k'^2}\int_{0}^{z} \frac{\operatorname{cn} z \operatorname{dn} z\, dz}{1-k^2 \operatorname{sn}^2 a_1 \operatorname{sn}^2 z}$$

$$= \frac{\operatorname{dn}^2 a_1}{k'^2}\int_{0}^{z} \frac{d.\operatorname{sn} z}{1-k^2 \operatorname{sn}^2 a_1 \operatorname{sn}^2 z}.$$

Mais on a

$$\frac{d.\,\mathrm{sn}\,z}{1-k^2\,\mathrm{sn}^2\,a_1\,\mathrm{sn}^2 z}=\frac{1}{2}\,\frac{d.\,\mathrm{sn}\,z}{1+k\,\mathrm{sn}\,a_1\,\mathrm{sn}\,z}+\frac{1}{2}\,\frac{d.\,\mathrm{sn}\,z}{1-k\,\mathrm{sn}\,a_1\,\mathrm{sn}\,z},$$

d'où

$$\int_0^z \frac{d.\,\mathrm{sn}\,z}{1-k^2\,\mathrm{sn}^2\,a_1\,\mathrm{sn}^2 z}=\frac{1}{2\,k\,\mathrm{sn}\,a_1}\,\mathrm{l}.\,\frac{1+k\,\mathrm{sn}\,a_1\,\mathrm{sn}\,z}{1-k\,\mathrm{sn}\,a_1\,\mathrm{sn}\,z}.$$

Substituant et mettant pour a_1 et z leurs valeurs, on trouvera facilement

$$(\alpha)\quad \int_K^u \frac{\mathrm{sn}\,u\,du}{1-k^2\,\mathrm{sn}^2 a\,\mathrm{sn}^2 u}=\frac{1}{2\,k\,\mathrm{cn}\,a\,\mathrm{dn}\,a}\,\mathrm{l}.\left[\frac{1-k\,\mathrm{sn}(a+\mathrm{K})\,\mathrm{sn}(u+\mathrm{K})}{1+k\,\mathrm{sn}(a+\mathrm{K})\,\mathrm{sn}(u+\mathrm{K})}\right].$$

Portant ces divers résultats dans l'équation (48), on aura définitivement la formule

$$(49)\left\{\begin{aligned}\int_K^u \frac{\alpha+\beta\,\mathrm{sn}\,u}{\gamma+\delta\,\mathrm{sn}\,u}\,du &=\frac{\alpha}{\gamma}(u-\mathrm{K})+\frac{\alpha\delta-\beta\gamma}{\gamma^2\,k\,\mathrm{cn}\,a\,\mathrm{dn}\,a}\cdot\frac{\theta'(a)}{\theta(a)}(u-\mathrm{K})\\ &+\frac{\alpha\delta-\beta\gamma}{2\gamma^2 k\,\mathrm{cn}\,a\,\mathrm{dn}\,a}\,\mathrm{l}.\left[\frac{\theta(u-a)}{\theta(u+a)}\cdot\frac{1+k\,\mathrm{sn}(a+\mathrm{K})\,\mathrm{sn}(u+\mathrm{K})}{1-k\,\mathrm{sn}(a+\mathrm{K})\,\mathrm{sn}(u+\mathrm{K})}\right].\end{aligned}\right.$$

On se rappellera que l'argument a qui figure dans cette équation est déterminé par la relation

$$\frac{\delta}{\gamma}=k\,\mathrm{sn}\,a.$$

22. Revenons maintenant à l'équation (47), et examinons successivement les différents cas que le problème nous a offerts.

Cas I, a) La valeur de $\cos\zeta-\cos\zeta_0$ nous est ici donnée (voir au n° 17) par l'équation (21), que nous écrirons sous la forme

$$\cos\zeta-\cos\zeta_0=\sin\zeta_0\sin\beta\,\frac{1-\mathrm{sn}\,u}{\cos\beta-k\cos\alpha\,\mathrm{sn}\,u},$$

équation dans laquelle on sait que

$$\alpha = \frac{1}{2}(\zeta_0 + \zeta_1), \qquad \beta = \frac{1}{2}(\zeta_0 - \zeta_1),$$

$$k = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \qquad \rho = \omega \sqrt{\mu} \sin \alpha, \qquad u = \rho t + K.$$

L'équation (47) deviendra donc

$$\varphi = \varphi_0 + nt - \frac{k \sin \zeta_0}{\sqrt{\mu}} \int_K^u \frac{1 - \operatorname{sn} u}{\cos \beta - k \cos \alpha \operatorname{sn} u} du.$$

Il faudra donc, pour appliquer ici la formule (49), y remplacer α, β, γ, δ, respectivement par

$$1, \qquad -1, \qquad \cos \beta, \qquad -k \cos \alpha,$$

et, par suite, poser

$$\alpha\delta - \beta\gamma = \cos \beta - k \cos \alpha = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\sin \zeta_1}{\sin \alpha}.$$

L'argument a est donné par l'équation

$$k \operatorname{sn} a = -\frac{k \cos \alpha}{\cos \beta},$$

ou

$$\operatorname{sn} a = -\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}.$$

Cette valeur est négative, quel que soit le signe de $\cos \zeta_0$, car l'équation

$$\cos \zeta_1 = \frac{2Cl_1}{\omega b} - \cos \zeta_0 = \frac{2C(n + \omega \cos \zeta_0)}{\omega b} - \cos \zeta_0,$$

combinée avec la condition

$$n + \omega \cos \zeta_0 > 0,$$

donne

$$\cos \zeta_0 + \cos \zeta_1 = 2 \cos \alpha \cos \beta > 0,$$

donc $\cos \alpha$ et $\cos \beta$ sont de même signe.

D'autre part, on a

$$\text{cn}^2 a = 1 - \text{sn}^2 a = \frac{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} = \frac{\sin \zeta_0 \sin \zeta_1}{\cos^2 \beta} > 0,$$

d'où il résulte que l'on a $\text{sn}^2 a < 1$, et par suite

$$\text{sn}\, a < 0 \qquad \text{et} \qquad > -1;$$

a est donc réel et compris entre zéro et $-$ K. Nous poserons en conséquence

$$a = -\sigma,$$

σ désignant un argument compris entre 0 et K. Il viendra ensuite

$$\text{dn}^2 a = 1 - k^2 \text{sn}^2 a = 1 - \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta} = \frac{\sin \zeta_0 \sin \zeta_1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta},$$

d'où, puisque a est compris entre 0 et $-$ K,

$$\text{cn}\, a = \frac{\sqrt{\sin \zeta_0 \sin \zeta_1}}{\cos \beta}, \qquad \text{dn}\, a = \frac{\sqrt{\sin \zeta_0 \sin \zeta_1}}{\sin \alpha \cos \beta},$$

et enfin

$$\frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\gamma^2 k \,\text{cn}\, a \,\text{dn}\, a} = \frac{1}{k \sin \zeta_0}.$$

Il suit encore des valeurs de cn a, dn a, que l'on a

$$k \,\text{sn}\,(a + \text{K}) = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \frac{\text{cn}\, a}{\text{dn}\, a} = \sin \beta.$$

Substituant ces divers résultats dans l'équation (49), on en déduira

$$\int_{\text{K}}^{u} \frac{1 - \text{sn}\, u}{\cos \beta - k \cos \alpha \,\text{sn}\, u}\, du = \frac{u - \text{K}}{\cos \beta} + \frac{1}{k \sin \zeta_0} \frac{\theta'(a)}{\theta(a)} (u - \text{K})$$
$$+ \frac{1}{2k \sin \zeta_0} \,\text{l.} \left[\frac{\theta(u - a)}{\theta(u + a)} \cdot \frac{1 + \sin \beta \,\text{sn}\,(u + \text{K})}{1 - \sin \beta \,\text{sn}\,(u + \text{K})}\right],$$

et en substituant dans l'expression de φ, observant que l'on a

$$u - K = \rho t, \qquad \rho = \omega\sqrt{\mu}\sin\alpha, \qquad \theta'(-\sigma) = -\theta'(\sigma),$$
$$\theta(z + K) = \theta_3(z),$$

on trouvera enfin

$$(50). \ . \ . \ \left\{ \begin{aligned} \varphi = \varphi_0 &+ (n - \omega \operatorname{tg}\beta \sin\zeta_0)\, t + \frac{1}{\sqrt{\mu}}\frac{\theta'(\sigma)}{\theta(\sigma)}\rho t \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{\mu}}\, \mathrm{l.} \left[\frac{\theta_3(\rho t - \sigma)}{\theta_3(\rho t + \sigma)} \cdot \frac{1 + \sin\beta \operatorname{sn}\rho t}{1 - \sin\beta\operatorname{sn}\rho t}\right]. \end{aligned} \right.$$

Il résulte de cette équation que l'angle φ, qui détermine la rotation du disque par rapport à l'anneau intérieur, se compose :

1° D'un terme constant, égal à sa valeur initiale;

2° D'un terme proportionnel au temps;

3° D'un terme périodique, dont la période $\frac{4K}{\rho}$ est de même durée que celle de l'oscillation de l'axe du tore par rapport à l'axe fixe OZ.

On voit du reste directement, au moyen de l'équation (38), que la vitesse rotatoire φ' du tore relativement à l'anneau intérieur I, reprend périodiquement sa valeur initiale n, chaque fois que l'axe $O\zeta$ revient à son inclinaison initiale ζ_0, et qu'elle en diffère au contraire le plus possible chaque fois que l'angle ζ atteint la valeur ζ_1.

22. *Cas* I, *c*). — La valeur de $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ est donnée dans ce cas (voir le n° 17) par la troisième équation (29), savoir :

$$\cos\zeta - \cos\zeta_0 = \sin\alpha \sin 2\alpha \frac{1 - \operatorname{sn}(\rho t + K)}{(\cos\alpha + \cos\beta) - (\cos\alpha - \cos\beta)\operatorname{sn}(\rho t + K)},$$

dans laquelle on devra poser

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\zeta_0, \quad \sin\beta = \sin\tfrac{1}{2}\zeta_0 \sqrt{\frac{\omega b}{Cn + (C - b)\,\omega\cos\zeta_0}},$$

$$k = \frac{1 - \cos\alpha\cos\beta}{1 + \cos\alpha\cos\beta}, \quad \rho = \omega\sqrt{\mu}\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}(1 + \cos\alpha\cos\beta).$$

La formule (47) deviendra, en conséquence,

$$(51)\ \varphi = \varphi_0 + nt - \frac{\omega}{\rho} \sin\alpha \sin 2\alpha \int_{K}^{u} \frac{1 - \operatorname{sn} u}{(\cos\alpha + \cos\beta) - (\cos\alpha - \cos\beta) \operatorname{sn} u}\, du.$$

Pour déduire la valeur de cette intégrale de l'équation (49), il suffira de remplacer dans celle-ci α, β, γ, δ, respectivement par

$$1, \quad -1, \quad \cos\alpha + \cos\beta, \quad -(\cos\alpha - \cos\beta),$$

et par suite,

$$\alpha\delta - \beta\gamma \quad \text{par} \quad 2\cos\beta,$$

$$k \operatorname{sn} a \quad \text{par} \quad -\frac{\cos\alpha - \cos\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \operatorname{tg}\frac{\alpha - \beta}{2} \operatorname{tg}\frac{\alpha + \beta}{2}.$$

Les angles α, β étant moindres que 90°, la valeur de sn a sera positive ou négative suivant que l'on aura

$$\alpha \gtrless \beta, \quad \text{ou} \quad 2b\omega \cos^2 \tfrac{1}{2}\zeta_0 \lesseqgtr C(n + \omega\cos\zeta_0).$$

Les deux hypothèses sont admissibles, puisque nous n'excluons aucune valeur du rapport $n : \omega$. Nous tirerons ensuite de là

$$\operatorname{cn}^2 a = 1 - \operatorname{sn}^2 a = 1 - \frac{(\cos\alpha - \cos\beta)^2}{(\cos\alpha + \cos\beta)^2} \frac{(1 + \cos\alpha\cos\beta)^2}{(1 - \cos\alpha\cos\beta)^2}$$

$$= \frac{4\cos\alpha\cos\beta \sin^2\alpha \sin^2\beta}{(\cos\alpha + \cos\beta)^2 (1 - \cos\alpha\cos\beta)^2} > 0,$$

donc

$$1 - \operatorname{sn}^2 a > 0, \quad \operatorname{sn}^2 a < 1,$$

en sorte que a est réel et compris entre zéro et $\pm$ K suivant que α est $\gtrless \beta$; donc cn a, dn a seront positifs. Enfin, on a encore

$$\operatorname{dn}^2 a = 1 - k^2 \operatorname{sn}^2 a = 1 - \frac{(\cos\alpha - \cos\beta)^2}{(\cos\alpha + \cos\beta)^2} = \frac{4\cos\alpha\cos\beta}{(\cos\alpha + \cos\beta)^2}.$$

De là on tire, par substitution et réduction, la valeur

$$\frac{\alpha\delta-\beta\gamma}{\gamma^2 k \,\mathrm{cn}\, a \,\mathrm{dn}\, a}=\frac{1+\cos\alpha\cos\beta}{\sin\beta\sin 2\alpha}$$

à substituer dans la formule (49). On obtient ainsi

$$\int_{K}^{u}\frac{1-\mathrm{sn}\, u}{(\cos\alpha+\cos\beta)-(\cos\alpha-\cos\beta)\,\mathrm{sn}\, u}\,du=\frac{u-K}{\cos\alpha+\cos\beta}$$
$$+\frac{1+\cos\alpha\cos\beta}{\sin\beta\sin 2\alpha}\,\frac{\theta'(a)}{\theta(a)}(u-K)$$
$$+\frac{1+\cos\alpha\cos\beta}{2\sin\beta\sin 2\alpha}\,\mathrm{l.}\left[\frac{\theta(u-a)}{\theta(u+a)}\,\frac{1+k\,\mathrm{sn}(a+k)\,\mathrm{sn}(u+K)}{1-k\,\mathrm{sn}(a+k)\,\mathrm{sn}(u+K)}\right].$$

Reportons cette valeur dans l'équation (51); remplaçons u par $\rho t+K$, a par $\pm\sigma$, l'argument σ étant compris entre zéro et K; $\theta(\rho t+K\pm\sigma)$ par $\theta_3(\rho t\pm\sigma)$; observons aussi que l'on a

$$\rho=\omega\sqrt{-\mu}\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}(1+\cos\alpha\cos\beta),$$

$$k\,\mathrm{sn}\,(a+K)=\frac{1-\cos\alpha\cos\beta}{1+\cos\alpha\cos\beta}\,\frac{\mathrm{cn}\, a}{\mathrm{dn}\, a}=\frac{\sin\alpha\sin\beta}{1+\cos\alpha\cos\beta},$$

$$\mathrm{sn}\,(\rho t+2K)=-\,\mathrm{sn}\,\rho t;$$

nous aurons définitivement

$$(52)\quad\left\{\begin{aligned}&\varphi=\varphi_0+\left(n-\frac{\omega\sin\alpha\sin 2\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}\right)t\mp\frac{1}{\sqrt{\mu}}\,\frac{\theta'(\sigma)}{\theta(\sigma)}\,\rho t\\&-\frac{1}{2\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.}\left[\frac{\theta_3(\rho t\mp\sigma)}{\theta_3(\rho t\pm\sigma)}\cdot\frac{1+\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta\,\mathrm{sn}\,\rho t}{1+\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\,\mathrm{sn}\,\rho t}\right].\end{aligned}\right.$$

le signe supérieur se rapportant au cas de $\alpha>\beta$, le signe inférieur au cas de $\alpha<\beta$.

L'angle φ se composera donc encore ici d'un terme proportionnel au temps et d'un terme périodique, dont la période sera la même que celle du mouvement de *nutation* de l'axe $O\zeta$.

24. *Cas* III. — La valeur de $\cos\zeta - \cos\zeta_0$ est ici donnée (voir le n° 18) par la formule (34), dans laquelle on a

$$\alpha = \frac{\zeta_0 + \zeta_1}{2}, \quad \beta = \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{2}, \quad k = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}, \quad \rho = \omega\sqrt{\mu}\sin\alpha.$$

Nous aurons donc

$$\cos\zeta - \cos\zeta_0 = -\sin\zeta_0 \sin\beta \frac{1 - \operatorname{sn} u}{\cos\beta + k\cos\alpha \operatorname{sn} u},$$

et l'équation (47) deviendra

$$\varphi = \varphi_0 + nt + \frac{k\sin\zeta_1}{\sqrt{\mu}} \int_{\mathrm{K}}^{u} \frac{1 - \operatorname{sn} u}{\cos\beta + k\cos\alpha \operatorname{sn} u} du.$$

Le calcul est absolument le même qu'au n° 22, *cas* I, *a*). Nous nous bornerons donc à donner le résultat, qui est le suivant :

$$(53)\quad \left\{ \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + (n + \omega \operatorname{tg}\beta \sin\zeta_0) t \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\theta'(\sigma)}{\theta(\sigma)} \rho t + \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \mathrm{l.} \left[\frac{\theta_1(\rho t - \sigma)}{\theta_1(\rho t + \sigma)} \frac{1 - \sin\beta \operatorname{sn} \rho t}{1 + \sin\beta \operatorname{sn} \rho t} \right]. \end{aligned} \right.$$

Dans cette équation, σ désigne un argument compris entre zéro et K, déterminé par l'équation

$$\operatorname{sn}\sigma = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}.$$

25. Nous avons traité les différents cas qui se rapportent à l'hypothèse

$$n + \omega \cos \zeta_0 > 0$$

Les cas dans lesquels cette même expression est négative se ramènent à ceux-là, comme nous l'avons vu (n° 18), en supposant que la direction de l'axe des z positifs soit renversée, et ne nous offriraient par conséquent aucun calcul nouveau. Mais il nous reste à chercher l'expression de φ dans le cas particulier discuté au n° 19, savoir

$$n + \omega \cos \zeta_0 = 0.$$

L'équation (38) se réduit ici, évidemment, à

$$\frac{d\varphi}{dt} = - \omega \cos \zeta,$$

et donne, par l'intégration,

$$\varphi = \varphi_0 - \omega \int_0^t \cos \zeta \, dt.$$

Or, nous avons trouvé l'équation

$$(45). \quad \ldots \quad \cos \zeta = \cos \zeta_0 \operatorname{sn} (\omega t \sqrt{\mu} + \mathrm{K}),$$

le module k étant égal à la valeur absolue de $\cos \zeta_0$; si donc nous posons

$$\omega t \sqrt{\mu} + \mathrm{K} = u,$$

il viendra

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{\cos \zeta_0}{\sqrt{\mu}} \int_{\mathrm{K}}^{u} \operatorname{sn} u \, du.$$

Cette intégrale est comprise comme cas particulier dans la formule (α) du n° 21 ; il suffit d'y supposer l'argument a égal à zéro, d'où

$$\operatorname{sn} a = 0, \qquad \operatorname{dn} a = \operatorname{cn} a = 1.$$

Il viendra

$$\int_{\mathrm{K}}^{u} \operatorname{sn} u \, du = \frac{1}{2k} \,\mathrm{l.}\, \frac{1 - k \operatorname{sn} (u + \mathrm{K})}{1 + k \operatorname{sn} (u + \mathrm{K})}.$$

D'après cela, nous aurons, en remettant pour u sa valeur,

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{\cos\zeta_0}{2k\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.}\,\frac{1 + k\,\mathrm{sn}\,\omega t\sqrt{\mu}}{1 - k\,\mathrm{sn}\,\omega t\sqrt{\mu}}$$

Observons que k est égal à $\pm\cos\zeta_0$ suivant que ζ_0 est $<$ ou $>\frac{\pi}{2}$; que, de plus, on peut faire l'angle φ_0 nul, en prenant pour le rayon $O\xi$ de l'équateur du tore, celui qui coïncide à l'époque $t = 0$ avec la droite OX_1. Nous aurons ainsi

(54) . . . . $$\varphi = -\frac{1}{2\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.}\,\frac{1 - \cos\zeta_0\,.\,\mathrm{sn}\,\omega t\sqrt{\mu}}{1 + \cos\zeta_0\,.\,\mathrm{sn}\,\omega t\sqrt{\mu}}.$$

Cette expression très simple de l'angle φ manifeste une propriété curieuse du mouvement de rotation du disque dans le cas que nous considérons. Elle ne renferme plus de terme proportionnel au temps, mais simplement *une fonction périodique du temps*, dont la période est la même que celle de l'oscillation de l'axe du tore. Ainsi, φ est nul pour $t = 0$; de $t = 0$ à $t = \frac{K}{\omega\sqrt{\mu}}$, l'angle ζ varie de ζ_0 à $\frac{1}{2}\pi$ et ζ_0 étant supposé $< \frac{\pi}{2}$, l'angle φ décroît jusqu'à

$$\frac{1}{\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.}\,\mathrm{tg}\,\frac{\zeta_0}{2},$$

valeur *minimum*. De $t = \frac{K}{\omega\sqrt{\mu}}$ à $t = \frac{2K}{\omega\sqrt{\mu}}$, ζ varie de $\frac{1}{2}\pi$ à $\pi - \zeta_0$, et l'angle φ revient à la valeur zéro. Puis il croît jusqu'à la limite supérieure

$$\frac{1}{\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.}\,\cot\frac{\zeta_0}{2},$$

pendant que t varie de

$$\frac{2K}{\omega\sqrt{\mu}} \quad \text{à} \quad \frac{3K}{\omega\sqrt{\mu}},$$

et ζ de $\pi - \zeta_0$ à $\frac{1}{2}\pi$; enfin φ revient à la valeur zéro lorsque t atteint la valeur $\frac{4K}{\omega\sqrt{\mu}}$, ζ reprenant la valeur ζ_0. Puis les angles ζ et φ repassent par la même succession de valeurs dans les mêmes intervalles de temps. Le disque n'accomplit donc jamais

une rotation complète par rapport à la chape intérieure I, mais seulement des oscillations comprises entre les limites d'angle

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.\,tg}\,\frac{\zeta_0}{2}, \qquad \varphi = -\frac{1}{\sqrt{\mu}}\,\mathrm{l.\,tg}\,\frac{\zeta_0}{2}.$$

§ VI.

POLYTROPE DE M. SIRE.

26. On sait que le *polytrope* de M. Sire, destiné à imiter les effets que la rotation de la terre produit sur les corps tournant à sa surface, et dont la description se trouve d'ailleurs dans les *Mémoires de la Société d'émulation du Doubs* (*), se compose essentiellement 1° d'un grand cercle en cuivre C (fig. 5) figurant un méridien terrestre, auquel on imprime, au moyen d'un système de roues d'angle actionné par une manivelle, une rotation continue autour de son diamètre vertical SS′, qui représente l'axe de rotation de la terre; 2° d'un gyroscope composé d'un tore D et de deux anneaux I, E, semblable à celui que nous avons décrit au § IV. Ce gyroscope est fixé par une pince P à la cir-

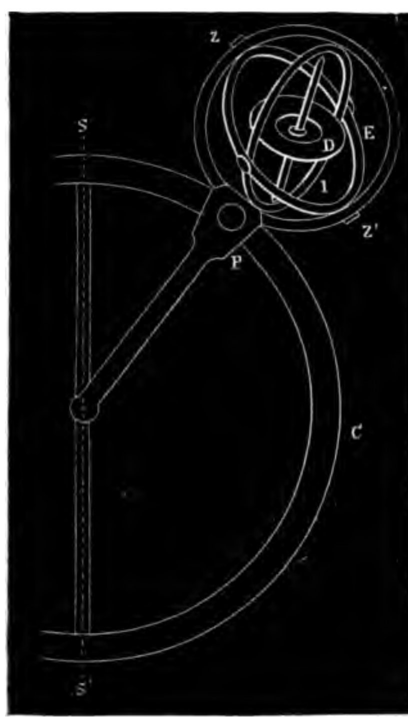


Fig. 5.

(*) 1861.

conférence du cercle C, et de telle sorte que l'axe ZZ' autour duquel tourne l'anneau extérieur E soit maintenu fixe dans le plan du méridien. Dans les expériences de M. Sire, l'axe ZZ' était habituellement dirigé suivant le rayon du méridien, mais nous supposerons, pour plus de généralité, qu'il ait une direction fixe quelconque dans le plan de celui-ci.

Nous plaçons l'origine O du système de comparaison OXYZ (fig. 6) au centre du gyroscope; OZ sera l'axe de l'anneau extérieur, le plan XY lui étant perpendiculaire et lié au méridien mobile; OS est parallèle à la direction *positive* de l'axe de rotation du méridien ou cercle C; OX est la projection de OS sur le plan XY, et se trouve ainsi dans le plan du méridien, auquel OY est perpendiculaire. Appelons λ l'angle SOX, θ l'angle Z$O\zeta$ compris entre l'axe du tore et l'axe OZ de l'anneau E; ψ l'angle X_1OX compris entre OX et la trace OX_1 de l'équateur du tore sur le plan XY; φ l'angle $X_1O\xi$ compris entre OX_1 et un rayon mobile $O\xi$ de l'équateur du tore : θ, ψ et φ sont les trois angles bien connus qui définissent la position du tore et de ses anneaux par rapport au système mobile OXYZ. L'angle θ est compté positivement de 0° à 180°, à partir de OZ, de gauche à droite autour de OX_1; ψ de 0° à ∞, de gauche à droite par rapport à OZ; φ de 0° à ∞, de gauche à droite par rapport à la direction $O\zeta$ de l'axe de figure du tore. Soient encore γ, γ_1, γ_2 les angles que forment respectivement les axes principaux d'inertie OX_1, OY_1, $O\zeta$ du tore avec la direction OS de l'axe instantané du système de comparaison; ω la vitesse angulaire du méridien autour de son axe, et calculons les quantités nécessaires pour former l'équation (2).

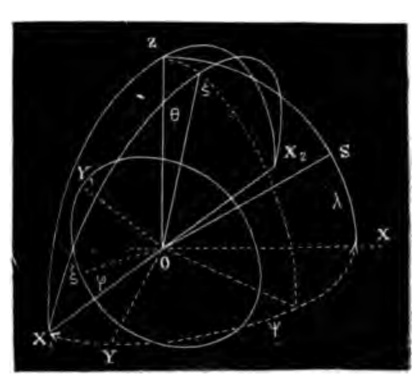


Fig. 6.

Le mouvement relatif du tore par rapport à OXYZ se com-

pose d'une rotation θ' autour de OX_1, d'une rotation ψ' autour de OZ, d'une rotation φ' autour de $O\zeta$. Les composantes de la rotation instantanée du tore suivant OX_1, OY_1, $O\zeta$ sont donc respectivement

$$\theta', \quad \psi' \sin\theta, \quad \varphi' + \psi' \cos\theta,$$

et comme les moments d'inertie du tore par rapport à ces axes sont A, A, C, on aura, *pour le tore seul*, d'après des théorèmes bien connus,

$$T = \tfrac{1}{2}\left[(\theta'^2 + \psi'^2 \sin^2\theta) + C(\varphi' + \psi'\cos\theta)^2\right],$$
$$G = \tfrac{1}{2}\omega^2\left[A(\cos^2\gamma + \cos^2\gamma_1) + C\cos^2\gamma_2\right],$$
$$V = \omega\left[A\theta'\cos\gamma + A\psi'\sin\theta\cos\gamma_1 + C(\varphi' + \psi'\cos\theta)\cos\gamma_2\right].$$

Pour calculer les quantités correspondantes dans le mouvement de l'anneau intérieur, il suffit d'observer que les axes d'inertie OX_1, OY_1, $O\zeta$ sont ici remplacés respectivement par OX_2, $O\zeta$, OY_1, en sorte qu'on devra remplacer $\theta, \psi, \varphi, \gamma, \gamma_1, \gamma_2$, A, A, C, respectivement par $\frac{\pi}{2} - \theta, \pi + \psi, 0, \pi - \gamma, \gamma_2, \gamma_1$, A_1, A_1, C_1, et l'on aura, *pour l'anneau* I,

$$T = \tfrac{1}{2}\left[A_1(\theta'^2 + \psi'^2\cos^2\theta) + C_1\psi'^2\sin^2\theta\right],$$
$$G = \tfrac{1}{2}\omega^2\left[A_1(\cos^2\gamma + \cos^2\gamma_2) + C_1\cos^2\gamma_1\right],$$
$$V = \omega(A_1\theta'\cos\gamma + A_1\psi'\cos\theta\cos\gamma_2 + C_1\psi'\sin\theta\cos\gamma_1).$$

Enfin, l'anneau E n'a qu'une simple rotation relative ψ' autour de OZ; donc pour cet anneau,

$$T = \tfrac{1}{2}A_2\psi'^2, \quad G = \tfrac{1}{2}\omega^2(A_2\cos^2\gamma + A_2\sin^2\lambda + C_2\cos^2\lambda\sin^2\psi),$$
$$V = \omega A_2\psi'\sin\lambda.$$

Réunissant ces différents termes, nous aurons, *pour le système* (D, I, E) *tout entier*, d'après l'équation (4),

$$\begin{aligned} T^2 = \tfrac{1}{2}\Big[&(A + A_1)\theta'^2 + (A + C_1)\psi'^2\sin^2\theta + A_1\psi'^2\cos^2\theta + A_2\psi'^2 \\ &+ C(\varphi' + \psi'\cos\theta)^2\Big] + \tfrac{1}{2}\omega^2\Big[(A + A_1 + A_2)\cos^2\gamma + (A + C_1)\cos^2\gamma_1 \\ &+ (C + A_1)\cos^2\gamma_2 + A_2\sin^2\lambda + C_2\cos^2\lambda\sin^2\psi\Big] + \omega\Big[(A + A_1)\theta'\cos\gamma \\ &+ (A + C_1)\psi'\sin\theta\cos\gamma_1 + A_1\psi'\cos\theta\cos\gamma_2 + C(\varphi' + \psi'\cos\theta)\cos\gamma_2 \\ &+ A_2\psi'\sin\lambda\Big]. \end{aligned}$$

On a d'ailleurs, comme on le voit facilement, les relations

$$(55) \quad . \quad . \quad . \quad \begin{cases} \cos\gamma = \cos\lambda\cos\psi, \\ \cos\gamma_1 = \sin\lambda\sin\theta - \cos\lambda\cos\theta\sin\psi, \\ \cos\gamma_2 = \sin\lambda\cos\theta + \cos\lambda\sin\theta\sin\psi, \end{cases}$$

Ayant égard à la première de ces relations et groupant convenablement les termes, on mettra T_2 sous la forme plus simple :

$$\begin{aligned} T_2 = \tfrac{1}{2}\{ & (A + A_1)(\theta' + \omega\cos\gamma)^2 + (A + C_1)(\psi'\sin\theta + \omega\cos\gamma_1)^2 \\ & + A_1(\psi'\cos\theta + \omega\cos\gamma_2)^2 + C(\varphi' + \psi'\cos\theta + \omega\cos\gamma_2)^2 \\ & + A(\psi' + \omega\sin\lambda)^2 + \omega^2\cos^2\lambda\,(A_2\cos^2\psi + C_2\sin^2\psi)\}, \end{aligned}$$

ou encore, en posant pour abréger l'écriture

$$a = A + A_1, \qquad b = A + C_1 - A_1, \qquad a' = A_1 + A_2,$$

et faisant usage des équations (55), sous celle-ci que nous emploierons de préférence :

$$(56) \quad . \quad . \quad \begin{cases} T_2 = \tfrac{1}{2}\{ a(\theta' + \omega\cos\gamma)^2 + b(\psi'\sin\theta + \omega\cos\gamma_1)^2 \\ \quad + C(\varphi' + \psi'\cos\theta + \omega\cos\gamma_2)^2 + a'(\psi' + \omega\sin\lambda)^2 \\ \quad + \omega^2\cos^2\lambda\left[A_2 + (A_1 + C_2 - A_2)\sin^2\psi\right]\}. \end{cases}$$

27. Il n'y a d'autre force motrice que la pesanteur; mais comme le centre de gravité commun O des corps D, I, E est fixe relativement au système de comparaison OXYZ, nous aurons évidemment $U = 0$. En outre, K est nul, d'après la remarque du n° 2, puisque l'origine O coïncide avec le centre de gravité de la masse mobile. Les équations du mouvement apparent se réduisent donc à

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_2}{\partial q'} - \frac{\partial T_2}{\partial q} = 0,$$

où il faut prendre q successivement égal à φ, ψ, θ. Mais T_2 ne renferme pas φ explicitement, donc

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_2}{\partial \varphi'}=\frac{d}{dt}C(\varphi'+\psi'\cos\theta+\omega\cos\gamma_2)=0,$$

ce qui donne l'intégrale première

$$(57) \quad \ldots\ldots \quad \varphi'+\psi'\cos\theta+\omega\cos\gamma_2=l_1,$$

l_1 désignant une constante à déterminer par les données initiales. Cette intégrale conviendra aux différents cas que nous allons examiner.

28. Problème III. — *Déterminer le mouvement du gyroscope dans le polytrope de Sire, l'état initial étant donné, et les anneaux* I, E *libres de tourner autour de leurs axes respectifs* X_1X_2, ZZ'; *l'axe* OZ *de l'anneau* E *étant en outre fixé parallèlement à l'axe de rotation du méridien* C.

L'axe OZ coïncide donc ici avec OS, $\lambda=\frac{1}{2}\pi$, donc

$$\cos\gamma=0, \quad \cos\gamma_1=\sin\theta, \quad \cos\gamma_2=\cos\theta,$$

et l'équation (56) se réduit à

$$(58) \quad T_2=\tfrac{1}{2}\left[a\theta'^2+b(\psi'+\omega)^2\sin^2\theta+C(\varphi'+\overline{\psi'+\omega}\cos\theta)^2+a'(\psi'+\omega)^2\right],$$

tandis que l'intégrale (57) devient

$$(59) \quad \ldots\ldots \quad \varphi'+(\psi'+\omega)\cos\theta=l_1.$$

Faisant successivement $q=\psi, \theta$ dans l'équation de Bour, on aura, T_2 ne renfermant pas ψ explicitement,

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_2}{\partial \psi'}=0,$$

d'où

$$(a' + b\sin^2\theta)(\psi' + \omega) + C(\varphi' + \overline{\psi' + \omega}\cos\theta)\cos\theta = l_2,$$

l_2 étant une nouvelle constante arbitraire; ou, en vertu de l'équation (59),

$$(60) \quad . \;.\; . \quad (a' + b\sin^2\theta)(\psi' + \omega) + Cl_1\cos\theta = l_2.$$

Ensuite

$$a\frac{d\theta'}{dt} - b(\psi' + \omega)^2\sin\theta\cos\theta + C(\varphi' + \overline{\psi' + \omega}\cos\theta)(\psi' + \omega)\sin\theta = 0,$$

ou, en remplaçant $\varphi' + (\psi' + \omega)\cos\theta$, $\psi' + \omega$ par leurs valeurs déduites des relations (59) et (60),

$$(61) \quad a\frac{d\theta'}{dt} = \frac{b(l_2 - Cl_1\cos\theta)^2\sin\theta\cos\theta}{(a' + b\sin^2\theta)^2} - \frac{Cl_1(l_2 - Cl_1\cos\theta)\sin\theta}{a' + b\sin^2\theta}.$$

Avant d'intégrer cette équation, cherchons sous quelles conditions l'angle θ resterait constant, de sorte que l'axe de figure du tore garderait constamment la même inclinaison sur la direction OS de l'axe de rotation du méridien C. θ'_0 étant donc supposé nul, soient ψ'_0 la valeur initiale de ψ', n celle de φ' ou la rotation initiale du tore dans son anneau; nous aurons pour déterminer l_1 et l_2 les équations

$$l_1 = n + (\psi'_0 + \omega)\cos\theta_0,$$
$$l_2 = Cl_1\cos\theta_0 + (a' + b\sin^2\theta_0)(\psi'_0 + \omega).$$

Il faut et il suffit, pour que θ soit constant, que $\frac{d\theta'}{dt}$ soit nul pour $t = 0$. Or, si l'on fait dans l'équation (61) $\theta = \theta_0$ et si l'on remplace $l_2 - Cl_1\cos\theta_0$ par sa valeur, on trouve

$$a\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)_0 = (\psi'_0 + \omega)^2 b\sin\theta_0\cos\theta_0 - Cl_1(\psi'_0 + \omega)\sin\theta_0.$$

L'équation qui exprime que l'axe du tore est en repos par rapport à l'anneau E est donc

$$\sin\theta_0(\psi'_0 + \omega)[Cl_1 - (\psi'_0 + \omega)b\cos\theta_0] = 0,$$

ou encore, en éliminant l_1,

$$(62) \quad . \quad . \quad \sin\theta_0(\psi'_0 + \omega)[Cn + (C - b)(\psi'_0 + \omega)\cos\theta_0] = 0.$$

On peut satisfaire à cette condition :

1° En posant $\sin\theta_0 = 0$, c'est-à-dire

$$\theta_0 = 0, \quad \text{ou} \quad \theta_0 = \pi.$$

L'axe du tore, dans sa position initiale, serait alors parallèle à l'axe de rotation du méridien. θ étant constant, il suit de l'équation (60) que ψ' sera constant et égal à ψ'_0, et de l'équation (59) que φ' sera constant et égal à n. *Le tore aura donc un mouvement de rotation uniforme par rapport à l'anneau intérieur, et celui-ci un mouvement de précession uniforme par rapport au plan du méridien tournant.*

2° En posant

$$\psi'_0 + \omega = 0, \quad \text{ou} \quad \psi'_0 = -\omega,$$

la valeur de θ_0 étant d'ailleurs arbitraire. L'anneau extérieur E aurait donc à l'instant initial, par rapport au méridien, une rotation égale et de sens contraire à celle du méridien lui-même. L'angle θ restant constant, ψ' et φ' restent constants et égaux respectivement à $-\omega$ et à n. Les mouvements *relatifs* de précession et de rotation du tore sont donc encore uniformes.

C'est ce qu'il était facile de prévoir : θ'_0 étant nul et ψ'_0 égal à $-\omega$, par hypothèse, le mouvement du tore autour de son centre de gravité était, à l'époque $t = 0$, une rotation autour de son axe de figure, *immobile dans l'espace.* Et comme il n'y a pas de forces motrices agissant sur le tore, il suit des propriétés des axes principaux d'inertie que la direction de cet axe de figure doit rester

invariable dans l'espace et la vitesse de la rotation autour de cet axe également invariable.

3° Enfin, il est une troisième manière de vérifier l'équation (62), c'est de poser

$$Cn + (C - b)(\psi'_0 + \omega)\cos\theta_0 = 0.$$

Si l'on suppose donnés l'angle θ_0 et la vitesse de précession initiale ψ'_0, cette équation fera connaître la vitesse rotatoire à imprimer au tore pour que son axe de figure reste constamment incliné du même angle θ_0 sur l'axe OZ. Cette vitesse sera

$$n = \frac{b - C}{C}(\psi'_0 + \omega)\cos\theta_0.$$

Comme dans les deux autres cas, θ constant déterminera des valeurs constantes pour ψ' et φ'. Si ψ'_0 est nul, c'est-à-dire si l'axe du tore est d'abord en repos relatif par rapport au méridien, la valeur de n se réduira à

$$n = \frac{b - C}{C}\omega\cos\theta_0.$$

Nous avons trouvé la même valeur (n° 15) pour la condition d'équilibre apparent de l'axe du tore dans le deuxième problème. On voit d'ailleurs que ce cas d'équilibre ne peut se réaliser que pour des vitesses rotatoires du tore comparables à la vitesse angulaire ω du méridien C; il n'a donc pu se présenter dans les expériences de M. Sire, où la première vitesse était toujours incomparablement plus grande que la seconde.

29. L'équation (61), multipliée par $2d\theta$, s'intègre et donne

$$(63) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad a\frac{d\theta^2}{dt^2} = l_3 - \frac{(l_2 - Cl_1\cos\theta)^2}{a' + b\sin^2\theta},$$

l_3 étant une nouvelle constante dont la valeur, si l'on suppose toujours θ'_0 égal à zéro, se réduit à

$$l_3 = (\psi'_0 + \omega)^2 (a' + b \sin^2 \theta_0).$$

On tire de l'équation (63)

$$dt = \pm \frac{d\theta \sqrt{a(a' + b \sin^2 \theta)}}{\sqrt{l_3(a' + b \sin^2 \theta) - (l_2 - Cl_1 \cos \theta)^2}},$$

de façon que t s'exprime en fonction de θ par une quadrature qui dépend des intégrales hyperelliptiques, en général. Seulement, *si l'on regarde les masses des anneaux comme négligeables vis-à-vis de celle du tore,* on aura

$$a' = A_1 + A_2 = 0, \quad b = A + C_1 - A_1 = A,$$

et si, de plus, on suppose $\psi'_0 = 0$, ou l'axe du tore en repos relatif à l'instant $t = 0$, on trouvera simplement

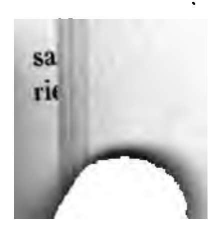
$$\begin{aligned} l_1 &= n + \omega \cos \theta_0, \\ l_2 &= Cl_1 \cos \theta_0 + A\omega \sin^2 \theta, \\ l_3 &= \omega^2 A \sin^2 \theta_0, \end{aligned}$$

et par suite

$$(64) \quad . \quad . \quad dt = \pm \frac{A \sin \theta \, d\theta}{\sqrt{\omega^2 A^2 \sin^2 \theta_0 \sin^2 \theta - (l_2 - Cl_1 \cos \theta)^2}}.$$

L'intégration s'effectue alors sous forme finie, mais ce calcul a été développé par M. Lottner (*), qui y est arrivé en étudiant le mouvement du gyroscope à la surface de la terre, et Bour (**)

(*) *Journal für die reine und angewandte Mathematik* de Borchardt, t. LIV, p. 197.
(**) *Journal de mathématiques pures et appliquées* de Liouville, t. VIII, 2e série, 1863, p. 1.



a même donné une interprétation géométrique des formules qui représentent le mouvement de l'axe du tore dans ces conditions. Il n'y aurait aucun intérêt à reproduire ici ces calculs.

Nous observerons seulement ce qui suit :

1° D'après les formules dont il s'agit, l'angle θ oscille entre deux limites plus ou moins rapprochées, et c'est à tort que l'on a regardé souvent l'axe $O\zeta$ comme gardant une inclinaison constante sur l'axe OS, en se fondant sur la propriété des axes principaux d'inertie rapportée ci-dessus. Il faut observer, en effet, qu'ici l'axe $O\zeta$ n'est en repos, à l'époque $t=0$, que *relativement* au grand cercle C, mais que la rotation de ce cercle lui donne, dans l'espace absolu, un mouvement angulaire dont on doit tenir compte. Toutefois, lorsque la vitesse ω est fort petite par rapport à n, comme cela a lieu dans les expériences que l'on effectue ordinairement avec le polytrope, la quantité sous le radical, dans la formule (64), devant être positive, il en résulte que $l_2 - Cl_1 \cos\theta$ est une petite quantité de même ordre que ω, et que, par suite, $\cos\theta - \cos\theta_0$ est une quantité très petite de même ordre que $\frac{\omega}{n}$. Ce dernier rapport étant fort petit dans les expériences dont nous parlons, θ ne s'écarte pas d'une manière sensible de θ_0, et l'on a la même apparence que si l'axe $O\zeta$ gardait une inclinaison constante sur OZ ou OS. Il en résulte aussi que les valeurs de ψ' et de φ' restent sensiblement constantes.

2° Dans l'analyse que nous avons présentée, les frottements des pivots sont négligés. Toutefois, le frottement qui se produit aux pivots de l'anneau E agit comme une force très minime, qui tendrait à faire tourner le tore autour de OZ ; et si la rotation n est assez rapide pour que l'on puisse appliquer, sans erreur sensible, le principe de la *tendance des axes au parallélisme* (*), il en résultera un mouvement très lent de l'axe de figure du tore vers l'axe de rotation OZ.

La détermination des angles ψ et φ, à l'aide de la valeur trouvée pour l'angle θ, ayant été faite par MM. Lottner et Bour, nous laisserons de côté ces questions.

(*) Voy. mon *Cours de mécanique*, 2me édit., p. 304.

§ VII.

POLYTROPE DE M. SIRE (*suite*).

30. Problème IV. — *Le plan de l'anneau intérieur* I *étant fixé à angle droit sur celui de l'anneau extérieur* E (fig. 7), *qui demeure libre de tourner autour de son axe de rotation* OZ, *orienté d'une façon quelconque dans le plan du méridien, déterminer le mouvement du tore.*

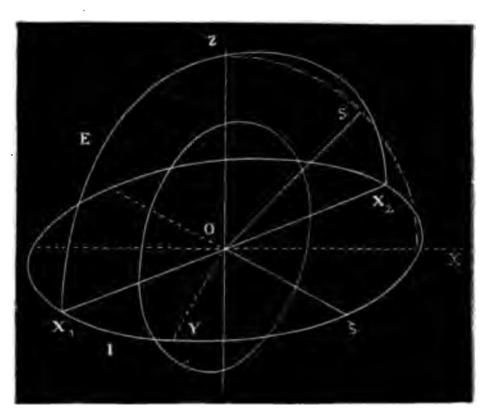


Fig 7.

L'axe Oζ du tore ne peut, dans ces conditions, se mouvoir que dans un plan normal à l'axe OZ, c'est-à-dire dans le plan XY. On a donc ici

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \theta' = 0,$$

et par suite

$$\cos\gamma = \cos\lambda\cos\psi, \quad \cos\gamma_1 = \sin\lambda, \quad \cos\gamma_2 = \cos\lambda\sin\psi.$$

Les seules variables sont ψ et φ.

L'équation (56) se réduit à

$$T_2 = \tfrac{1}{2}\left[a\omega^2\cos^2\lambda\cos^2\psi + b(\psi' + \omega\sin\lambda)^2 + C(\varphi' + \omega\cos\lambda\sin\psi)^2 + a'(\psi' + \omega\sin\lambda)^2 + \omega^2\cos^2\lambda\,(A_2 + \overline{A_1 + C_2 - A_2}\sin^2\psi)\right].$$

Réduisons, observons que l'on a

$$A_1 + C_2 - A_2 - a = -A + C_2 - A_2,$$

et introduisons dans les formules, au lieu de l'angle ψ, l'angle

$$\zeta = \psi - \frac{\pi}{2}$$

que fait l'axe $O\zeta$ du tore avec la projection OX de OS sur le plan normal à OZ. Nous aurons, en négligeant le terme constant $A_2 + a$,

$$T_2 = \tfrac{1}{2}\big[(a' + b)(\zeta' + \omega \sin\lambda)^2 + C(\varphi' + \omega\cos\lambda\cos\zeta)^2$$
$$- (A + A_2 - C_2)\,\omega^2\cos^2\lambda\cos^2\zeta\big].$$

L'équation

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_2}{\partial q'} - \frac{\partial T_2}{\partial q} = 0,$$

où l'on fera successivement $q = \varphi$, $q = \zeta$, nous donnera

$$(65) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \varphi' + \omega\cos\lambda\cos\zeta = l_1,$$

l_1 étant constant. Puis, $(a' + b)\,\omega \sin\lambda$ étant aussi constant, nous trouverons

$$(a' + b)\frac{d\zeta'}{dt} + C(\varphi' + \omega\cos\lambda\cos\zeta)\omega\cos\lambda\sin\zeta$$
$$- (A + A_2 - C_2)\omega^2\cos^2\lambda\cos\zeta\sin\zeta = 0,$$

ou, en vertu de l'équation (65),

$$(66) \quad \frac{d\zeta'}{dt} = \frac{A + A_2 - C_2}{a' + b}\,\omega^2\cos^2\lambda\cos\zeta\sin\zeta - \frac{Cl_1\omega\cos\lambda}{a' + b}\sin\zeta.$$

Cette équation, multipliée par $2d\zeta$, s'intègre facilement, et en déterminant la constante par la condition $\zeta'_0 = 0$, on trouve

$$(67) \quad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = -\frac{A+A_2-C_2}{a' + b}\omega^2\cos^2\lambda(\cos^2\zeta - \cos^2\zeta_0) + \frac{2Cl_1\omega\cos\lambda}{a' + b}(\cos\zeta - \cos\zeta_0),$$

ou enfin

$$(68) \quad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{A+A_2-C_2}{a' + b}\omega^2\cos^2\lambda(\cos\zeta - \cos\zeta_0)\left[\frac{2Cl_1}{(A+A_2-C_2)\omega\cos\lambda} - \cos\zeta_0 - \cos\zeta\right].$$

L'équation (66) fournit la condition pour que l'axe du tore reste en équilibre relatif dans son plan directeur, ζ_0' étant, bien entendu, supposé nul. Cette condition s'exprime par l'équation

$$(69) \quad . \quad . \quad . \sin\zeta_0[(A + A_2 - C_2)\omega\cos\lambda\cos\zeta_0 - Cl_1] = 0,$$

et peut être vérifiée de deux manières : 1° en posant

$$\sin\zeta_0 = 0, \quad \text{ou} \quad \zeta_0 = 0, \quad \zeta_0 = \pi,$$

ce qui revient à supposer l'axe du tore primitivement couché suivant la projection OX de l'axe OS, ou suivant son prolongement OX';

2° En posant

$$(A + A_2 - C_2)\omega\cos\lambda\cos\zeta_0 - Cl_1 = 0,$$

ce qui devient, en remplaçant l_1 par sa valeur tirée de l'équation (65), savoir

$$l_1 = n + \omega\cos\lambda\cos\zeta_0,$$

$$Cn + (C - A + C_2 - A_2)\omega\cos\lambda\cos\zeta_0 = 0.$$

Cette équation donne pour la vitesse de rotation initiale n du tore, l'angle ζ_0 étant supposé donné,

$$n = -\frac{C - A + C_2 - A_2}{C}\omega\cos\lambda\cos\zeta_0,$$

valeur du même ordre de grandeur que ω, en sorte que ce cas d'équilibre ne se rencontrera jamais lorsque la rotation du méridien sera très lente vis-à-vis de celle du disque.

Si la vitesse n était donnée, la même équation fournirait la valeur E de l'angle ζ_0 qui correspond à l'équilibre apparent, savoir

$$(70) \quad . \quad . \quad . \quad \cos E = -\frac{Cn}{(C - A + C_2 - A_2)\omega\cos\lambda};$$

si cette valeur est comprise entre — 1 et + 1, elle déterminera deux positions d'équilibre, également inclinées de part et d'autre sur la droite OX.

Ce cas intéressant d'équilibre ne peut s'observer que pour de faibles valeurs de n ou des valeurs très grandes de ω, mais il est certainement réalisable. La difficulté serait de l'*observer*, la rapidité du mouvement du méridien tournant formant obstacle à ce que l'on puisse distinguer la position de l'axe du tore.

31. Lorsque l'axe du tore n'est pas dans une de ces positions d'équilibre relatif, son mouvement dans le plan directeur est régi par l'équation (68). Or, si l'on compare cette équation à l'équation (11) du mouvement d'un point pesant sur un cercle vertical tournant, on reconnaît qu'elle s'identifiera avec celle-ci, si l'on pose

$$\omega'^2 = \frac{A + A_2 - C_2}{a' + b}\,\omega^2 \cos^2\lambda,$$

$$\frac{g}{r} = \frac{C l_1 \omega \cos\lambda}{a' + b},$$

ou, $a' + b$ n'étant autre chose que $A + C_1 + A_2$,

$$(71) \quad \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} \omega' &= \omega \cos\lambda \sqrt{\frac{A + A_2 - C_2}{A + A_2 + C_1}}, \\ r &= \frac{g(A + A_2 + C_1)}{C l_1 \omega \cos\lambda}. \end{aligned} \right.$$

La question proposée est donc résolue par ce théorème :

Lorsque, dans le polytrope, l'axe du tore est assujetti à rester dans un plan normal à l'axe de rotation de l'anneau extérieur, son mouvement, par rapport à la projection OX *de l'axe* OS *sur le plan directeur, suit les mêmes lois que le mouvement, par rapport à la verticale, d'un pendule simple dont le plan d'oscillation tournerait autour de la verticale du point de suspension avec une vitesse angulaire constante, la longueur* r *du pendule et la vitesse angulaire* ω' *étant déterminées par les équations* (71).

Il importe de remarquer que l'expression de r renferme l_1 et, par conséquent, ζ_0, d'où il suit que la longueur du pendule de comparaison dépend de l'inclinaison initiale de l'axe Oζ sur la méridienne OX.

Le signe de r est le même que celui de l_1 ; il faudra donc distinguer, comme dans le problème II, trois hypothèses :

$$\text{A)}\quad n + \omega\cos\lambda\cos\zeta_0 > 0,$$
$$\text{B)}\quad n + \omega\cos\lambda\cos\zeta_0 < 0,$$
$$\text{C)}\quad n + \omega\cos\lambda\cos\zeta_0 = 0.$$

Dans l'hypothèse A, on devra simplement appliquer les formules données dans les paragraphes II et III pour le mouvement du pendule à plan d'oscillation tournant, et l'on aura à discuter des problèmes absolument analogues. La quantité désignée par f aura ici pour expression

$$f = \frac{2Cl_1}{(A + A_2 - C_2)\omega\cos\lambda} - \cos\zeta_0 = \frac{2Cn + (2C - A + C_2 - A_2)\omega\cos\lambda\cos\zeta_0}{(A + A_2 - C_2)\omega\cos\lambda},$$

et les cas désignés par I), II), III) correspondront aux trois hypothèses

$$\cos\zeta_0 \gtreqless \frac{-Cn}{(C - A + C_2 - A_2)\omega\cos\lambda}.$$

Le cas II) est le deuxième cas d'équilibre signalé ci-dessus. Le cas I) comprend les hypothèses subsidiaires

$$f < 1,\quad f = 1,\quad f > 1,$$

ou

$$\cos\zeta_0 \lesseqgtr \frac{(A + A_2 - C_2)\omega\cos\lambda - 2Cn}{(2C - A + C_2 - A_2)\omega\cos\lambda},$$

toutes réalisables si l'on admet que la valeur de n puisse varier depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$. La solution analytique complète du problème mécanique, dans ces différents cas, s'achèvera par de

simples substitutions dans les formules du § III; il serait donc inutile de reproduire ici ces calculs. Nous ferons seulement, au point de vue mécanique, quelques observations.

1° Dans le cas où l'on a simultanément

$$f > \cos\zeta_0 \quad \text{et} \quad f < 1,$$

l'axe Oζ *oscille en restant toujours du même côté de la droite* OX, l'angle ζ variant entre deux limites ζ_0 et ζ_1. Cette circonstance curieuse ne pouvait se produire dans les expériences de M. Sire, où n avait toujours une valeur très grande relativement à ω, et où cos ζ_1, par conséquent, aurait eu une valeur numérique supérieure à l'unité. Aussi ce fait mécanique ne nous paraît pas avoir été soupçonné. Il est certain, pourtant, que pour un rapport convenable de n et de ω, le phénomène de l'oscillation de l'axe d'un même côté de OX se produirait, mais il faudrait recourir à des artifices d'expérimentation pour l'observer.

Au contraire, lorsque f est > 1, l'axe du tore oscille également de part et d'autre du plan du grand cercle; c'est le cas étudié par M. Sire.

2° L'équation différentielle du mouvement de l'axe du tore étant exactement la même que celle du mouvement pendulaire, nous pouvons appliquer ici les conclusions obtenues dans le § I. Nous avons reconnu que l'axe Oζ admet *quatre* positions d'équilibre relatif, ou *deux* seulement. Dans le premier cas, celles qui coïncident avec la direction OX ou avec son prolongement, sont des positions d'équilibre *instable;* l'équilibre *stable* se rapporte aux positions définies par l'équation (70), qui sont symétriques par rapport au plan du méridien. Dans le second cas, la position d'équilibre stable coïncide avec OX ou avec son prolongement, suivant que $n + \omega \cos\lambda \cos\zeta_0$ est $>$ ou < 0.

3° Le cas B) où l'on a

$$n + \omega\cos\lambda\cos\zeta_0 < 0$$

se ramène au cas A), comme nous le savons déjà, en renversant dans le pendule de comparaison la direction de la pesanteur, ou en remplaçant ζ par $\pi - \zeta$ dans l'équation différentielle.

Quant au cas particulier

$$\text{C)}\quad n + \omega \cos \lambda \cos \zeta_0 = 0,$$

il correspond à celui du problème II dont la discussion se trouve au n° 19. L'axe du tore oscille de part et d'autre d'une perpendiculaire OY au plan du méridien, et les formules de ce mouvement se déduiront de celles du n° 19 en y remplaçant

$$\omega \sqrt{\mu} \quad \text{par} \quad \omega \cos \lambda \sqrt{\frac{A + A_2 - C_2}{A + C_1 + A_2}}.$$

28. Il reste, pour achever la solution du problème, à calculer la rotation du disque, ou à trouver la valeur de φ en fonction explicite du temps. L'équation (65), où l'on remplacera l_1 par sa valeur, donnera

$$\frac{d\varphi}{dt} = n - \omega \cos \lambda (\cos \zeta - \cos \zeta_0),$$

et, par l'intégration,

$$\varphi = \varphi_0 + nt - \omega \cos \lambda \int_0^t (\cos \zeta - \cos \zeta_0)\, dt.$$

Dans chacun des cas indiqués ci-dessus, $\cos \zeta - \cos \zeta_0$ s'exprimera, comme on l'a vu, en fonction d'un argument

$$u = \rho t + K,$$

par l'une des formules (21), (29) ou (34), et l'on aura ainsi

$$\varphi = \varphi_0 + nt - \frac{\omega \cos \lambda}{\rho} \int_K^u (\cos \zeta - \cos \zeta_0) du,$$

ce qui conduira à des intégrations absolument semblables à celles que nous avons effectuées aux n°s 22, 23, 24, 25, où l'on n'aura à faire que de simples substitutions dans les coefficients constants. Il ne vaut donc pas la peine de nous y arrêter.

En terminant la discussion de ce problème sur le polytrope, nous ferons une remarque importante au point de vue de la comparaison des résultats offerts par nos calculs avec ceux que l'expérience permet de constater. Nous avons partout supposé que le système de comparaison auquel nous rapportons les mouvements des diverses pièces du gyroscope, c'est-à-dire le grand cercle-méridien C, fût animé d'une rotation ω parfaitement uniforme autour d'un axe fixe, parallèle à OS. Cette condition ne saurait être réalisée exactement dans les expériences, surtout avec l'appareil de M. Sire. Ici, en effet, la rotation d'*entraînement* du système général est produite par une manivelle sur laquelle l'opérateur agit directement, en développant un effort aussi constant que possible pour obtenir une rotation uniforme. Or, les réactions que le tore en mouvement exerce, par ses pivots, sur l'anneau intérieur, et qui se transmettent par celui-ci à l'anneau extérieur et au grand cercle C, varient périodiquement d'intensité avec les quantités ζ' et φ', comme cela apparaît immédiatement et comme on l'établirait aisément par des calculs convenables. Il en résulte nécessairement que l'effort développé par l'expérimentateur devrait aussi varier périodiquement d'intensité pour maintenir la constance parfaite de la rotation ω, et c'est ce qui n'a jamais lieu. Les conditions de l'expérience ne répondent donc pas d'une manière rigoureuse à l'hypothèse sur laquelle est fondé notre calcul. Pour en approcher d'aussi près que possible, il faudrait supposer au méridien tournant *une masse extrêmement considérable et en quelque sorte infinie* par rapport à celle du gyroscope.

C'est ce qui a lieu quand, au lieu d'être fixé au polytrope, le gyroscope est fixé au globe terrestre. Aussi notre équation différentielle coïncide-t-elle avec celle que M. Lottner a trouvée pour le problème du gyroscope de Foucault, dans les conditions mêmes où nous nous sommes placé dans ce problème IV.

§ VIII.

POLYTROPE DE M. SIRE (*suite*).

22. PROBLÈME. V. — *On suppose, dans le polytrope, que l'anneau extérieur* E *soit fixé dans un azimut quelconque relativement au plan* ZOS (fig. 8), *qui est toujours celui du méridien* C; *mais que l'anneau* I *soit libre de tourner autour de son axe* X_1OX_2. *Le disque ayant reçu une rotation initiale* n *autour de son axe de figure* $O\zeta$ *maintenu immobile relativement au méridien, on demande de trouver son mouvement.*

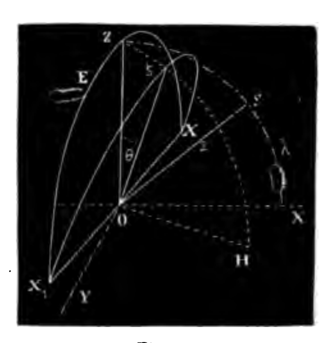


Fig. 8.

L'axe du tore ne peut se mouvoir que dans un plan ZOH, fixe par rapport au système de comparaison. Les mêmes notations étant conservées, les conditions du problème nous donnent

$$\psi = const. = \psi_0, \quad \psi' = 0,$$

d'où

$$\cos\gamma = \cos\lambda\cos\psi_0, \quad \cos\gamma_1 = \sin\lambda\sin\theta - \cos\lambda\cos\theta\sin\psi_0,$$
$$\cos\gamma_2 = \sin\lambda\cos\theta + \cos\lambda\sin\theta\sin\psi_0;$$

$\cos\gamma$ est donc constant. La formule (56) devient

$$T_2 = \tfrac{1}{2}\left[a(\theta' + \omega\cos\gamma)^2 + b\omega^2\cos^2\gamma_1 + C(\varphi' + \omega\cos\gamma_2)^2\right] + \textit{termes const.},$$

et par suite, si dans l'équation (2) nous prenons $q = \varphi$, $q = \theta$, nous aurons

$$\frac{d}{dt}C(\varphi' + \omega\cos\gamma_2) = 0,$$

$$a\frac{d\theta'}{dt} - \tfrac{1}{2}b\omega^2\frac{d.\cos^2\gamma_1}{d\theta} - C(\varphi' + \omega\cos\gamma_2)\,\omega\,\frac{d.\cos\gamma_2}{d\theta} = 0,$$

d'où successivement, l_1 étant une constante,

$$(72) \quad \varphi' + \omega \cos\gamma_2 = l_1,$$

$$a\frac{d\theta'}{dt} - \tfrac{1}{2} b\omega^2 \frac{d.\cos^2\gamma_1}{d\theta} - Cl_1\omega\frac{d.\cos\gamma_2}{d\theta} = 0.$$

Mais les relations

$$\cos^2\gamma_1 + \cos^2\gamma_2 = 1 - \cos^2\gamma = const.,$$

$$\frac{d.\cos\gamma_2}{d\theta} = -\sin\lambda\sin\theta + \cos\lambda\cos\theta\sin\psi_0 = -\cos\gamma_1,$$

permettent d'écrire encore la seconde équation sous les formes suivantes :

$$(73) \quad a\frac{d\theta'}{dt} + \tfrac{1}{2} b\omega^2 \frac{d.\cos^2\gamma_2}{d\theta} - Cl_1\omega\frac{d.\cos\gamma_2}{d\theta} = 0,$$

$$(73') \quad a\frac{d\theta'}{dt} - b\omega^2\cos\gamma_1\cos\gamma_2 + Cl_1\omega\cos\gamma_1 = 0.$$

La seconde va nous servir à déterminer les positions d'équilibre apparent de l'axe Oζ dans son plan directeur ZOH. θ'_0 étant supposé nul, il faut et il suffit, pour cet équilibre, que $\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)_0$ le soit aussi. D'où la condition

$$\omega\cos\gamma_{10}(Cl_1 - b\omega\cos\gamma_{20}) = 0,$$

γ_{10}, γ_{20} désignant les valeurs initiales de γ_1 et de γ_2. Mais si nous continuons à appeler n la vitesse initiale de rotation du tore, nous aurons

$$l_1 = n + \omega\cos\gamma_{20},$$

et l'équation d'équilibre prendra la forme

$$(74) \quad \cos\gamma_{10}\left[Cn + (C - b)\omega\cos\gamma_{20}\right] = 0.$$

On satisfait à cette équation 1° en posant

$$\cos\gamma_{10} = 0.$$

La droite OY_1, perpendiculaire au plan $X_1O\zeta$, doit donc être aussi perpendiculaire à OS, donc OS sera dans le plan $X_1O\zeta$ à l'instant $t=0$. Mais comme le plan $X_1O\zeta$ est normal au plan directeur ZOH (fig. 9), il s'ensuit que la position initiale de l'axe $O\zeta$ du tore devra coïncider avec la projection OS_1 de OS sur le plan directeur ZOH, ou avec son prolongement. Ainsi,

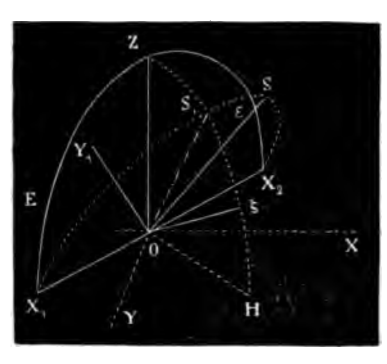


Fig. 9.

Lorsque le plan X_1OZ *de l'anneau extérieur est fixé dans un azimut quelconque, de façon que l'axe* $O\zeta$ *du tore ne puisse se mouvoir que dans un plan* ZOH *normal à* X_1OZ, *si cet axe est dirigé primitivement suivant la projection de* OS *sur le plan directeur, dans un sens ou dans l'autre, il y restera en équilibre apparent.*

Nous verrons plus loin dans quels cas cet équilibre est stable.

2° On peut encore vérifier l'équation (74) en posant

$$Cn + (C - b)\,\omega\cos\gamma_{20} = 0,$$

ou

$$\cos\gamma_{20} = \frac{Cn}{(b - C)\,\omega} = -\frac{Cn}{\left[(C - A) - (C_1 - A_1)\right]\omega}.$$

Ces positions d'équilibre, qui répondent à des valeurs égales de $\cos\gamma_{20}$ et, par suite, à des directions également écartées de part et d'autre de OS_1, ne peuvent exister que lorsque les vitesses rotatoires n et ω sont des quantités de même ordre de grandeur. Elles ne se présenteront donc jamais dans les expériences gyroscopiques ordinaires où n est toujours très grand par rapport à ω. L'angle γ_2, en effet, admet un minimum, savoir, précisément l'angle

$$SOS_1 = \varepsilon$$

compris entre OS et sa projection. Or on a, comme on le voit sans peine,

$$\cos \varepsilon = \sqrt{1 - \cos^2 \lambda \cos^2 \psi_0};$$

la condition pour que ces deux dernières positions d'équilibre existent est donc que l'on ait

$$\frac{Cn}{(b - C)\omega} \overline{\overline{<}} \sqrt{1 - \cos^2 \lambda \cos^2 \psi_0}.$$

Si, au contraire, on se donne à volonté l'angle γ_{20}, on pourra toujours déterminer n de façon que θ reste constant.

On aura pour cela l'équation

$$n = \frac{(b - C)\,\omega \cos \gamma_{20}}{C}.$$

Lorsque $b - C$ est nul, ou quand on a la relation

$$C - A = C_1 - A_1,$$

l'axe du tore reste en équilibre dans toutes les directions initiales pour une vitesse rotatoire n égale à zéro.

Nous avons déjà trouvé un cas analogue dans le second problème.

24. Étudions actuellement le mouvement du tore, lorsque les données initiales ne satisfont pas à l'équation (74).

L'équation (73) s'intègre immédiatement et donne, l_2 étant une constante,

$$a \frac{d\theta^2}{dt^2} = l_2 + 2Cl_1\omega \cos \gamma_2 - b\omega^2 \cos^2 \gamma_2.$$

Pour déduire plus aisément les conséquences de cette équation, désignons par ζ l'angle que fait l'axe $O\zeta$ du tore avec la

projection OS_1, ζ étant compté positivement dans le même sens que θ. Nous aurons évidemment

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\zeta}{dt},$$

$$\cos\gamma_2 = \cos\varepsilon\cos\zeta, \qquad l_1 = n + \omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0,$$

et l'équation ci-dessus deviendra

$$a\frac{d\zeta^2}{dt^2} = l_2 + 2Cl_1\omega\cos\varepsilon\cos\zeta - b\omega^2\cos^2\varepsilon\cos^2\ ,$$

ou, si l'on détermine l_2 par la condition $\zeta'_0 = 0$,

$$(75)\ .\ .\quad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{2Cl_1\omega\cos\varepsilon}{a}(\cos\zeta - \cos\zeta_0) - \frac{b\omega^2\cos^2\varepsilon}{a}(\cos^2\zeta - \cos^2\zeta_0).$$

Cette équation, qui définit l'angle ζ et par conséquent la position de l'axe du tore dans le plan directeur par rapport à OS_1, s'identifie avec l'équation (11) du pendule simple à plan tournant, pourvu que l'on pose

$$\omega'^2 = \frac{b\omega^2\cos^2\varepsilon}{a}, \qquad \frac{g}{r} = \frac{Cl_1\omega\cos\varepsilon}{a},$$

c'est-à-dire

$$(76)\ .\ .\quad \left\{ \begin{aligned} \omega' &= \omega\cos\varepsilon\sqrt{\frac{A + C_1 - A_1}{A + A_1}}, \\ r &= \frac{ga}{Cl_1\omega\cos\varepsilon} = \frac{g(A + A_1)}{C\omega\cos\varepsilon\,(n + \omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0)}. \end{aligned} \right.$$

De là ce théorème remarquable, qui ramène de nouveau le problème proposé à une question résolue complètement :

L'anneau extérieur du gyroscope étant fixé dans un azimut

quelconque autour de OZ, *de sorte que l'axe du tore ne puisse se mouvoir que dans un plan fixe passant par* OZ, *cet axe oscillera, par rapport à la projection sur le plan directeur de la parallèle* OS *à l'axe de rotation du méridien, suivant la même loi qu'un pendule simple, de longueur* r, *dont le plan tournerait autour de la verticale avec une vitesse angulaire constante* ω', *les valeurs de* r *et de* ω' *étant déterminées par les équations* (76).

Il suffira donc, dans les formules des §§ II et III, de faire les substitutions indiquées par les équations (76). On aura d'abord à distinguer les cas dans lesquels r est positif de ceux où r est négatif, c'est-à-dire les cas

$$\text{A)} \quad n + \omega \cos\varepsilon \cos\zeta_0 > 0,$$
$$\text{B)} \quad n + \omega \cos\varepsilon \cos\zeta_0 < 0,$$
$$\text{C)} \quad n + \omega \cos\varepsilon \cos\zeta_0 = 0.$$

Le premier cas correspond directement aux formules du mouvement du pendule à plan d'oscillation tournant; la quantité désignée par f est ici

$$f = \frac{2Cl_1}{b\omega\cos\varepsilon} - \cos\zeta_0 = \frac{2Cn + (2C - b)\,\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0}{b\omega\cos\varepsilon},$$

et il y faut encore distinguer les trois cas

$$f - \cos\zeta_0 > 0, \quad = 0, \quad < 0,$$

ou, ce qui est la même chose, b, ω et $\cos\varepsilon$ étant d'ordinaire positifs,

$$\text{I)} \quad Cn + (C - b)\,\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0 > 0,$$
$$\text{II)} \quad Cn + (C - b)\,\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0 = 0,$$
$$\text{III)} \quad Cn + (C - b)\,\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0 < 0.$$

Enfin, le cas I) comporte lui-même trois hypothèses :

$$f \lesseqgtr 1.$$

ou

$$a)\qquad n < \frac{b-(2C-b)\cos\zeta_0}{2C}\,\omega\cos\varepsilon,$$

$$b)\qquad n = \frac{b-(2C-b)\cos\zeta_0}{2C}\,\omega\cos\varepsilon,$$

$$c)\qquad n > \frac{b-(2C-b)\cos\zeta_0}{2C}\,\omega\cos\varepsilon.$$

Dans le cas I, *a*), l'axe du gyroscope oscille en restant toujours du même côté de OS_1, l'angle ζ varie entre ζ_0 et ζ_1, ce dernier angle étant défini par l'équation

$$\cos\zeta_1 = f.$$

L'angle ζ s'exprime en fonction explicite du temps par les formules (19) et (21) du n° 9, dans lesquelles on substituera

$$\alpha = \frac{\zeta_0+\zeta_1}{2},\qquad \beta = \frac{\zeta_0-\zeta_1}{2},\qquad k = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha},$$

$$p = \omega\cos\varepsilon\sin\alpha\sqrt{\frac{b}{a}} = \omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon\sin\alpha.$$

La durée totale de l'oscillation sera

$$\frac{4K}{\omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon\sin\alpha}.$$

Dans le cas I, *c*), l'axe oscillera symétriquement de part et d'autre de OS_1, entre les valeurs ζ_0 et $-\zeta_0$ de ζ (c'est le cas des expériences de M. Sire). Le mouvement de l'axe dans son plan directeur sera représenté par les formules (29), où l'on devra faire

$$\alpha = \frac{\zeta_0}{2},\qquad \sin\beta = \sin\alpha\sqrt{\frac{b\omega\cos\varepsilon}{Cn+(C-b)\,\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0}},$$

$$k = \frac{1-\cos\alpha\cos\beta}{1+\cos\alpha\cos\beta},\qquad p = \frac{\omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon\sin\alpha}{\sin\beta}(1+\cos\alpha\cos\beta).$$

La durée totale d'une oscillation sera

$$\frac{8K \sin\beta}{\omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon \sin\alpha(1+\cos\alpha\cos\beta)}.$$

Le cas II) est le deuxième cas d'équilibre discuté au n° 33.

Enfin, dans le cas III), on fera usage des formules du n° 15, [(32), (33), etc.....], avec les substitutions

$$\cos\zeta_1 = f, \qquad \alpha = \frac{\zeta_0+\zeta_1}{2}, \qquad \beta = \frac{\zeta_1-\zeta_0}{2},$$

$$k = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}, \qquad \rho = \omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon \sin\alpha.$$

L'axe du tore oscillera encore d'un même côté de la projection OS_1, mais ζ_1 sera plus grand que ζ_0; la durée de l'oscillation est donnée par la formule

$$\tau = \frac{4K}{\omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon\sin\alpha}.$$

35. L'hypothèse B) où $n+\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0$ est < 0 donne pour la longueur r du pendule de comparaison une valeur négative. Nous savons déjà que cette circonstance répond à un renversement dans la direction de la pesanteur, c'est-à-dire qu'il faudra, dans les équations précédentes, remplacer la droite OS_1 par son prolongement ou ζ par $\pi-\zeta$. On retrouvera donc les mêmes formules et les mêmes conséquences.

Reste le cas C) où $n+\omega\cos\varepsilon\cos\zeta_0 = 0$, qui correspond dans le deuxième problème au cas traité au n° 19.

L'axe du tore exécutera des oscillations d'égale amplitude de part et d'autre d'une perpendiculaire à OS_1 dans le plan directeur, et la loi de ses oscillations sera donnée par les formules (45) et (46), dans lesquelles on remplacera seulement ω par $\omega\cos\varepsilon$. La durée d'une oscillation sera

$$\frac{4K}{\omega\sqrt{\mu}\cos\varepsilon}.$$

80. Le mouvement d'oscillation de l'axe du tore étant ainsi parfaitement déterminé, il nous reste à connaître la loi de la rotation du tore, ou à trouver l'expression de l'angle φ, ce qui se fera encore par des formules semblables à celles du problème II. L'équation (72) nous donne

$$\frac{d\varphi}{dt} = l_1 - \omega \cos \gamma_2 = n - \omega \cos \varepsilon (\cos \zeta - \cos \zeta_0),$$

d'où nous tirerons, en intégrant et posant

$$\rho t + \mathrm{K} = u,$$

$$\varphi = \varphi_0 + nt - \frac{\omega \cos \varepsilon}{\rho} \int_{\mathrm{K}}^{u} (\cos \zeta - \cos \zeta_0)\, du.$$

Cette équation ne diffère de l'équation (47) relative au problème II que par la substitution de $\omega \cos \varepsilon$ à ω. En outre, l'expression de ρ, dans les différents cas qui se correspondent dans le problème II et dans le problème actuel, ne diffère également que par cette substitution, ainsi qu'il est facile de le voir en comparant les formules des nos 17 et 18 avec celles du n° 34. Il en résulte que les formules finales, pour la rotation du tore, s'obtiendront en faisant ce simple changement de ω en $\omega \cos \varepsilon$ dans les équations (50), (52), (53), (54). Nous aurons donc 1° pour le cas I, *a*),

$$\varphi = \varphi_0 + (n - \omega \cos \varepsilon \operatorname{tg} \beta \sin \zeta_0)\, t + \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\theta'(\sigma)}{\theta(\sigma)} \rho t$$

$$+ \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \mathrm{l.} \left[\frac{\theta_3(\rho t + \sigma)}{\theta_3(\rho t - \sigma)} \frac{1 + \sin \beta \operatorname{sn} \rho t}{1 - \sin \beta \operatorname{sn} \rho t} \right].$$

les valeurs de α, β, ρ étant celles qui se rapportent au cas I, *a*) et celle de σ étant donnée par l'équation

$$\operatorname{sn} \sigma = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta};$$

2° pour le cas I, c),

$$\varphi = \varphi_0 + \left(n - \frac{\omega \sin\alpha \sin 2\alpha}{\cos\alpha + \cos\beta}\right) t \mp \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\theta'(\sigma)}{\theta(\sigma)} \rho t$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \mathrm{l.} \left[\frac{\theta_3(\rho t \mp \sigma)}{\theta_3(\rho t \pm \sigma)} \cdot \frac{1 + \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \,\mathrm{sn}\, \rho t}{1 + \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \,\mathrm{sn}\, \rho t}\right].$$

et les valeurs de α, β, k, ρ seront celles qui se rapportent au cas I, c) du n° 34; σ sera le plus petit argument positif qui vérifie l'équation

$$k \,\mathrm{sn}\, \sigma = \pm \,\mathrm{tg}\, \frac{\alpha - \beta}{2} \,\mathrm{tg}\, \frac{\alpha + \beta}{2};$$

3° Pour le cas III), nous aurons

$$\varphi = \varphi_0 + (n + \omega \cos\varepsilon \,\mathrm{tg}\,\beta \sin\zeta_0)\, t + \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\theta'(\sigma)}{\theta(\sigma)} \rho t$$

$$+ \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \mathrm{l.} \left[\frac{\theta_3(\rho t - \sigma)}{\theta_3(\rho t + \sigma)} \cdot \frac{1 - \sin\beta \,\mathrm{sn}\, \rho t}{1 + \sin\beta \,\mathrm{sn}\, \rho t}\right].$$

avec substitution des valeurs de α, β, ρ, σ qui conviennent à ce cas;

4° Enfin, pour le cas particulier C), la valeur de φ se réduit, par la relation

$$n + \omega \cos\varepsilon \cos\zeta_0 = 0,$$

à

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{\omega \cos\varepsilon}{\rho} \int_K^u \cos\zeta \, du,$$

et en posant

$$\rho = \omega \sqrt{\mu} \cos\varepsilon,$$

et remplaçant $\cos\zeta$ par sa valeur correspondant à ce cas, on trouvera

$$\varphi = \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \mathrm{l.} \frac{1 - \cos\zeta_0 \,\mathrm{sn}\,(\omega t \sqrt{\mu} \cos\varepsilon)}{1 + \cos\zeta_0 \,\mathrm{sn}\,(\omega t \sqrt{\mu} \cos\varepsilon)}.$$

Dans ce dernier cas, il n'y a plus de terme proportionnel au temps dans l'expression de l'angle φ; la rotation du tore autour de son axe de figure s'effectue alternativement dans un sens et dans l'autre.

DEUXIÈME PARTIE.

---

§ IX.

27. Problème VI. — *Déterminer le mouvement d'un point pesant* M *sur un cercle qui tourne, avec une vitesse angulaire constante* ω', *autour d'un axe vertical* ST *situé dans son plan* (fig. 10).

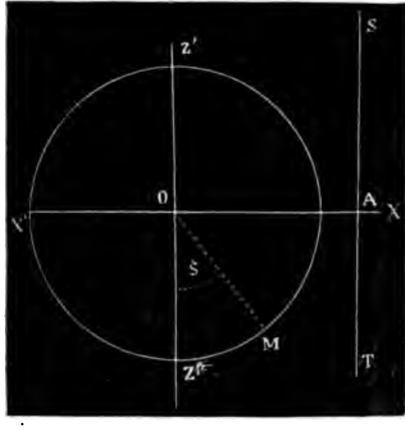


Fig. 10.

Prenons pour système de comparaison la verticale Z'Z passant par le centre du cercle, l'horizontale XOX' qui rencontre ST; soient m la masse du point, r le rayon du cercle, Δ la distance OA de son centre à l'axe ST, ζ l'angle que fait le *pendule* OM, à l'époque t, avec la *nadirale* OZ, cet angle étant compté positivement de OZ vers OX, négativement en sens contraire. Nous ferons encore usage des relations (2), (3), (4), (5) et (6) du § I, et comme le corps se réduit ici à un point, nous écrirons immédiatement

$$T = \frac{1}{2} mr^2 \zeta'^2, \qquad G = \frac{\omega'^2}{2} mr^2 \sin^2 \zeta, \qquad V = 0,$$

$$U = mgr \cos \zeta.$$

L'accélération J de l'origine mobile O est dirigée suivant OA et égale à $\omega'^2 \Delta$, donc

$$K = - m\omega'^2 \Delta r \sin \zeta.$$

Nous avons donc

$$T_2 = \tfrac{1}{2} mr^2 (\zeta'^2 + \omega'^2 \sin^2 \zeta),$$
$$U + K = mr (g \cos \zeta - \omega'^2 \Delta \sin \zeta),$$

et l'équation (2) nous donne, après division par mr^2,

$$(77) \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta'}{dt} = \omega'^2 \sin \zeta \cos \zeta - \frac{g}{r} \sin \zeta - \frac{\omega'^2 \Delta}{r} \cos \zeta,$$

pour l'équation différentielle du mouvement.

88. Nous cherchons d'abord les positions d'équilibre relatif du point mobile, ou les valeurs de ζ_0 pour lesquelles $\left(\frac{d\zeta'}{dt}\right)_0$ serait nul. En désignant par E une de ces valeurs, nous tirerons de l'équation (77), pour la déterminer,

$$(78) \quad . \quad . \quad \omega'^2 \sin E \cos E - \frac{g}{r} \sin E - \frac{\omega'^2 \Delta}{r} \cos E = 0.$$

Pour résoudre commodément cette égalité, nous poserons

$$(\alpha). \quad . \quad x = \sin E, \qquad z = \cos E, \qquad \frac{g}{r\omega'^2} = \nu, \qquad \frac{\Delta}{r} = \mu,$$

ce qui permettra de remplacer l'équation (78) par ces deux-ci :

$$(\beta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad xz - \mu z - \nu x = 0. \qquad x^2 + z^2 = 1.$$

On reconnaît les équations qui traduisent ce problème de géométrie : *Par un point* K, *dont les coordonnées sont* μ *et* ν *par rapport à un système rectangulaire* XOX', ZOZ', *mener une droite sur laquelle ces deux axes interceptent une longueur* PQ *égale à l'unité* (fig. 11).

Les inconnues x et z sont respectivement les distances OP, OQ de l'origine aux points où la droite cherchée coupe les axes.

Si donc, dans le plan XOZ du cercle mobile, je construis le

point K par ses coordonnées μ et ν [éq. (α)], et que je trace la droite PQ satisfaisant à la condition indiquée, on voit par les relations

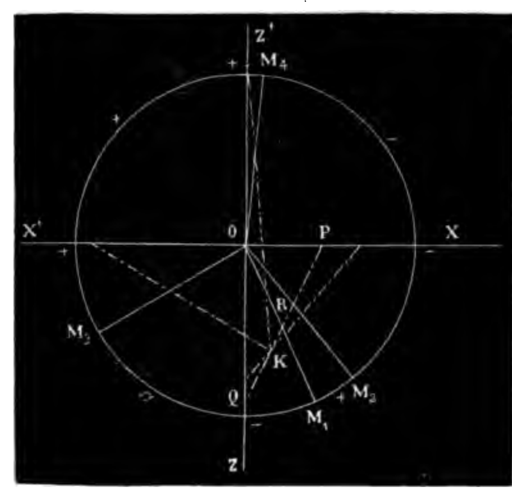


Fig. 11.

$$x = \sin E,$$
$$z = \cos E,$$

que E sera l'angle OQP. Donc *la droite* OR, *menée du centre* O *au milieu* R *de* PQ, *sera une position d'équilibre du pendule*, puisqu'elle fera avec OZ un angle égal à OQP ou E, vérifiant, par conséquent, l'équation (78). La détermination des positions d'équilibre est donc ramenée à ce problème de géométrie bien connu.

Or, on sait que ce problème admet *quatre* solutions, ou *deux* seulement. Le premier cas est celui où l'on a

$$\mu^{\frac{2}{3}} + \nu^{\frac{2}{3}} < 1,$$

c'est-à-dire où le point K est *dans l'intérieur* de l'épicycloïde qui a pour équation

$$x^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}} = 1.$$

La condition correspondante, dans notre problème de mécanique, sera

$$(79) \quad \ldots\ldots \quad \Delta^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{g}{\omega'^2}\right)^{\frac{2}{3}} < r^{\frac{2}{3}}.$$

Si Δ est plus petit que r, c'est-à-dire si l'axe ST *coupe* le cercle tournant, comme on peut attribuer à la vitesse ω' une

valeur aussi grande qu'on le désire, cette condition (79) pourra toujours être réalisée pour une valeur suffisamment grande de ω'. Il y aura donc alors *quatre positions d'équilibre* du point M sur le cercle mobile. Les coordonnées μ et ν étant positives, le point K est dans l'angle XOZ; il y a dans cet angle deux positions d'équilibre M_1, M_2, construites comme il est dit plus haut (fig. 11); il y en a une troisième M_3 dans l'angle ZOX', une quatrième M_4 dans l'angle XOZ'. L'angle X'OZ' n'en renferme évidemment aucune.

Dans le second cas, celui où l'on a

$$\mu^{\frac{2}{3}} + \nu^{\frac{2}{3}} > 1,$$

ou

$$(80) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \Delta^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{g}{\omega'^2}\right)^{\frac{2}{3}} > r^{\frac{2}{3}},$$

il n'existe plus que *deux positions d'équilibre*, M_3 et M_4, les deux premières, dans l'angle XOZ, disparaissant. On a, comme cas-limite des deux précédents,

$$\Delta^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{g}{\omega'^2}\right)^{\frac{2}{3}} = r^{\frac{2}{3}},$$

le point K est sur l'épicycloïde, les points M_1 et M_2 se confondent en un seul, et le mobile m admet *trois positions d'équilibre*.

On remarquera aussi le cas particulier où l'on aurait

$$\Delta = 0,$$

qui nous ramène au problème du n° 4, l'axe ST passant par le centre du cercle. Il est facile de voir que l'on retrouverait, comme cas particulier de la construction ci-dessus, la solution que nous avons donnée pour la détermination des positions d'équilibre du mobile dans ce cas.

82. Pour reconnaître, dans le cas où a lieu l'inégalité (79), quelles sont, parmi les quatre positions d'équilibre, celles qui

appartiennent à l'équilibre stable, on observera que, en vertu de l'équation (77), le signe de $\frac{d\zeta'}{dt}$ est toujours le même que celui du second membre de cette équation, lequel, étant une fonction continue de ζ, ne peut changer de signe que pour les valeurs de ζ qui annulent ce second membre, c'est-à-dire, qui sont égales à l'une des valeurs de E, racines de l'équation (78). Donc, $\frac{d\zeta'}{dt}$ ne peut changer de signe que lorsque le point mobile atteint l'une des positions M_1, M_2, M_3, M_4. D'autre part, si la vitesse initiale est nulle ($\zeta' = 0$ pour $t = 0$), le signe de $\frac{d\zeta'}{dt}$, aussi longtemps qu'il ne change pas, détermine celui de ζ', et, par suite, le sens dans lequel le mobile se meut. Il suffit donc, pour trouver dans quel sens se déplacera le point M quand sa position initiale sera sur l'un des arcs M_1M_3, M_2M_4, etc., de connaître le signe de la fonction

$$\omega'^2 \sin\zeta\cos\zeta - \frac{g}{r}\sin\zeta - \frac{\omega'^2\Delta}{r}\cos\zeta$$

en un point déterminé de chacun de ces arcs. Or, sur l'axe OZ, on a $\zeta = 0$, la fonction est *négative;* sur OZ', où $\zeta = \pi$, la fonction est *positive* (fig. 11). Sur les axes OX et OX', on a respectivement

$$\zeta = \frac{\pi}{2}, \quad \zeta = -\frac{\pi}{2},$$

la fonction prend le signe — et le signe +. On en conclut immédiatement que $\frac{d\zeta'}{dt}$ sera toujours positif dans l'angle M_1OM_3, négatif dans l'angle M_2OM_4, positif dans l'angle M_4OM_3, négatif dans l'angle M_3OM_1, et, enfin, que M_2 *et* M_3 *sont les positions d'équilibre stable,* M_1 *et* M_4 *les positions d'équilibre instable.*

Quand on est dans le cas de l'inégalité (80), les positions M_1 et M_2 disparaissent; il reste la position d'équilibre stable M_3 et la position d'équilibre instable M_4.

Une discussion, fondée sur d'autres méthodes, conduit aux mêmes conclusions pour la répartition des positions d'équilibre.

40. Il faut maintenant intégrer l'équation (71). Multipliant

par $2d\zeta$ et désignant par l_2 une constante arbitraire, on tire de cette équation, en intégrant,

$$(81) \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta^2}{dt^2} = l_2 + \omega'^2 \sin^2\zeta + \frac{2g}{r}\cos\zeta - \frac{2\omega'^2\Delta}{r}\sin\zeta,$$

la constante l_2 étant déterminée, dans l'hypothèse $\zeta_0' = 0$, par l'égalité

$$l_2 = -\omega'^2 \sin^2\zeta_0 - \frac{2g}{r}\cos\zeta_0 + \frac{2\omega'^2\Delta}{r}\sin\zeta_0.$$

On tire de l'équation (81)

$$= \pm \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{d\zeta}{\sqrt{l_2 + \omega'^2 \sin^2\zeta + \frac{2g}{r}\cos\zeta - \frac{2\omega'^2\Delta}{r}\sin\zeta}}.$$

Si l'on pose

$$\operatorname{tg}\frac{\zeta}{2} = v,$$

d'où

$$\sin\zeta = \frac{2v}{1+v^2}, \quad \cos\zeta = \frac{1-v^2}{1+v^2}, \quad d\zeta = \frac{2dv}{1+v^2},$$

cette équation deviendra

$$t = \pm \int_{v_0}^{v} \frac{2dv}{\sqrt{l_2(1+v^2)^2 + 4\omega'^2 v^2 + \frac{2g}{r}(1-v^4) - \frac{4\omega'^2\Delta}{r}(1+v^2)v}}.$$

Le polynôme sous le radical est du quatrième degré en v, l'intégrale est elliptique. On pourra donc exprimer v et, par suite, ζ en fonction elliptique du temps t; mais cette transformation exigerait une discussion assez compliquée des racines du polynôme en v, ce qui nous entraînerait un peu loin. Nous remar-

querons seulement que l'équation (81) peut aussi se mettre sous la forme

$$\frac{d\zeta^2}{dt^2} = \omega'^2(\sin^2\zeta - \sin^2\zeta_0) + \frac{2g}{r}(\cos\zeta - \cos\zeta_0) - \frac{2\omega'^2\Delta}{r}(\sin\zeta - \sin\zeta_0),$$

ou, en posant $\zeta - \zeta_0 = 2\varepsilon$, sous celle-ci :

$$(82)\ldots \left\{ \begin{aligned} \frac{d\varepsilon^2}{dt^2} = \sin\varepsilon\Big[\omega'^2\cos\varepsilon\sin(\zeta_0+\varepsilon)\cos(\zeta_0+\varepsilon) - \frac{g}{r}\sin(\zeta_0+\varepsilon) \\ - \frac{\omega'^2\Delta}{r}\cos(\zeta_0+\varepsilon)\Big]. \end{aligned} \right.$$

Sous cette dernière forme, l'équation se prête bien au calcul des petites oscillations du pendule OM lorsqu'il est faiblement écarté d'une de ses positions d'équilibre stable, ε étant alors une très petite quantité dont on peut négliger les puissances supérieures à la première.

Remarque. — Nous terminerons par une observation qui ne manque pas d'importance pour ce qui suivra. Nous avons compté l'angle ζ positivement du côté de la verticale OZ où se trouve l'axe ST de la rotation d'entraînement. Si nous avions compté cet angle positivement du côté opposé, en nous éloignant de l'axe ST, tous les termes de l'équation (77) eussent changé de signe, sauf le dernier; nous aurions donc trouvé le même résultat que si nous eussions changé Δ en $-\Delta$ et continué à compter l'angle ζ positivement dans le sens primitif. Réciproquement, nous conclurons donc de là que toute équation qui ne différerait de (77) que par le signe de Δ, se ramènerait à l'équation (77) en changeant le sens dans lequel on compte positivement les angles ζ (*).

(*) Le problème d'équilibre du n° 38 a été traité par M. Schellbach (*Neue Elemente der Mechanik*) par des considérations élémentaires. Il a reconnu l'existence de quatre positions d'équilibre et les a même calculées numériquement pour des données particulières; mais il n'a aperçu ni la construction géométrique qui met en évidence l'existence de ces quatre positions et permet de les tracer si facilement, ni les conditions pour

§ X.

PENDULE GYROSCOPIQUE DE M. SIRE.

41. PROBLÈME VII. — *Mouvement du pendule gyroscopique de M. Sire.*

Cet appareil, qui est bien connu, consiste en un *pendule* composé d'un tore D (fig. 12) qui a son centre au point A, d'une chape E qui porte l'axe de rotation $A\zeta$ du tore, et d'une tige OC qui relie la chape au milieu O d'un axe horizontal *ab*. Cet axe, autour duquel le pendule peut osciller librement, est emporté dans la rotation d'un bâti Σ tournant autour d'un axe vertical ST. Les directions $A\zeta$, OA, *ab* sont perpendiculaires l'une à l'autre. La chape E n'est assujettie qu'à la condition d'être symétrique par rapport au plan vertical $OA\zeta$ (*plan d'oscillation du pendule*), et au plan *ab*A mené par l'axe de suspension et le centre du tore; le centre de gravité A_1 de la tige et de la chape est donc sur la droite OA, et les droites *ab*,

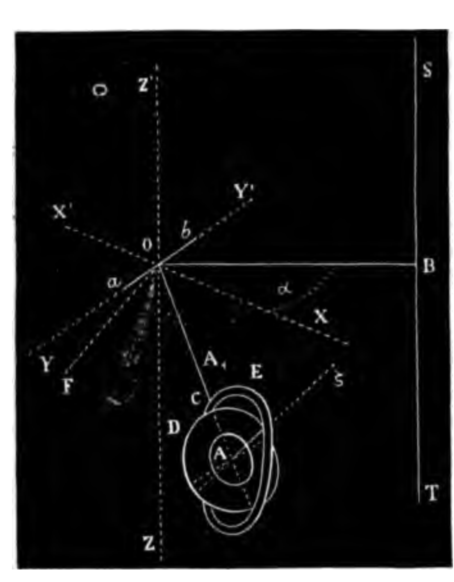


Fig. 12

qu'elles existent toutes les quatre ou se réduisent à deux. M. Reisky, traitant plus récemment ce problème (*Programm der Realschule von Posen*, 1877) a donné seulement l'équation différentielle du mouvement. Pour le reste, il n'a fait que reproduire la solution de M. Schellbach. Les résultats que je donne ici ont été communiqués au *Congrès de l'Association française*, à Reims, en 1880.

OA, OF (celle-ci parallèle à $A\zeta$) sont les axes principaux d'inertie du pendule relatifs au point O. Par une disposition mécanique convenable, le plan d'oscillation AOF fait avec le plan OBS, passant par le point O et l'axe ST (*plan méridien*), un angle α que l'on peut faire varier dans chaque expérience.

La vitesse de rotation ω du bâti autour de ST étant supposée constante, et *positive* ou de gauche à droite par rapport à BS, le tore étant animé d'une rotation initiale n autour de son axe $A\zeta$, il faut déterminer le mouvement relatif du pendule par rapport au bâti tournant.

Soient Z'OZ la verticale du point O vers le bas; X'OX l'horizontale menée dans le plan d'oscillation, OX étant pris dans un sens tel que l'angle $BOX = \alpha$, compté positivement de gauche à droite autour de OZ', soit compris entre 0° et 180°; OY normal à OX, OZ, donc, normal au plan d'oscillation et coïncidant avec la direction *ba*. OXYZ sera le système de comparaison.

Nommons δ la distance OB du centre de suspension à l'axe ST; m, m_1 les masses du tore et de la chape avec sa tige, $a = OA$, $a_1 = OA_1$ les distances de leurs centres de gravité respectifs au point O; C et A les moments d'inertie axial et équatorial du tore; A_1, B_1, C_1 ceux de la chape par rapport à ses axes principaux relatifs au centre de gravité A_1, axes respectivement parallèles à OY, OA, OF; H_1, H_2, H_3 les moments d'inertie du pendule complet par rapport à ces derniers axes; ζ l'angle ZOA du pendule avec la verticale OZ, compté positivement de OZ vers OX; φ l'angle qui mesure la rotation du tore relativement à la chape. Nous avons, par des formules connues,

$$(83) \quad \left\{ \begin{aligned} M &= m + m_1, \\ M\rho &= ma + m_1 a_1, \\ H_1 &= ma^2 + m_1 a_1^2 + A + A_1, \\ H_2 &= A + B_1, \\ H_3 &= ma^2 + m_1 a_1^2 + C + C_1. \end{aligned} \right.$$

Pour appliquer nos équations fondamentales (n°s 1 et 2),

observons que le mouvement du tore autour de son centre de gravité A se compose d'une rotation φ' autour de l'axe principal $A\zeta$ et d'une rotation $-\zeta'$ autour d'un axe parallèle à OY, en sorte que la force vive relative du tore est

$$ma^2\zeta'^2 + C\varphi'^2 + A\zeta'^2;$$

celle de la chape, qui n'a qu'une rotation $-\zeta'$ autour de OY,

$$m_1a_1^2\zeta'^2 + A_1\zeta'^2,$$

en sorte que pour le pendule entier l'on a

$$T = \frac{1}{2}(H_1\zeta'^2 + C\varphi'^2).$$

Le moment d'inertie du pendule total par rapport à OZ' a pour expression $H_2 \cos^2\zeta + H_3 \sin^2\zeta$, donc

$$G = \frac{\omega^2}{2}\left[H_2 + (H_3 - H_2)\sin^2\zeta\right]$$

Enfin, les quantités de mouvement dues à la rotation du pendule autour de OY (axe principal relatif au point O) donnent un couple dont l'axe OY est normal à l'axe OZ' de la rotation d'entraînement, donc V est nul pour ces quantités de mouvement. Il ne reste donc que la projection sur OZ' de l'axe d'impulsion dû à la rotation du tore autour de $A\zeta$, axe dirigé suivant $A\zeta$, ayant pour valeur $C\varphi'$, et faisant avec OZ' l'angle $\frac{\pi}{2} - \zeta$; donc

$$V = C\omega\varphi' \sin\zeta.$$

La seule force motrice étant la pesanteur, on a

$$U = Mg\rho \cos\zeta;$$

enfin, l'accélération J de l'origine mobile est dirigée suivant OB et égale à $\omega^2\delta$; donc, d'après l'équation (3),

$$K = -M\omega^2\delta\rho \cos\alpha \sin\zeta,$$

de sorte que l'on a définitivement

$$T_2 = \tfrac{1}{2}(H_1\zeta'^2 + C\varphi'^2) + C\omega\varphi' \sin\zeta + \frac{\omega^2}{2}\left[H_2 + (H_3 - H_2)\sin^2\zeta\right],$$

$$U + K = M\rho\,(g\cos\zeta - \omega^2\delta\cos\alpha\sin\zeta).$$

On appliquera l'équation (2), en prenant successivement $q = \varphi$, $q = \zeta$, et l'on trouvera d'abord

$$C\frac{d}{dt}(\varphi' + \omega\sin\zeta) = 0,$$

ou, l_1 désignant une constante dont la valeur sera $n + \omega \sin \zeta_0$,

$$(84) \quad \ldots\ldots \quad \varphi' + \omega\sin\zeta = l_1,$$

Puis, pour $q = \zeta$,

$$H_1\frac{d\zeta'}{dt} - C\omega\varphi'\cos\zeta - \omega^2(H_3 - H_2)\sin\zeta\cos\zeta$$
$$= -M\rho\,(g\sin\zeta + \omega^2\delta\cos\alpha\cos\zeta),$$

ou, en remplaçant φ' par sa valeur tirée de (84) et divisant par H_1,

$$(85)\ldots \quad \left\{\begin{aligned} \frac{d\zeta'}{dt} &= \frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}\omega^2\sin\zeta\cos\zeta - \frac{Mg\rho}{H_1}\sin\zeta \\ &\quad - \frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cl_1}{H_1}\omega\cos\zeta. \end{aligned}\right.$$

Telle est l'équation du second ordre qui définit ζ en fonction du temps et fait connaître le mouvement d'oscillation du pendule dans le plan XOZ.

42. La condition nécessaire et suffisante pour que le pendule reste en équilibre relatif, ζ'_0 étant supposé nul, c'est que le second membre de l'équation (85) se réduise à zéro à l'instant $t = 0$,

ou pour $\zeta = \zeta_0$. Nous aurons donc, en désignant par E l'une des valeurs de ζ_0 pour lesquelles l'équilibre a lieu, et en ayant égard à la valeur de l_1,

$$\frac{H_3 - H_2}{H_1}\omega^2 \sin E \cos E - \frac{Mg\rho}{H_1}\sin E - \frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn}{H_1}\omega\cos E = 0.$$

Or, nous identifierons cette équation avec l'équation (78), si nous posons

$$\frac{H_3 - H_2}{H_1}\omega^2 = \omega'^2, \qquad \frac{M\rho}{H_1} = \frac{1}{r},$$

$$\frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn}{H_1}\omega = \frac{\omega'^2\Delta}{r},$$

ce qui nous conduira aux valeurs suivantes de ω', r, Δ :

$$(86) \quad \ldots \quad \begin{cases} \omega' = \omega\sqrt{\dfrac{H_3 - H_2}{H_1}}, \\ r = \dfrac{H_1}{M\rho}, \\ \Delta = \dfrac{H_1}{H_3 - H_2}\,\dfrac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn}{M\omega\rho}. \end{cases}$$

Ainsi, les conditions d'équilibre du tore-pendule de M. Sire se ramènent à celles d'un point pesant sur un cercle tournant autour d'un axe vertical situé dans son plan, conditions que nous avons discutées aux n°s 38 et 39. Il suffit, par conséquent, d'appliquer ici les résultats de cette discussion, pour pouvoir énoncer les propriétés suivantes :

Que l'on prenne, dans le plan d'oscillation, un point K *ayant pour coordonnées, par rapport à* OX *et* OZ,

$$\mu = \frac{\Delta}{r} = \frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn}{(H_3 - H_2)\omega},$$

$$\nu = \frac{g}{r\omega'^2} = \frac{Mg\rho}{(H_3 - H_2)\omega^2};$$

par ce point K, *que l'on mène une droite telle que les axes* XOX', ZOZ' *interceptent sur elle une longueur* PQ *égale à l'unité; la droite* OR *menée du point* O *au milieu* R *de cette droite* PQ *sera une position d'équilibre de l'axe* OA *du pendule gyroscopique. Ces positions seront au nombre de quatre si l'on a l'inégalité*

$$(87)\ .\ .\quad (M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Mg\rho}{\omega}\right)^{\frac{2}{3}} < (H_3 - H_2)^{\frac{2}{3}}\omega^{\frac{2}{3}},$$

de deux seulement si l'on a, au contraire,

$$(87')\ .\ .\quad (M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Mg\rho}{\omega}\right)^{\frac{2}{3}} > (H_3 - H_2)^{\frac{2}{3}}\omega^{\frac{2}{3}}.$$

On remarquera que la longueur r du pendule de comparaison, telle qu'elle résulte de la deuxième des formules (86), est précisément égale à la longueur du pendule composé, formé du tore et de la chape, autour de l'axe horizontal ab.

43. Examinons d'abord le cas où l'inégalité (87) est vérifiée. Des quatre positions d'équilibre relatif du pendule, deux appartiennent à l'équilibre stable, deux à l'équilibre instable, et leur distinction se fait d'après le signe de $\frac{d\zeta'}{dt}$ dans l'équation (85), exactement comme au n° 39.

Dans les conditions ordinaires de construction de l'appareil, on a

$$H_3 - H_2 = ma^2 + m_1a_1^2 + C - A + C_1 - B_1 > 0,$$

donc ν est positif. Le signe de μ dépend du signe de $M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn$.

1° Supposons que ce signe soit d'abord positif, ce qui revient à la condition

$$\frac{n}{\omega} < \frac{M\delta\rho\cos\alpha}{C}.$$

Cette condition peut toujours être réalisée, puisque rien ne limite les valeurs que peut atteindre le rapport $\frac{n}{\omega}$; elle est toujours vérifiée, lorsque l'on a

$$n < 0, \qquad \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Dans ce cas, le point K est dans l'angle XOZ (fig. 13); il y a dans cet angle *deux* positions d'équilibre, l'une d'équilibre instable OM_1, plus rapprochée de la verticale OZ, l'autre d'équilibre stable OM_2, plus rapprochée de OX. Dans l'angle X'OZ compris entre la nadirale OZ et le prolongement de OX, il y a une deuxième position d'équilibre stable OM_3; dans l'angle Z'OX, entre la zénithale OZ' et OX, il y a une deuxième position d'équilibre instable OM_4.

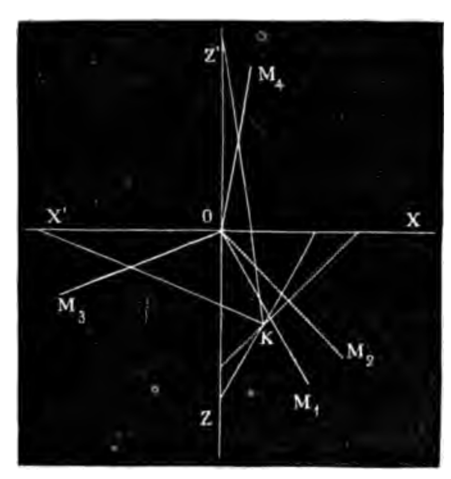


Fig. 13.

2° Supposons, en second lieu,

$$\frac{n}{\omega} > \frac{M\delta_\rho \cos \sigma}{C}.$$

ou $\mu < 0$. Le point K passe dans l'angle X'OZ (fig. 14); il y a dans cet angle deux positions d'équilibre, l'une instable OM_1, l'autre stable OM_2. L'angle XOZ renferme une deuxième position d'équilibre stable OM_3, l'angle X'OZ' une deuxième position d'équilibre instable OM_4.

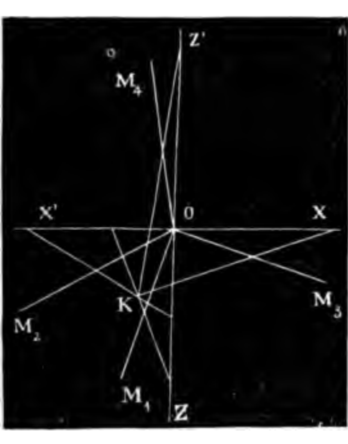


Fig. 14

Au reste, ce second cas se ramènerait au premier en observant que les équations (86) donnent pour Δ une valeur négative, ce qui revient, comme on l'a vu, à compter l'angle ζ positivement en sens contraire à partir de OZ, c'est-à-dire de OZ vers OX'. Les positions d'équilibre du

pendule occupent donc, relativement à la verticale OZ, des situations symétriques de celles qui se rapportent au cas précédent.

3° Reste une hypothèse intermédiaire, celle où l'on aurait

$$M\omega\delta\rho \cos\alpha - Cn = 0.$$

L'équation d'équilibre du pendule gyroscopique se réduit à

$$\sin E \left[\cos E - \frac{Mg\rho}{(H_3 - H_2)\omega^2}\right] = 0.$$

La relation

$$\sin E = 0$$

indique deux positions d'équilibre verticales, OM_1 et OM_4 (fig. 15), toutes deux d'équilibre instable.

Fig 15.

La supposition

$$\cos E = \frac{Mg\rho}{(H_3 - H_2)\omega^2}$$

correspond [la condition (87) étant d'ailleurs supposée remplie] à deux positions d'équilibre *stable* OM_2 et OM_3, également inclinées de part et d'autre sur la verticale OZ. Au reste, ce cas particulier correspond à $\Delta = 0$ dans les équations (86) et nous ramène, par conséquent, au problème discuté dans les paragraphes II et III. La condition est réalisée, par exemple, lorsque l'on suppose

$$n = 0 \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\pi}{2},$$

c'est-à-dire le tore sans rotation initiale et le plan d'oscillation XOZ à angle droit sur le plan *méridien* OBS, en admettant d'ailleurs que ω ait une valeur assez grande pour que l'inégalité (87) subsiste.

44. Considérons actuellement l'hypothèse (87'). Les deux positions d'équilibre du pendule situées dans l'angle des axes XX', ZZ' où se trouve le point K, disparaissent; il ne reste plus qu'une position d'équilibre stable OM_3, faisant un angle aigu avec la nadirale OZ, et une position d'équilibre instable OM_4, faisant un angle aigu avec la zénithale OZ'. La position d'équilibre stable OM_3 est dans l'angle X'OZ ou dans l'angle XOZ, selon que l'on a

$$M\omega\delta\rho \cos\alpha - Cn > \quad \text{ou} \quad < 0,$$

ce qui dépend des signes de n et de $\cos\alpha$ et de la valeur du rapport $\frac{n}{\omega}$.

Dans les expériences de M. Sire, le tore recevait une vive rotation autour de son axe; n avait donc une valeur très considérable relativement à ω. Il en résulte nécessairement :

1° Que l'on se trouve alors dans le cas de l'inégalité (87'); que, par suite, le nombre des positions d'équilibre se réduit à *deux*, l'une d'équilibre *stable* OM_3, au-dessous de l'horizontale XOX'; l'autre d'équilibre *instable* OM_4, au-dessus de XOX'.

2° Que, à raison de la valeur considérable du rapport $\frac{n}{\omega}$, l'expression $M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cn$ a le même signe que son second terme, et, par suite, un signe contraire à celui de n. Donc, si n est positif, *c'est-à-dire si la rotation initiale du tore est de gauche à droite par rapport à la partie* $A\zeta$ *de l'axe du tore qui fait un angle aigu avec* OX, *la position d'équilibre stable du pendule* OA *sera dans l'angle* XOZ, on fera aussi un angle aigu avec l'axe OX défini précédemment. Si, au contraire, n est négatif, ou *si le tore tourne d'abord de droite à gauche autour de* $A\zeta$, *l'équilibre stable aura lieu dans l'angle* X'OZ.

3° Enfin, si la valeur absolue de n est incomparablement plus grande que celle de ω, ce qui a lieu lorsqu'on a imprimé au tore une rotation excessivement rapide, on voit facilement que l'équation en E ne peut être vérifiée (ω n'étant toutefois pas supposé nul) que pour des valeurs de cos E très voisines de zéro. Donc, l'angle E qui détermine la position d'équilibre stable sera

très voisin de $\frac{\pi}{2}$ si n est positif, de $-\frac{\pi}{2}$ si n est négatif. La construction géométrique conduit au même résultat.

En résumé, *le pendule tendra à se mettre en équilibre relatif dans une position très voisine de l'horizontale, en arrière ou en avant du plan méridien, relativement au sens de la rotation du bâti autour de* ST, *suivant que la rotation initiale du tore se fera de gauche à droite ou de droite à gauche par rapport à l'axe* $A\zeta$ *défini ci-dessus.*

Ces résultats sont entièrement conformes à ceux des expériences de M. G. Sire.

Nous avons observé que, dans ces expériences, le nombre des positions d'équilibre se réduisait généralement à deux, dont une d'équilibre stable. Cet habile expérimentateur a cependant rencontré le cas où, la vitesse n étant modérée et ω ayant une valeur assez grande, il y a *quatre* positions d'équilibre. Voici, en effet, ce que nous lisons dans son Mémoire : « Toutefois, pour une certaine vitesse de rotation du tore, le parallélisme des axes (*) ne peut plus être obtenu, malgré l'accélération qu'on imprime au plateau (**). On voit bien le tore se rapprocher plus ou moins de l'axe CD (c'est notre axe ST), puis tout à coup il s'en écarte rapidement en obéissant à la force centrifuge qui alors prédomine (***). » C'est vers la position d'équilibre stable OM_2 que le pendule se porte dans cette circonstance.

45. Revenons à la question du mouvement, ou à l'intégration de l'équation (85). Nous avons immédiatement

$$(88)\quad\left\{\begin{aligned}\frac{d\zeta^2}{dt} &= \frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}\omega^2\sin^2\zeta + \frac{2Mg\rho}{H_1}\cos\zeta\\ &\quad - 2\frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cl_1}{H_1}\omega\sin\zeta + l_2,\end{aligned}\right.$$

(*) Des axes $A\zeta$ et ST.

(**) C'est-à-dire lorsqu'on augmente la valeur de ω.

(***) *Mémoire sur un polytrope*, etc., p. 54. – Le problème de l'équilibre et du mouvement du tore-pendule a été traité par M. Resal, avec sa supériorité habituelle, dans les *Annales des Mines* (5me série, t. XV, 1859, p. 555). Il a considéré la masse de la chape comme négligeable, et la vitesse rotatoire n comme très grande. La méthode suivie est d'ailleurs entièrement différente de la nôtre.

l_2 étant une nouvelle constante, déterminée, dans l'hypothèse où le pendule n'a aucune vitesse initiale dans le plan d'oscillation XOZ, par l'équation

$$l_2 = -\frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}\omega^2 \sin^2\zeta_0 - \frac{2Mg\rho}{H_1}\cos\zeta_0 + 2\frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cl_1}{H_1}\omega\sin\zeta_0.$$

Il est facile d'identifier l'équation (88) avec la formule (81) du n° 40; il suffit, pour cela, de poser

$$\frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}\omega^2 = \omega'^2, \quad \frac{M\rho}{H_1} = \frac{1}{r},$$

$$\frac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cl_1}{H_1} = \frac{\omega'^2 \Delta}{r},$$

ce qui fournit, pour les éléments ω', r, Δ du pendule de comparaison, les valeurs

$$(89) \quad \ldots \quad \begin{cases} \omega' = \omega\sqrt{\dfrac{H_3 - H_2 - C}{H_1}}, \\ r = \dfrac{H_1}{M\rho}, \\ \Delta = \dfrac{H_1}{H_3 - H_2 - C} \cdot \dfrac{M\omega\delta\rho\cos\alpha - Cl_1}{M\omega\rho}. \end{cases}$$

La constante l_2 aura aussi, alors, évidemment la même valeur dans les équations (81) et (88), si l'on suppose que les valeurs de ζ_0 et de ζ'_0 soient les mêmes de part et d'autre. La fonction ζ du temps, définie par les équations (81), (88), sera donc la même, et le problème du tore-pendule est ramené à celui du § IX par le théorème suivant :

Dans le pendule gyroscopique de M. Sire, l'axe OA *du pendule se meut par rapport à la verticale* OZ, *dans le plan d'oscillation* XOZ, *comme un pendule simple dont le plan d'oscillation tournerait autour d'un axe vertical situé dans son plan avec une vitesse angulaire constante* ω', *la longueur* r *du pendule simple,*

la vitesse ω' et la distance Δ du point de suspension à l'axe de rotation étant données par les équations **(89).**

Ce théorème donne la solution du mouvement du pendule gyroscopique dans le sens le plus général. On remarquera encore que la valeur de *r*, longueur du pendule de comparaison, n'est autre que la longueur du pendule composé formé par le tore et sa chape autour de l'axe *ab*. Le signe de Δ dépendra de celui de l'expression

$$M\omega\delta\rho \cos\alpha - Cl_1;$$

il serait donc négatif si l'on avait

$$\frac{n}{\omega} > \frac{M\delta\rho \cos\alpha - C\sin\zeta_0}{C}.$$

mais cela ne donne lieu à aucune difficulté, car nous savons (n° 40, remarque) que le signe négatif trouvé pour Δ indique seulement que l'on doit compter l'angle ζ positivement en sens contraire, à partir de la verticale OZ, c'est-à-dire de OZ vers OX'.

Enfin, on doit observer que la valeur de Δ dépend de celle de ζ_0, c'est-à-dire de l'écart initial du pendule OA par rapport à la verticale. La détermination du pendule de comparaison ne dépend donc pas uniquement des données *physiques* du *tore-pendule*, mais encore des conditions initiales de son mouvement. C'est pour cette raison que, dans l'étude des positions d'équilibre, nous avons trouvé une valeur de Δ différente de celle que nous venons d'obtenir.

Les formules du n° 40 serviront donc à déterminer le mouvement de l'axe OA dans le plan d'oscillation. Lorsqu'on aura ainsi exprimé ζ en fonction de *t* par les fonctions elliptiques, on tirera de l'égalité (84)

$$\frac{d\varphi}{dt} = n - \omega(\sin\zeta - \sin\zeta_0),$$

et une quadrature nouvelle fera connaître φ en fonction de *t*.

46. Le problème se simplifie notablement dans plusieurs circonstances.

I. Si la vitesse angulaire ω du bâti est très faible, de façon que l'on puisse négliger les quantités de l'ordre du carré ω^2, l'équation (80) se réduit à

$$\frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{2Mg\rho}{H_1}\cos\zeta + \frac{2Cn\omega}{H_1}\sin\zeta + l_2.$$

Déterminons deux constantes F et E par les équations

$$F\sin E = Cn\omega,$$
$$F\cos E = Mg\rho;$$

nous aurons

$$\frac{d\zeta^2}{dt^2} = \frac{2F}{H_1}\cos(\zeta - E) + l_2.$$

Désignons par θ l'angle $\zeta - E$, c'est-à-dire l'angle compris entre l'axe OA du pendule à l'époque t et une droite OF (fig. 16), inclinée sur la verticale OZ, dans le plan d'oscillation, d'un angle E compté positivement de OZ vers OX. Posant, en outre,



Fig. 16.

$$\theta_0 = \zeta_0 - E,$$

nous verrons que l'équation différentielle du mouvement prendra la forme

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = \frac{2F}{H_1}(\cos\theta - \cos\theta_0),$$

et *deviendra l'équation ordinaire du mouvement du pendule simple*, dans laquelle θ serait l'angle que fait le pendule avec la verticale, et la longueur r du pendule serait donnée par l'équation

$$r = \frac{gH_1}{F}.$$

On a d'ailleurs, par ce qui précède,

$$(90) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} \operatorname{tg} E = \dfrac{Cn\omega}{Mg\rho}, \\ F = \sqrt{C^2n^2\omega^2 + M^2g^2\rho^2}, \end{cases}$$

et si l'on néglige aussi les termes de l'ordre de ω^2 dans l'équation du n° 42 qui détermine les positions d'équilibre du pendule gyroscopique, on reconnaît que l'angle E défini par la première équation (90) est précisément celui qui répond à cet équilibre. La droite OF est dans l'angle XOZ ou dans l'angle X'OZ suivant que n est positif ou négatif. On a donc ce théorème :

Lorsque la vitesse angulaire du bâti Σ autour de l'axe ST *est assez petite pour que l'on puisse négliger les termes de l'ordre de* ω^2, *l'axe* OA *du pendule de M. Sire oscille dans le plan* XOZ, *de part et d'autre de sa position d'équilibre stable, suivant la même loi qu'un pendule simple dont la longueur serait donnée par l'équation*

$$r = \frac{gH_1}{\sqrt{C^2n^2\omega^2 + M^2g^2\rho^2}}.$$

II. Supposons maintenant qu'il existe, entre les données du problème, la relation

$$M\omega\delta\rho \cos\alpha - Cl_1 = 0,$$

ce qui aura lieu si le rapport $\frac{n}{\omega}$ des vitesses rotatoires du tore et du bâti vérifie l'équation

$$\frac{n}{\omega} = \frac{M\delta\rho\cos\alpha - C\sin\zeta_0}{C}.$$

Il est clair que cette condition peut toujours être réalisée. La valeur de Δ, fournie par l'équation (89), s'évanouit ; l'axe de rotation du plan d'oscillation du pendule de comparaison passe par le point de suspension de celui-ci. Nous retombons donc, cette fois encore, sur le problème du mouvement d'un point

pesant sur un cercle qui tourne uniformément autour d'un diamètre vertical, problème étudié dans les paragraphes II et III de la première partie.

III. Comme nous n'avons imposé à la chape d'autre condition que d'être symétrique par rapport à deux plans déterminés, rien ne nous empêche d'admettre que la tige OC, prolongée au delà du point O (fig. 17), porte sur ce prolongement un contre-poids Π mobile le long de la tige, de façon que l'on puisse déplacer le centre de gravité du pendule tout entier et l'amener même, si l'on veut, en coïncidence avec le point O (*).

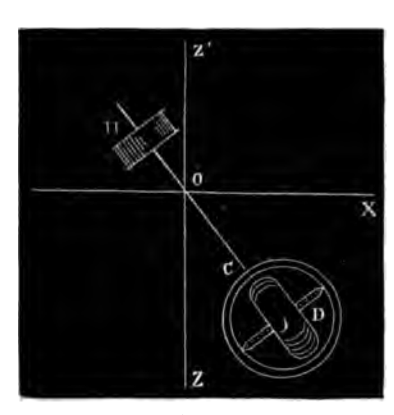


Fig. 17.

On aura alors

$$\rho = 0,$$

ce qui suppose la relation

$$ma + m_1 a_1 = 0, \qquad \text{ou} \qquad a_1 = -\frac{m}{m_1} a,$$

condition facile à réaliser dès que l'on connaît la masse de la chape, y compris celle du contre-poids Π. Si l'on introduit dans l'équation (85)' la condition $\rho = 0$, elle devient

$$(91) \quad . \quad . \quad \frac{d\zeta'}{dt} = \frac{H_3 - H_2 - C}{H_1} \omega^2 \sin\zeta \cos\zeta + \frac{Cl_1\omega}{H_1} \cos\zeta.$$

L'angle E qui détermine la position d'équilibre relatif du pendule est alors défini par l'équation

$$\left[(H_3 - H_2)\,\omega \sin E + Cn\right] \cos E = 0,$$

(*) Ce cas a été laissé de côté, naturellement, par les géomètres qui ont considéré la masse de la chape comme négligeable.

et peut admettre *quatre* valeurs distinctes : 1° les valeurs $E=\frac{\pi}{2}$ et $E=-\frac{\pi}{2}$, qui répondent à l'hypothèse $\cos E = 0$, et donnent deux positions d'équilibre OM_1 et OM_4 dirigées respectivement suivant OX et suivant OX' (fig. 18);

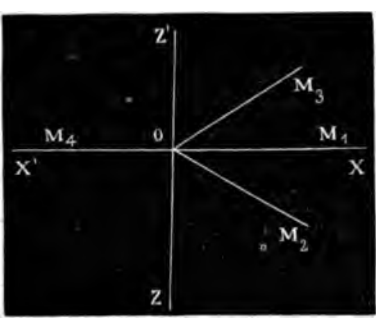


Fig. 18.

2° les deux valeurs déterminées par l'équation

$$\sin E = -\frac{Cn}{(H_3 - H_2)\,\omega},$$

et correspondant, si le second membre a une valeur numérique inférieure à l'unité, à deux positions d'équilibre OM_2 et OM_3 également inclinées sur l'horizontale, et faisant avec OX des angles aigus ou obtus suivant que n a une valeur positive ou négative.

Quand ces deux dernières positions d'équilibre existent, elles appartiennent à l'équilibre stable, les deux directions horizontales de OA répondant à l'équilibre instable. Quand ces dernières existent seules, l'une donne l'équilibre stable, l'autre l'équilibre instable.

Enfin, l'équation différentielle du mouvement (91) s'identifie avec l'équation (77) du n° 37 si l'on pose

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}\omega^2 = \omega'^2,\\ &0 = g,\\ &\frac{Cl_1\omega}{H_1} = -\frac{\omega'^2\Delta}{r}, \end{aligned}\right.$$

et l'on en conclut que

Lorsque le centre de gravité du pendule gyroscopique est amené au point de suspension O, *le mouvement de son axe* OA *se ramène à celui d'un point non pesant, sur un cercle tournant autour d'une sécante verticale avec une vitesse angulaire con-*

stante ω', cette vitesse et le rapport $\frac{\Delta}{r}$ étant donnés par les équations

$$\omega' = \omega\sqrt{\frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}},$$

$$\frac{\Delta}{r} = -\frac{Cl_1}{(H_3 - H_2 - C)\,\omega}.$$

L'équation (91) s'intègrerait d'ailleurs sans difficulté par les fonctions elliptiques, et conduirait à des formules semblables à celles que nous avons obtenues dans les paragraphes II et III.

IV. Si, à l'hypothèse dont nous venons de développer les conséquences, on ajoutait cette condition, que la vitesse ω fût assez minime pour qu'on pût négliger son carré, l'équation (91) se réduirait à la forme encore plus simple

$$\frac{d\zeta'}{dt} = \frac{Cn\omega}{H_1}\cos\zeta.$$

ou, en désignant par ξ l'angle compris entre l'axe OA du pendule et l'horizontale OX,

$$\frac{d\xi'}{dt} = -\frac{Cn\omega}{H_1}\sin\xi\cdot$$

De là, on tire par l'intégration

$$\frac{d\xi^2}{dt} = \frac{2Cn\omega}{H_1}(\cos\xi - \cos\xi_0),$$

c'est-à-dire que la droite OA oscillerait, par rapport à l'horizontale OX, comme oscille par rapport à la verticale un pendule simple dont la longueur r est donnée par la formule

$$r = \frac{gH_1}{Cn\omega}.$$

47. Nous avons supposé le bâti Σ, qui porte le pendule, animé d'une vitesse constante ω autour de l'axe ST, et le pendule avec son tore préalablement mis en rotation, abandonné sans

vitesse dans le plan d'oscillation XOZ. Mais dans les expériences les choses ne se passent pas tout à fait ainsi. Le tore étant mis en rotation et le pendule suspendu verticalement à l'axe *ab*, on imprime au bâti un mouvement de rotation, nécessairement accéléré, autour de ST, jusqu'à ce qu'il atteigne une certaine vitesse que l'on regarde comme sensiblement constante.

Il n'y a d'ailleurs aucune difficulté à modifier l'équation (85) de façon à l'accommoder à ces conditions nouvelles. En effet, dans le calcul du n° 41, il n'y a rien à changer à l'expression de T_2 ni à celle de U. Celle de K est modifiée en ce que, à la composante normale $\omega^2\delta$ de l'accélération J, il faut joindre la composante tangentielle

$$\delta \frac{d\omega}{dt},$$

dirigée normalement au plan méridien OBS et dans le sens où le mouvement a lieu. Cette composante fait donc avec la direction OA un angle dont le cosinus est égal à

$$-\sin\alpha \sin\zeta,$$

en sorte qu'on a ici

$$U + K = M\rho\left(g\cos\zeta - \omega^2\delta\cos\alpha\sin\zeta + \delta\frac{d\omega}{dt}\sin\alpha\sin\zeta\right).$$

L'équation (84) subsiste sans modification; l'équation (85) qui détermine l'angle ζ devient, eu égard à la valeur de U + K et après élimination de φ',

$$\frac{d\zeta'}{dt} = \frac{H_3 - H_2 - C}{H_1}\omega^2 \sin\zeta\cos\zeta - \frac{Mg\rho}{H_1}\sin\zeta$$
$$+ \frac{1}{H_1}\left[Cl_1\omega - M\rho\delta\left(\omega^2\cos\alpha - \frac{d\omega}{dt}\sin\alpha\right)\right]\cos\zeta.$$

Cette équation compte seulement un terme de plus que l'équation (85), mais elle est en réalité bien plus compliquée au point de vue de l'intégration, à cause des quantités ω et $\frac{d\omega}{dt}$ qui sont maintenant des fonctions du temps, dont l'expression dépend de

